

苑裡高中 114 學年度上學期 高一第一次段考



御藍教育

範圍：數與式（實數與循環小數、乘法公式與根式、絕對值、算幾不等式、指數、常用對數） · 單選題 5 題
(20 分)、複選題 4 題 (24 分)、填充題 14 題共 15 欄 (56 分，依答對欄數計分)

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版 (答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章) : royalblue-education.com/school-exams/ylsh-114a-g10-1

一、單選題 (每題 4 分，共 20 分)

1 設 a 、 b 為循環小數， $a = 0.\overline{12}$ 、 $b = 0.\overline{01}$ 。則 $a - b$ 的值是下列哪一個選項？

- (A) 0.11
- (B) 0.1111
- (C) $\frac{100}{999}$
- (D) $\frac{10}{99}$
- (E) $\frac{1}{9}$

2 $\sqrt{\frac{1}{5^2} + \frac{1}{4^2}} + 1$ 等於下列哪一個選項？

- (A) 1.01
- (B) 1.05
- (C) 1.1
- (D) 1.15
- (E) 1.21

3 已知一不等式的解如右圖斜線區域，試問下列哪一個選項為該不等式？

- (A) $|x - 3| > 2$
- (B) $|x - 3| < 2$
- (C) $|x - 3| \geq 2$
- (D) $|x - 3| \leq 2$
- (E) $|x - 2| > 3$



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/ylsh-114a-g10-1

- 4 在合適的環境下，草履蟲平均每 6 小時就可以分裂成原來的 2 倍。問：10 個草履蟲經過一整天之後將會變成多少個？

(A) 40
(B) 80
(C) 160
(D) 320
(E) 640

- 5 若在計算器中鍵入某正整數 N ，接著連按「 $\sqrt{\quad}$ 」鍵（取正平方根）3 次，視窗顯示得到答案為 2，則 N 等於下列哪一個選項？

(A) 2^3
(B) 2^4
(C) 2^6
(D) 2^8
(E) 2^{12}

二、複選題（每題 6 分，答錯一個選項扣 2 分，扣至該題 0 分為止，共 24 分）

- 6 設 a 、 b 為有理數， c 、 d 為無理數，下列哪些選項正確？

(A) $a + c$ 為無理數
(B) $c + d$ 為無理數
(C) ac 為無理數
(D) cd 為無理數
(E) 若 $a \neq 0$ ，則 $\frac{b}{a}$ 為有理數

- 7 選出正確的選項。

(A) $0.\overline{343}$ 不是有理數
(B) $0.\overline{34} > \frac{1}{3}$
(C) $0.\overline{34} > 0.343$
(D) $0.\overline{34} < 0.35$
(E) $0.\overline{34} = 0.3\overline{43}$



8 已知 a, b 為實數，且 $a < b$ ，則下列敘述哪些是正確的？

(A) $\frac{a+2b}{3} > \frac{2a+b}{3}$

(B) $\frac{a+b}{2} > \frac{2a+b}{3}$

(C) $\frac{a+b}{2} > \frac{a+b}{3}$

(D) $\frac{2a+3b}{5} < \frac{a+4b}{5}$

(E) $\frac{3a+2b}{5} < \frac{3a+4b}{7}$

9 設 $2^{0.3} = a$ ， $2^{0.01} = b$ ，則下列哪些選項正確？

(A) $a^5 = 2\sqrt{2}$

(B) $b^{100} = 2$

(C) $a^{10} = b^{300}$

(D) $a = b^{30}$

(E) $\frac{ab}{2} = 2^{-0.69}$

三、填充題（共 56 分） 計分方式：答對欄數 1~15 欄，所得分數依序為 6、12、17、22、27、31、35、39、42、45、48、50、52、54、56 分。（第 17 題的 (1)、(2) 各佔一欄）

10 將循環小數 $1.0\overline{25}$ 化成最簡分數。

11 利用乘法公式，因式分解 $x^3 + 8y^3$ 。

12 已知地球質量約為 5.9724×10^{24} 公斤，且火星質量約為 6.4185×10^{23} 公斤，問：地球質量比火星大多少公斤？（四捨五入到小數點以下第 2 位，並以科學記號表示）

13 化簡 $\sqrt{8 - 2\sqrt{15}}$ 。

14 已知 a, b 是正實數，且 $ab = 10$ ，求 $5a + 2b$ 的最小值。



- 15 數線上有 $A(1)$ 、 $B(11)$ 兩點，若另一點 $P(x)$ 滿足 $\overline{AP} : \overline{PB} = 2 : 3$ ，求 x 。(有 2 解)

- 16 求 $10^{\log 2025}$ 的值。

- 17 利用指數律，求下列各式的值：(1) $\sqrt[7]{27\sqrt{3}}$ (2) $\frac{(0.01)^{1.3} \times 10^{0.4}}{100^{-0.1}}$ 。

- 18 已知 $a > 0$ ，且 $a - a^{-1} = 1$ ，求 $a + a^{-1}$ 的值。

- 19 心理學家常用 $L(t) = a(1 - 10^{-bt})$ 這個數學模式，來描述人類經過 t 星期的學習後所得到的學習量。已知小華一星期後可以背熟 75 個單字，且兩星期後可以背熟 135 個單字，推算小華三星期後可以背熟多少個單字？

- 20 已知 $7 \approx 10^{0.8451}$ ，求 7^{100} 的位數。

- 21 已知 $b = \log 5$ ，求 1000^b 的值。

- 22 解方程式 $|x + 5| + x - 1 = 0$ 。



23 解不等式 $|x - 4| < x$ 。



御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/ylsh-114a-g10-1

答案一覽

第 1 題 (E)

第 2 題 (B)

第 3 題 (A)

第 4 題 (C)

第 5 題 (D)

第 6 題 (A)(E)

第 7 題 (B)(C)(D)(E)

第 8 題 (A)(B)(D)(E)

第 9 題 (A)(B)(C)(D)(E)

第 10 題 $\frac{203}{198}$

第 11 題 $(x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2)$

第 12 題 5.33×10^{24}

第 13 題 $\sqrt{5} - \sqrt{3}$

第 14 題 20

第 15 題 5 或 -19

第 16 題 2025

第 17 題 (1) $\sqrt{3}$ (2) $\frac{1}{100}$

第 18 題 $\sqrt{5}$

第 19 題 183

第 20 題 85

第 21 題 125

第 22 題 $x = -2$

第 23 題 $x > 2$



對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。(不用註冊)
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit (可以先把姓名、座號遮掉)

單選題 (第 1~5 題)：循環小數、根式、絕對值與指數

- 1 兩位一循環的純循環小數，分母是 99： $a = 0.\overline{12} = \frac{12}{99}$ ， $b = 0.\overline{01} = \frac{1}{99}$ 。相減： $a - b = \frac{11}{99} = \frac{1}{9}$ ，選 (E)。

也可以直接對齊相減： $0.121212\ldots - 0.010101\ldots = 0.111111\ldots = 0.\overline{1} = \frac{1}{9}$ 。(A)、(B) 是有限小數，都比 $0.\overline{1}$ 小。

- 2 根號內通分，公分母 $5^2 \times 4^2 = 400$ ： $\frac{1}{25} + \frac{1}{16} + 1 = \frac{16 + 25 + 400}{400} = \frac{441}{400}$ 。 $441 = 21^2$ 、 $400 = 20^2$ ，所以原式 $= \frac{21}{20} = 1.05$ ，選 (B)。

- 3 圖中斜線在 1 的左邊和 5 的右邊，兩個端點都是空心圓，所以解是 $x < 1$ 或 $x > 5$ 。1 和 5 的中點是 3，到中點的距離是 2；解是「到 3 的距離大於 2」的點，寫成 $|x - 3| > 2$ ，選 (A)。

空心圓表示不含端點，所以不是 (C) 的 $\geq$ 。(E) $|x - 2| > 3$ 的解是 $x < -1$ 或 $x > 5$ ，左端點不對。

- 4 一整天是 24 小時， $24 \div 6 = 4$ ，共分裂 4 次，每次變成 2 倍。數量 $= 10 \times 2^4 = 160$ 個，選 (C)。

- 5 取一次正平方根相當於 $\frac{1}{2}$ 次方，連按 3 次就是 $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$ 次方： $N^{\frac{1}{8}} = 2$ 。兩邊同取 8 次方得 $N = 2^8$ ，選 (D)。

倒著推也可以：最後是 2，前一步是 $2^2 = 4$ ，再前一步是 $4^2 = 16$ ，一開始是 $16^2 = 256 = 2^8$ 。

絕對值不等式和數線上的範圍互換時，先找兩個端點的中點和半徑： $|x - \text{中點}|$ 和半徑比大小，空心用 $>$ 或 $<$ ，實心用 $\geq$ 或 $\leq$ 。

複選題 (第 6~9 題)：有理數與無理數、比大小、指數律

- 6 (A) 對：如果 $a + c$ 是有理數，那麼 $c = (a + c) - a$ 是兩個有理數相減，會是有理數，和 c 是無理數矛盾。(B) 錯：取 $c = \sqrt{2}$ 、 $d = -\sqrt{2}$ ， $c + d = 0$ 是有理數。(C) 錯：取 $a = 0$ ， $ac = 0$ 是有理數。(D) 錯：取 $c = d = \sqrt{2}$ ， $cd = 2$ 是有理數。(E) 對：有理數除以不是 0 的有理數，結果仍是有理數。答案 (A)(E)。

(C) 的條件如果加上 $a \neq 0$ 就會成立；題目沒有這個條件，所以 $a = 0$ 是反例。

- 7 $0.\overline{34} = 0.343434\ldots$ 。(A) 錯：循環小數都可以化成分數，是有理數。(B) 對： $\frac{1}{3} = 0.3333\ldots$ ，在小數第二位 $4 > 3$ 。(C) 對： $0.343434\ldots$ 和 $0.343000\ldots$ 前三位相同，第四位 $4 > 0$ 。(D) 對：小數第二位 $4 < 5$ 。(E) 對： $0.\overline{343} = 0.3434343\ldots$ ，和 $0.\overline{34}$ 每一位都相同。答案 (B)(C)(D)(E)。

(E) 用分數確認： $0.\overline{34} = \frac{34}{99}$ ； $0.\overline{343} = \frac{343 - 3}{990} = \frac{340}{990} = \frac{34}{99}$ ，兩者相等。



- 8 比大小用「左邊減右邊」看正負，並利用 $b - a > 0$ 。(A) $\frac{a+2b}{3} - \frac{2a+b}{3} = \frac{b-a}{3} > 0$ ，對。(B) $\frac{a+b}{2} - \frac{2a+b}{3} = \frac{3(a+b) - 2(2a+b)}{6} = \frac{b-a}{6} > 0$ ，對。(C) $\frac{a+b}{2} - \frac{a+b}{3} = \frac{a+b}{6}$ ，正負要看 $a+b$ ；例如 $a = -2, b = -1$ 時左邊 $-\frac{3}{2}$ 小於右邊 -1 ，錯。(D) $\frac{a+4b}{5} - \frac{2a+3b}{5} = \frac{b-a}{5} > 0$ ，對。(E) $\frac{3a+4b}{7} - \frac{3a+2b}{5} = \frac{5(3a+4b) - 7(3a+2b)}{35} = \frac{6(b-a)}{35} > 0$ ，對。答案 (A)(B)(D)(E)。
- (A)(B)(D)(E) 的兩邊都是數線上 a, b 之間的分點，比較靠近 b 的那個比較大；(C) 的右邊 $\frac{a+b}{3}$ 不是分點（係數和不是 1），所以不能用位置判斷。
- 9 (A) $a^5 = 2^{0.3 \times 5} = 2^{1.5} = 2 \times 2^{0.5} = 2\sqrt{2}$ ，對。(B) $b^{100} = 2^{0.01 \times 100} = 2^1 = 2$ ，對。(C) $a^{10} = 2^3$ ， $b^{300} = 2^{0.01 \times 300} = 2^3$ ，相等，對。(D) $b^{30} = 2^{0.01 \times 30} = 2^{0.3} = a$ ，對。(E) $\frac{ab}{2} = 2^{0.3+0.01-1} = 2^{-0.69}$ ，對。五個選項都正確，答案 (A)(B)(C)(D)(E)。

判斷「必為無理數」這類敘述，要找反例先試 0 和互為相反數、互相抵消的無理數（ $\sqrt{2}$ 與 $-\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{2} \times \sqrt{2}$ ）。

填充第 10~13 題：循環小數、乘法公式、科學記號與雙重根號

- 10 設 $x = 1.0\overline{25} = 1.0252525 \dots$ 。 $10x = 10.252525 \dots$ ， $1000x = 1025.252525 \dots$ ，相減得 $990x = 1015$ ，所以 $x = \frac{1015}{990} = \frac{203}{198}$ （分子分母同除以 5）。
 $203 = 7 \times 29$ ， $198 = 2 \times 3^2 \times 11$ ，沒有共同的因數，已經是最簡分數。
- 11 $8y^3 = (2y)^3$ ，套用立方和公式 $A^3 + B^3 = (A+B)(A^2 - AB + B^2)$ ，取 $A = x, B = 2y: x^3 + 8y^3 = (x+2y)(x^2 - 2xy + 4y^2)$ 。
 第二個括號的中間項是 $-AB = -2xy$ ，不是 $-4xy$ ；最後一項是 $(2y)^2 = 4y^2$ 。
- 12 先把兩數化成相同的 10 的次方： $6.4185 \times 10^{23} = 0.64185 \times 10^{24}$ 。相減： $(5.9724 - 0.64185) \times 10^{24} = 5.33055 \times 10^{24}$ 。四捨五入到小數點以下第 2 位，得 5.33×10^{24} 公斤。
 次方不同時係數不能直接相減； $5.9724 - 6.4185$ 是錯的算法。
- 13 找兩個數，和為 8、積為 15：5 和 3。 $8 - 2\sqrt{15} = 5 + 3 - 2\sqrt{5 \times 3} = (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2$ 。因為 $\sqrt{5} > \sqrt{3}$ ，所以 $\sqrt{8 - 2\sqrt{15}} = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ 。
 開根號的結果不能是負的，所以要寫成大的減小的 $\sqrt{5} - \sqrt{3}$ ，不能寫 $\sqrt{3} - \sqrt{5}$ 。

雙重根號 $\sqrt{p \pm 2\sqrt{q}}$ ：找兩個正數，和為 p 、積為 q ，答案是它們的平方根相加或相減（大減小）。

填充第 14~19 題：算幾不等式、分點、指數與對數的求值

- 14 $5a, 2b$ 都是正數，由算幾不等式 $\frac{5a+2b}{2} \geq \sqrt{5a \cdot 2b} = \sqrt{10ab} = \sqrt{100} = 10$ ，所以 $5a + 2b \geq 20$ 。等號在 $5a = 2b = 10$ ，即 $a = 2, b = 5$ 時成立（此時 $ab = 10$ 符合條件），所以最小值是 20。
 要對 $5a$ 和 $2b$ 這兩項用算幾不等式，乘積 $10ab$ 才會是定值；求極值時要確認等號取得到。



- 15 $\overline{AP} : \overline{PB} = 2 : 3$ 就是 $3|x-1| = 2|x-11|$ 。P 在 A、B 之間時： $3(x-1) = 2(11-x)$ ， $5x = 25$ ， $x = 5$ 。P 在 $\overline{AB}$ 外面時，因為 $\overline{AP} < \overline{PB}$ ，P 比較靠近 A，在 A 的左邊： $3(1-x) = 2(11-x)$ ， $x = -19$ 。所以 $x = 5$ 或 -19 。

驗算： $x = 5$ 時 $\overline{AP} = 4$ 、 $\overline{PB} = 6$ ； $x = -19$ 時 $\overline{AP} = 20$ 、 $\overline{PB} = 30$ ，比都是 $2 : 3$ 。P 不可能在 B 的右邊，因為那樣 $\overline{AP} > \overline{PB}$ 。

- 16 $\log 2025$ 的意思是「10 的幾次方等於 2025」的那個次方，所以 $10^{\log 2025} = 2025$ 。

- 17 (1) $27\sqrt{3} = 3^3 \times 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{7}{2}}$ ，所以 $\sqrt[7]{27\sqrt{3}} = \left(3^{\frac{7}{2}}\right)^{\frac{1}{7}} = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$ 。(2) 全部化成 10 的次方： $(0.01)^{1.3} = (10^{-2})^{1.3} = 10^{-2.6}$ ， $100^{-0.1} = (10^2)^{-0.1} = 10^{-0.2}$ 。原式 $= 10^{-2.6+0.4-(-0.2)} = 10^{-2} = \frac{1}{100}$ 。

(2) 分母的 $10^{-0.2}$ 移到分子時指數變號，是加 0.2。

- 18 $(a+a^{-1})^2 = a^2 + 2 + a^{-2}$ ， $(a-a^{-1})^2 = a^2 - 2 + a^{-2}$ ，兩式相差 4。所以 $(a+a^{-1})^2 = (a-a^{-1})^2 + 4 = 1 + 4 = 5$ 。因為 $a > 0$ ， $a+a^{-1} > 0$ ，所以 $a+a^{-1} = \sqrt{5}$ 。

平方之後有 $\pm\sqrt{5}$ 兩個可能，要用 $a > 0$ 捨去負的。(實際上 $a = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 。)

- 19 令 $r = 10^{-b}$ ，則 $10^{-2b} = r^2$ 、 $10^{-3b} = r^3$ 。由條件： $a(1-r) = 75$ ， $a(1-r^2) = 135$ 。因為 $1-r^2 = (1-r)(1+r)$ ，兩式相除得 $1+r = \frac{135}{75} = \frac{9}{5}$ ， $r = \frac{4}{5}$ ，代回得 $a = 75 \div \frac{1}{5} = 375$ 。三星期後：
 $L(3) = a(1-r^3) = 375 \times \left(1 - \frac{64}{125}\right) = 375 \times \frac{61}{125} = 183$ 個。

不需要把 b 求出來，把 10^{-b} 整個當成一個數 r 就可以。每星期新增的單字是 75、60、48，每次是前一次的 $\frac{4}{5}$ 。

指數求值題先把每一項化成同一個底數的次方，再用指數律把次方相加減；已知條件裡重複出現的整塊（如 10^{-b} ）可以先設成一個文字。

填充第 20~23 題：位數、對數與絕對值

- 20 $7^{100} \approx (10^{0.8451})^{100} = 10^{84.51} = 10^{0.51} \times 10^{84}$ 。 $10^{0.51}$ 介於 1 和 10 之間，所以 $10^{84} \leq 7^{100} < 10^{85}$ ， 7^{100} 是 85 位數。

10^{84} 是 1 後面 84 個 0，共 85 位；位數是指數的整數部分再加 1。

- 21 $b = \log 5$ 表示 $10^b = 5$ 。 $1000^b = (10^3)^b = (10^b)^3 = 5^3 = 125$ 。

- 22 依 $x+5$ 的正負分段。當 $x \geq -5$ ： $|x+5| = x+5$ ，方程式變成 $(x+5) + x - 1 = 0$ ， $2x = -4$ ， $x = -2$ ，符合 $x \geq -5$ 。當 $x < -5$ ： $|x+5| = -(x+5)$ ，方程式變成 $-x-5+x-1=0$ ，即 $-6=0$ ，不成立，無解。所以 $x = -2$ 。

驗算： $|-2+5| + (-2) - 1 = 3 - 3 = 0$ 。分段解出來的答案要檢查是否落在該段的範圍內。

- 23 依 $x-4$ 的正負分段。當 $x \geq 4$ ：不等式變成 $x-4 < x$ ，即 $-4 < 0$ ，恆成立，所以 $x \geq 4$ 都是解。當 $x < 4$ ：不等式變成 $4-x < x$ ， $2x > 4$ ， $x > 2$ ，和 $x < 4$ 合起來是 $2 < x < 4$ 。兩段合併得 $x > 2$ 。

幾何意義： $|x-4| < x$ 表示 x 到 4 的距離小於 x 到 0 的距離（ x 必須是正的），也就是 x 在 0 和 4 的中點 2 的右邊。



絕對值的式子另一邊含有 x 時，依絕對值裡面的正負分段去掉絕對值，每一段解完要和該段的範圍取共同部分，最後再把各段合併。



御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自苑裡高中 114 學年度上學期高一第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。

御藍教育
ROYAL BLUE • EDUCATION



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/ylish-114a-g10-1