

中正高中 114 學年度上學期 高一第一次段考



御藍教育

範圍：數與式（實數與根式、絕對值、指數、常用對數） · 單選題 4 題（20 分）、填充題 12 題（72 分）；
本頁收錄的兩大題合計 92 分

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/zzsh-114a-g10-1

一、單選題（占 20 分）說明：第 1 題至第 4 題，每題 5 分。

1 $a = 3\sqrt{2}$ ， $b = 2\sqrt{3}$ ， $c = 4$ ， $d = \sqrt{14}$ ， $e = \sqrt{15}$ 這五個數何者最大？

- (1) a
- (2) b
- (3) c
- (4) d
- (5) e

2 若 $\log a = 4.5$ ，則 a 最接近下列哪一個數字？（已知 $\log 2 = 0.3010$ ， $\log 3 = 0.4771$ ， $\log 4 = 0.6020$ ）

- (1) 90000
- (2) 20000
- (3) 50000
- (4) 30000
- (5) 40000

3 實數中 $\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ 是一個特殊的數字（ φ 讀作“phi”），試計算 $\varphi^2 - \frac{1}{\varphi} = ?$

- (1) 0
- (2) 1
- (3) 2
- (4) 3
- (5) φ



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/zzsh-114a-g10-1

4 設 a, b, c 都是實數。請問下列敘述何者正確？

(1) 若 $a > b$ ，則 $ac > bc$

(2) $\sqrt{a^2} = |a|$

(3) $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

(4) 若 a, b 是無理數，則 $a+b$ 一定也是無理數

(5) 若 $|a| > |b|$ ，則 $a > b$

二、填充題（占 72 分）說明：第 5 題至第 16 題，每題 6 分。

5 將分數 $\frac{3}{7}$ 化成小數，求小數點後第 2025 位的數字是 ____。

6 試比較 $a = \sqrt{5} - \sqrt{4}$ ， $b = \sqrt{6} - \sqrt{5}$ 兩實數的大小關係為 ____。（填 $a > b$ ， $a = b$ ， $a < b$ ）

7 設 $A(4.\bar{6})$ ， $B(5.\bar{6})$ 為數線上兩點， P 為數線上的一點，且 $\overline{PA} : \overline{PB} = 2 : 3$ ，若 P 點不介於 A, B 之間，則 P 點坐標為何？ ____。

8 若 x 為整數，且滿足 $|2x - 1| \leq x + 3$ ，試求 x 共有多少個？ ____。

9 實數 $\sqrt{11 + 6\sqrt{2}}$ 的整數部分為 a ，小數部分為 b ，試求 $\frac{1}{b} + \frac{7}{a+b}$ 的值。 ____。

10 設 $|x - 1| + |x - 2| = 4$ ，則 $x =$ ____。（兩解）

11 已知 $x + x^{-1} = 5$ ，求 $x^3 + x^{-3} =$ ____。



12 $(\sqrt{3}+1)^{-4} \times (\sqrt{3}-1)^{-3} = \frac{\sqrt{3}-1}{a}$ ，求 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

13 設 x 、 y 為實數，若 $(25.7)^x = 1000$ ， $(0.0257)^y = 1000$ ，則 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

14 $10^{\log 2 + \log 5} + 10^{\log 3 + \log 6} + 10^{\log 6 - \log 2} + 10^{\log 8 - \log 2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

15 設 p 、 q 、 r 為正數，已知 $p^4 = q^{-3}$ ， $q^9 = r^{-8}$ ， $r^2 = 5^9$ ，試求 $p = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

16 若 a 、 b 為正數，已知 $\log a = 4.8$ ， $\log b = 2.5$ ，試問 ab 的整數部分為幾位數？ $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/zzsh-114a-g10-1

答案一覽

第 1 題 (1)

第 2 題 (4)

第 3 題 (3)

第 4 題 (2)

第 5 題 8

第 6 題 $a > b$

第 7 題 $\frac{8}{3}$

第 8 題 5

第 9 題 4

第 10 題 $-\frac{1}{2}$ 或 $\frac{7}{2}$

第 11 題 110

第 12 題 16

第 13 題 1

第 14 題 35

第 15 題 125

第 16 題 8

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。（不用註冊）
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit（可以先把姓名、座號遮掉）

單選 1~4：根式比大小、log 估計、根式運算與實數的性質

- 1 五個數都是正數，全部寫成一個根號再比根號裡的數： $a = 3\sqrt{2} = \sqrt{18}$ ， $b = 2\sqrt{3} = \sqrt{12}$ ， $c = 4 = \sqrt{16}$ ， $d = \sqrt{14}$ ， $e = \sqrt{15}$ 。根號裡最大的是 18，所以 a 最大，選 (1)。

由大到小是 $a > c > e > d > b$ 。



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/zzsh-114a-g10-1

- 2 $\log a = 4.5$ 表示 $a = 10^{4.5} = 10^{0.5} \times 10^4$ 。由 $\log 3 = 0.4771 < 0.5 < 0.6020 = \log 4$ 知 $3 < 10^{0.5} < 4$ ，所以 $30000 < a < 40000$ 。再看靠近哪一邊： $10^{0.5} = \sqrt{10}$ ，而 $3.5^2 = 12.25 > 10$ ，所以 $\sqrt{10} < 3.5$ ， $a < 35000$ ，比較接近 30000，選 (4)。

實際上 $\sqrt{10} \approx 3.162$ ， $a \approx 31623$ 。「最接近」是比 a 本身和各選項的差，所以要確認 a 在 35000 的哪一邊。

- 3 $\varphi^2 = \frac{(1+\sqrt{5})^2}{4} = \frac{6+2\sqrt{5}}{4} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ 。 $\frac{1}{\varphi} = \frac{2}{\sqrt{5}+1} = \frac{2(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)} = \frac{2(\sqrt{5}-1)}{4} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 。
相減： $\frac{3+\sqrt{5}}{2} - \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{4}{2} = 2$ ，選 (3)。

這個數滿足 $\varphi^2 = \varphi + 1$ 、 $\frac{1}{\varphi} = \varphi - 1$ ，所以 $\varphi^2 - \frac{1}{\varphi} = (\varphi + 1) - (\varphi - 1) = 2$ 。

- 4 (1) 錯： $c \leq 0$ 時不成立，例如 $a = 2$ 、 $b = 1$ 、 $c = -1$ ， $ac = -2 < bc = -1$ 。(2) 對： $a \geq 0$ 時 $\sqrt{a^2} = a$ ， $a < 0$ 時 $\sqrt{a^2} = -a$ ，兩種情形都等於 $|a|$ 。(3) 錯：算幾不等式要 a 、 b 都不是負數才成立，例如 $a = b = -1$ 時左邊是 -1 、右邊是 1 。(4) 錯： $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 是有理數。(5) 錯： $a = -2$ 、 $b = 1$ 時 $|a| > |b|$ 但 $a < b$ 。選 (2)。

題目只說 a 、 b 、 c 是實數，沒有說是正數，每個選項都要把負數和 0 代進去試。

填充 5~10：循環小數、根式、絕對值與數線

- 5 用直式除法得 $\frac{3}{7} = 0.\overline{428571}$ ，循環節是 428571 共 6 位。 $2025 = 6 \times 337 + 3$ ，所以第 2025 位和循環節的第 3 位相同，是 8。

餘數是 3 就看循環節第 3 位；如果整除，要看循環節的最後一位。

- 6 把兩數的分子有理化： $a = \sqrt{5} - \sqrt{4} = \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{4})(\sqrt{5} + \sqrt{4})}{\sqrt{5} + \sqrt{4}} = \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{4}}$ ，同理 $b = \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}}$ 。兩個分子都是 1，分母 $\sqrt{5} + \sqrt{4} < \sqrt{6} + \sqrt{5}$ ，分母小的分數比較大，所以 $a > b$ 。

數值檢查： $a \approx 2.236 - 2 = 0.236$ ， $b \approx 2.449 - 2.236 = 0.213$ 。

- 7 先把循環小數化成分數： $0.\overline{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ ，所以 A 的坐標是 $4 + \frac{2}{3} = \frac{14}{3}$ ， B 的坐標是 $\frac{17}{3}$ ， $\overline{AB} = 1$ 。 P 不在 A 、 B 之間，又 $\overline{PA} < \overline{PB}$ ，所以 P 在 A 的左邊。設 $\overline{PA} = 2k$ 、 $\overline{PB} = 3k$ ，則 $\overline{AB} = \overline{PB} - \overline{PA} = k = 1$ ， $\overline{PA} = 2$ 。 P 的坐標是 $\frac{14}{3} - 2 = \frac{8}{3}$ 。

驗算： $\overline{PA} = \frac{14}{3} - \frac{8}{3} = 2$ ， $\overline{PB} = \frac{17}{3} - \frac{8}{3} = 3$ 。 P 離 A 比較近，所以在 A 那一側的外面，不是 B 的右邊。

- 8 $|2x - 1| \leq x + 3$ 等於 $-(x + 3) \leq 2x - 1 \leq x + 3$ 。左半 $-x - 3 \leq 2x - 1$ 得 $x \geq -\frac{2}{3}$ ；右半 $2x - 1 \leq x + 3$ 得 $x \leq 4$ 。解是 $-\frac{2}{3} \leq x \leq 4$ ，其中的整數是 0, 1, 2, 3, 4，共 5 個。

右邊是 $x + 3$ 不是常數，要拆成兩個不等式分別解。在解的範圍內 $x + 3 > 0$ ，拆開的做法沒有問題。

- 9 $11 + 6\sqrt{2} = 11 + 2\sqrt{18}$ ，找兩數和 11、積 18：9 和 2，所以 $\sqrt{11 + 6\sqrt{2}} = \sqrt{9} + \sqrt{2} = 3 + \sqrt{2}$ 。
 $1 < \sqrt{2} < 2$ ，所以它介於 4 和 5 之間， $a = 4$ ， $b = 3 + \sqrt{2} - 4 = \sqrt{2} - 1$ 。 $\frac{1}{b} = \frac{1}{\sqrt{2} - 1} = \sqrt{2} + 1$ ；

$$\frac{7}{a+b} = \frac{7}{3+\sqrt{2}} = \frac{7(3-\sqrt{2})}{9-2} = 3 - \sqrt{2}。相加得 (\sqrt{2} + 1) + (3 - \sqrt{2}) = 4。$$

$a + b$ 就是原來的數 $3 + \sqrt{2}$ ，不必把 a 、 b 分開代。



- 10 依 x 和 1、2 的大小分三段。 $x < 1$ 時， $(1-x) + (2-x) = 4$ ， $x = -\frac{1}{2}$ ，符合 $x < 1$ 。 $1 \leq x \leq 2$ 時， $(x-1) + (2-x) = 1 \neq 4$ ，沒有解。 $x > 2$ 時， $(x-1) + (x-2) = 4$ ， $x = \frac{7}{2}$ ，符合 $x > 2$ 。所以 $x = -\frac{1}{2}$ 或 $\frac{7}{2}$ 。
- 從數線看： $|x-1| + |x-2|$ 是 x 到 1 和到 2 的距離和，在 1、2 之間恆為 1；要等於 4 就得往外各多走 $\frac{3}{2}$ ，得 $1 - \frac{3}{2}$ 和 $2 + \frac{3}{2}$ 。

含絕對值的式子，不等號另一邊是常數或一次式時拆成兩個不等式；有兩個絕對值相加時依絕對值裡面為 0 的點分段。

填充 11~16：指數律與常用對數

- 11 由乘法公式 $(x+x^{-1})^3 = x^3 + 3x + 3x^{-1} + x^{-3} = x^3 + x^{-3} + 3(x+x^{-1})$ ，所以 $x^3 + x^{-3} = 5^3 - 3 \times 5 = 125 - 15 = 110$ 。
- 展開時中間兩項是 $3x^2 \cdot x^{-1} = 3x$ 和 $3x \cdot x^{-2} = 3x^{-1}$ ，合起來是 $3(x+x^{-1})$ 。
- 12 把 $(\sqrt{3}-1)^{-3}$ 寫成 $(\sqrt{3}-1)^{-4} \times (\sqrt{3}-1)$ ，則左式 $= [(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)]^{-4} \times (\sqrt{3}-1) = 2^{-4} \times (\sqrt{3}-1) = \frac{\sqrt{3}-1}{16}$ ，所以 $a = 16$ 。
- 兩個指數 -4 和 -3 不一樣，先湊成相同的指數，才能用 $(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1) = 2$ 。
- 13 $(25.7)^x = 1000$ 兩邊取 $\frac{1}{x}$ 次方： $25.7 = 1000^{\frac{1}{x}}$ 。同理 $0.0257 = 1000^{\frac{1}{y}}$ 。兩式相除： $\frac{25.7}{0.0257} = 1000^{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}}$ ，左邊等於 1000，所以 $1000^{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}} = 1000^1$ ， $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1$ 。
- 25.7 和 0.0257 的數字相同、只差小數點位置，相除剛好是 1000； x 、 y 本身不必求出來。
- 14 用指數律把每一項拆開，再用 $10^{\log k} = k$ ： $10^{\log 2 + \log 5} = 10^{\log 2} \times 10^{\log 5} = 2 \times 5 = 10$ ； $10^{\log 3 + \log 6} = 3 \times 6 = 18$ ； $10^{\log 6 - \log 2} = \frac{10^{\log 6}}{10^{\log 2}} = \frac{6}{2} = 3$ ； $10^{\log 8 - \log 2} = \frac{8}{2} = 4$ 。相加： $10 + 18 + 3 + 4 = 35$ 。
- 指數相加對應的是相乘、相減對應的是相除，不是 $2 + 5$ 、 $6 - 2$ 。
- 15 從最後一式往回代，都寫成 5 的次方。 $r^2 = 5^9$ ， $r > 0$ ，所以 $r = 5^{\frac{9}{2}}$ 。 $q^9 = r^{-8} = 5^{\frac{9}{2} \times (-8)} = 5^{-36}$ ， $q > 0$ ，所以 $q = 5^{-4}$ 。 $p^4 = q^{-3} = 5^{12}$ ， $p > 0$ ，所以 $p = 5^3 = 125$ 。
- p 、 q 、 r 都是正數，開偶次方時只取正的那一個。
- 16 $a = 10^{4.8}$ ， $b = 10^{2.5}$ ，所以 $ab = 10^{4.8+2.5} = 10^{7.3}$ ，介於 10^7 和 10^8 之間。 10^7 是 8 位數，所以 ab 的整數部分是 8 位數。
- 指數的整數部分是 7，位數要再加 1。

指數求值題把每個數都寫成同一個底數的次方；看到 $10^{\log k}$ 就換成 k ，看到 $\log N = n \dots$ 就知道 N 的整數部分是 $n+1$ 位數。



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自中正高中 114 學年度上學期高一第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。

御藍教育
ROYAL BLUE • EDUCATION



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/zzsh-114a-g10-1