

瀛海高中 114 學年度上學期 高一第一次段考



御藍教育

範圍：數與式（實數與數線、絕對值、乘法公式與根式、算幾不等式、指數） · 單選題 5 題（25 分）、多重選擇題 4 題（24 分）、填充題 8 題（40 分）、混合題 1 題組 2 小題（11 分）

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/yhsh-114a-g10-1

一、單選題（一題 5 分，共 25 分）

1 設 $-\frac{5}{2} < x < \frac{7}{2}$ ，則 $\sqrt{(2x+5)^2} + |2x-7| = ?$

- (A) $4x^2 + 22x + 18$
- (B) -2
- (C) 12
- (D) $4x + 12$
- (E) $4x - 2$

2 化簡 $\frac{\left(\frac{32}{243}\right)^{\frac{3}{5}} \times \left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}}{8^{-\frac{2}{3}}} = ?$

- (A) $\frac{16}{3}$
- (B) $\frac{8}{3}$
- (C) $\frac{4}{3}$
- (D) $\frac{2}{3}$
- (E) $\frac{1}{3}$

3 有一個矩形面積為 $125a^3 + 27b^3 + 8$ ，剪去邊長為 $2\sqrt{2}$ 的正方形，若有一新矩形面積與剩下的圖形相同，下列哪一個選項可能為新矩形的周長？（ $a > 0, b > 0$ ）

- (A) $5a + 3b$
- (B) $25a^2 - 15ab + 9b^2$
- (C) $125a^3 + 27b^3$
- (D) $2[(5a + 3b) + (25a^2 - 30ab + 9b^2)]$
- (E) $2[(5a + 3b) + (25a^2 - 15ab + 9b^2)]$



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/yhsh-114a-g10-1

4 將有理數 $\frac{3}{13}$ 化成循環小數，小數點後第 100 位數字為？

- (A) 2
- (B) 3
- (C) 0
- (D) 7
- (E) 6

5 大雄看到花蓮馬太鞍溪堰塞湖潰堤災情後決定出一份力，他找多拉 A 夢借了「成倍增加液」，這個藥水可以讓物品的數量每隔一小時增加 3 倍（即變為原來的 4 倍）；如果 8 個銅鑼燒滴了這種藥水，那麼一天（24 小時）後其數量就可以裝滿一台物資運輸車，但是大雄只有一個銅鑼燒，請問他最少要等待多少時間才能讓其數量裝滿一台物資運輸車？

- (A) 24 ~ 25 小時之間
- (B) 25 ~ 26 小時之間
- (C) 26 ~ 27 小時之間
- (D) 35 ~ 36 小時之間
- (E) 36 ~ 37 小時之間

二、多重選擇題（一題 6 分，共 24 分，6-3.6-1.2-0）（本頁第 6~9 題依序為原卷多重選擇題第 1~4 題）

6 設實數 a 、 b 滿足 $0 < a < 1$ ， $0 < b < 1$ ，則下列選項哪些必定為真？

- (A) $0 < a + b < 2$
- (B) $0 < ab < 1$
- (C) $-1 < b - a < 0$
- (D) $0 < \frac{a}{b} < 1$
- (E) $-1 < a - b < 1$

7 已知 $f(x) = 3^x$ ，則下列何者正確？

- (A) $f(m+n) = f(m) \cdot f(n)$
- (B) $f(m+n) = f(m) + f(n)$
- (C) $f(m) = 72$ ， $f(n) = 8$ ，則 $f(m-n) = 9$
- (D) $f(m^n) = f(m) \cdot f(n)$
- (E) $f(-m) = \frac{1}{f(m)}$



8 下列各方程式中，請選出有實數解的選項。

(A) $|x| + |x - 5| = 1$

(B) $|x| - |x - 5| = 1$

(C) $|x| - |x - 5| = -1$

(D) $|x| + |x - 5| = 6$

(E) $|x| - |x - 5| = 6$

9 請選出下列敘述正確的選項。

(A) $0.\overline{24} + 0.\overline{76} = 1$

(B) 若 a^{100} 、 a^{97} 、 a^{95} 均為有理數，則 a 必為有理數

(C) $\sqrt{17 - 12\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} - 3$

(D) 設 a 、 b 為有理數，且 $a + b\sqrt{2} = 0$ ，則 $a = b = 0$

(E) 若 $x > 0$ ， $2^x + 2^{-x}$ 有最小值 1

三、填充題（一格 5 分，共 40 分）（本頁第 10~17 題依序為原卷填充題第 1~8 題）

10 數線上有 A 、 B 、 C 三點，其中 B 在 $\overline{AC}$ 上，且 $\overline{AB} : \overline{BC} = 3 : 2$ ，已知 $A(-4)$ 、 $B(x)$ 、 $C(6)$ ，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

11 設 $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$ 的整數部分為 a ，純小數部分為 b ，則 $a + \frac{b^2}{1-b}$ 之值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

12 設 a 、 b 為實數，若 $|ax + 3| \geq b$ 之解為 $x \leq 2$ 或 $x \geq 6$ ，求 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

13 不等式 $2|x + 1| - |x - 2| < 7$ 的解為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

14 若 $\frac{x^2 + x + 2}{2} = \sqrt{x^2(x + 2)}$ ，則所有滿足的 x 總和為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



15 若 x 是實數， $x + x^{-1} = \sqrt{5}$ ，則 $x^5 + x^{-5} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

16 解方程式 $2(4^x + 4^{-x}) - 7(2^x + 2^{-x}) + 10 = 0$ ，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

17 已知 $(16 + 6 \times 7^{\frac{1}{2}})^{\frac{3}{2}} = n + b$ ，其中 n 為整數， $0 < b < 1$ ，則 $n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

四、混合題（共 11 分）（本頁第 18、19 題依序為原卷混合題第 (1)、(2) 小題）

混合題 氣體質量擴散率 D 和絕對溫度 T 的關係可以用 $D = k \times T^{\frac{2}{3}}$ 表示，且 k 為常數，已知當絕對溫度 $T = 343$ 度時，氧氣的氣體擴散率 $0.175 \text{ (cm}^2/\text{s)}$ 。

18 (1) k 常數是多少？

19 (2) 當氧氣的氣體擴散率為 $0.1 \text{ (cm}^2/\text{s)}$ 時，此時的絕對溫度是多少？



網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/yhsh-114a-g10-1

答案一覽

- 第 1 題 (C)
第 2 題 (B)
第 3 題 (E)
第 4 題 (D)
第 5 題 (B)
第 6 題 (A)(B)(E)
第 7 題 (A)(C)(E)
第 8 題 (B)(C)(D)
第 9 題 (B)(D)
第 10 題 2
第 11 題 5
第 12 題 $a = -\frac{3}{4}, b = \frac{3}{2}$
第 13 題 $-11 < x < 3$
第 14 題 1
第 15 題 $5\sqrt{5}$
第 16 題 0
第 17 題 179
第 18 題 $k = \frac{1}{280}$
第 19 題 $T = 56\sqrt{7}$ (度)

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。(不用註冊)
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit (可以先把姓名、座號遮掉)



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練
網頁版：royalblue-education.com/school-exams/yhsh-114a-g10-1

單選 1~5：去絕對值、指數化簡、立方和、循環小數

- 1 答案 (C)。 $\sqrt{(2x+5)^2} = |2x+5|$ 。由 $-\frac{5}{2} < x < \frac{7}{2}$ 得 $2x+5 > 0$ 、 $2x-7 < 0$ ，所以 $|2x+5| = 2x+5$ ， $|2x-7| = -(2x-7) = 7-2x$ 。相加： $(2x+5) + (7-2x) = 12$ 。
 $\sqrt{A^2} = |A|$ ，不是 A ；去絕對值之前先由 x 的範圍判斷裡面的正負。
- 2 答案 (B)。 $\frac{32}{243} = \left(\frac{2}{3}\right)^5$ ，所以 $\left(\frac{32}{243}\right)^{\frac{3}{5}} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$ 。 $\frac{8}{27} = \left(\frac{2}{3}\right)^3$ ，所以 $\left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{9}{4}$ 。分母 $8^{-\frac{2}{3}} = (2^3)^{-\frac{2}{3}} = 2^{-2} = \frac{1}{4}$ 。原式 $= \frac{8}{27} \times \frac{9}{4} \div \frac{1}{4} = \frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3}$ 。
- 3 答案 (E)。正方形面積是 $(2\sqrt{2})^2 = 8$ ，剩下的面積是 $125a^3 + 27b^3 = (5a)^3 + (3b)^3$ 。用立方和公式分解： $(5a+3b)(25a^2-15ab+9b^2)$ 。新矩形的兩邊可以取 $5a+3b$ 與 $25a^2-15ab+9b^2$ （兩者都是正的），周長就是 $2[(5a+3b) + (25a^2-15ab+9b^2)]$ 。
立方和公式 $x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$ 的中間項是 $-xy$ ，這裡是 $-15ab$ ；(D) 的 $-30ab$ 是完全平方 $(5a-3b)^2$ 的中間項。
- 4 答案 (D)。直式除法得 $\frac{3}{13} = 0.\overline{230769}$ ，循環節有 6 位。 $100 = 6 \times 16 + 4$ ，所以第 100 位就是循環節的第 4 位。循環節依序是 2, 3, 0, 7, 6, 9，第 4 位是 7。
- 5 答案 (B)。每小時變為 4 倍， t 小時後變為 4^t 倍。8 個放 24 小時是 8×4^{24} 個，這就是裝滿一車的數量。因為 $8 = 2^3 = 4^{\frac{3}{2}}$ ，所以 $8 \times 4^{24} = 4^{25.5}$ 。只有 1 個時， t 小時後是 4^t 個，要達到 $4^{25.5}$ 需要 $t = 25.5$ 小時，在 25 ~ 26 小時之間。
也可以用整數小時檢查：25 小時後是 $4^{25} = 4 \times 4^{24}$ ，比 8×4^{24} 少；26 小時後是 16×4^{24} ，已經超過。所以是在第 25 到第 26 小時之間裝滿。

多重選擇（第 6~9 題）：不等式、指數律、絕對值與有理數的判斷

- 6 答案 (A)(B)(E)。(A) 對：兩式相加得 $0 < a+b < 2$ 。(B) 對： a 、 b 都是正數所以 $ab > 0$ ；又 $b < 1$ 且 $a > 0$ ，所以 $ab < a < 1$ 。(C) 錯：取 $a = 0.2$ 、 $b = 0.7$ ， $b-a = 0.5 > 0$ 。(D) 錯：取 $a = 0.9$ 、 $b = 0.1$ ， $\frac{a}{b} = 9$ 。(E) 對：由 $0 < b < 1$ 得 $-1 < -b < 0$ ，和 $0 < a < 1$ 相加得 $-1 < a-b < 1$ 。
不等式可以同向相加，不能直接相減或相除；要算 $a-b$ 時，先把 b 的範圍改寫成 $-b$ 的範圍再相加。
- 7 答案 (A)(C)(E)。(A) 對： $f(m+n) = 3^{m+n} = 3^m \cdot 3^n = f(m) \cdot f(n)$ 。(B) 錯：取 $m = n = 1$ ， $f(2) = 9$ ，但 $f(1) + f(1) = 6$ 。(C) 對： $f(m-n) = 3^{m-n} = \frac{3^m}{3^n} = \frac{72}{8} = 9$ 。(D) 錯：取 $m = 2$ 、 $n = 1$ ， $f(2^1) = 9$ ，但 $f(2) \cdot f(1) = 27$ 。(E) 對： $f(-m) = 3^{-m} = \frac{1}{3^m} = \frac{1}{f(m)}$ 。
- 8 答案 (B)(C)(D)。 $|x|$ 是數線上 x 到 0 的距離， $|x-5|$ 是 x 到 5 的距離。距離的和 $|x| + |x-5|$ 最小是 5 (x 在 0 和 5 之間時)，而且可以是任何不小於 5 的數，所以 (A) = 1 無解、(D) = 6 有解（例如 $x = 5.5$ ： $5.5 + 0.5 = 6$ ）。距離的差 $|x| - |x-5|$ 介於 -5 和 5 之間： $x \leq 0$ 時是 -5， $x \geq 5$ 時是 5， $0 \leq x \leq 5$ 時是 $2x-5$ 。所以 (B) 有解 ($2x-5 = 1$ ， $x = 3$)、(C) 有解 ($2x-5 = -1$ ， $x = 2$)、(E) = 6 無解。



- 9 答案 (B)(D)。(A) 錯： $0.\overline{24} = \frac{24}{99}$ 、 $0.\overline{76} = \frac{76}{99}$ ，相加是 $\frac{100}{99} = 1.\overline{01}$ 。(B) 對： $a = 0$ 時是有理數； $a \neq 0$ 時 $a^3 = \frac{a^{100}}{a^{97}}$ 、 $a^2 = \frac{a^{97}}{a^{95}}$ 都是有理數相除，仍是有理數，所以 $a = \frac{a^3}{a^2}$ 也是有理數。(C) 錯： $\sqrt{17-12\sqrt{2}} = \sqrt{17-2\sqrt{72}} = \sqrt{9}-\sqrt{8} = 3-2\sqrt{2}$ ； $2\sqrt{2}-3 < 0$ ，根號開出來不會是負數。(D) 對：若 $b \neq 0$ ，則 $\sqrt{2} = -\frac{a}{b}$ 是有理數，矛盾；所以 $b = 0$ ，代回得 $a = 0$ 。(E) 錯：由算幾不等式 $2^x + 2^{-x} \geq 2\sqrt{2^x \cdot 2^{-x}} = 2$ ，值不會小於 2，不可能有最小值 1。
- (E) 的等號要 $2^x = 2^{-x}$ 也就是 $x = 0$ 才成立，而題目限定 $x > 0$ ，所以 $2^x + 2^{-x} > 2$ ，連最小值都不存在。

填充 (第 10~13 題)：分點、雙重根號、絕對值不等式

- 10 B 在 $\overline{AC}$ 上且 $\overline{AB} : \overline{BC} = 3 : 2$ ，由分點公式 $x = \frac{2 \times (-4) + 3 \times 6}{3 + 2} = \frac{10}{5} = 2$ 。檢查： $\overline{AB} = 2 - (-4) = 6$ ， $\overline{BC} = 6 - 2 = 4$ ， $6 : 4 = 3 : 2$ 。
- 11 $7 + 4\sqrt{3} = 7 + 2\sqrt{12}$ ，找兩數和 7、積 12：4 和 3，所以 $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} = \sqrt{4} + \sqrt{3} = 2 + \sqrt{3}$ 。 $1 < \sqrt{3} < 2$ ，所以 $3 < 2 + \sqrt{3} < 4$ ，整數部分 $a = 3$ ，小數部分 $b = (2 + \sqrt{3}) - 3 = \sqrt{3} - 1$ 。 $b^2 = 4 - 2\sqrt{3} = 2(2 - \sqrt{3})$ ， $1 - b = 2 - \sqrt{3}$ ，所以 $\frac{b^2}{1 - b} = 2$ ，所求 $= 3 + 2 = 5$ 。
- 12 解是「 $x \leq 2$ 或 $x \geq 6$ 」，兩個端點的中點是 4，到中點的距離是 2，所以解等於 $|x - 4| \geq 2$ 。要讓常數項變成 +3，兩邊同乘以 $\frac{3}{4}$ ： $\left|\frac{3}{4}x - 3\right| \geq \frac{3}{2}$ ，也就是 $\left|-\frac{3}{4}x + 3\right| \geq \frac{3}{2}$ 。和 $|ax + 3| \geq b$ 對照，得 $a = -\frac{3}{4}$ 、 $b = \frac{3}{2}$ 。
- $\left|\frac{3}{4}x - 3\right|$ 和 $\left|-\frac{3}{4}x + 3\right|$ 相等，要配合題目的「+3」選後者，所以 a 是負的。
- 13 以 $x = -1$ 、 $x = 2$ 分三段。① $x \geq 2$ ： $2(x+1) - (x-2) = x+4 < 7$ ，得 $x < 3$ ，這一段的解是 $2 \leq x < 3$ 。② $-1 \leq x < 2$ ： $2(x+1) + (x-2) = 3x < 7$ ，得 $x < \frac{7}{3}$ ，這一段全部都滿足，解是 $-1 \leq x < 2$ 。③ $x < -1$ ： $-2(x+1) + (x-2) = -x-4 < 7$ ，得 $x > -11$ ，解是 $-11 < x < -1$ 。三段合起來是 $-11 < x < 3$ 。
- 每一段解出來的範圍要和那一段本身的範圍取共同部分，最後再把三段合併。

絕對值不等式的解如果是「兩端向外」，先找兩個端點的中點和半徑，寫成 $|x - \text{中點}| \geq \text{半徑}$ ，再乘上適當的數去配合題目的形式。

填充 (第 14~17 題)：算幾不等式的等號、對稱式、指數方程式

- 14 令 $A = x^2$ 、 $B = x + 2$ ，原式是 $\frac{A+B}{2} = \sqrt{AB}$ ，正好是算幾不等式等號成立的情形，所以 $A = B$ 。直接算也可以：左邊 $x^2 + x + 2$ 恆為正，兩邊平方得 $(A+B)^2 = 4AB$ ，移項得 $(A-B)^2 = 0$ ，所以 $A = B$ 。 $x^2 = x + 2$ ， $(x-2)(x+1) = 0$ ， $x = 2$ 或 $x = -1$ 。代回檢查： $x = 2$ 時兩邊都是 4； $x = -1$ 時兩邊都是 1。總和 $2 + (-1) = 1$ 。
- 兩個解都要代回原式檢查（根號裡不能是負的、平方可能產生增根），這一題兩個都成立。



- 15 平方： $x^2 + x^{-2} = (x + x^{-1})^2 - 2 = 5 - 2 = 3$ 。三次方： $x^3 + x^{-3} = (x + x^{-1})^3 - 3(x + x^{-1}) = 5\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$ 。把這兩個相乘： $(x^2 + x^{-2})(x^3 + x^{-3}) = x^5 + x^{-5} + x + x^{-1}$ ，所以 $x^5 + x^{-5} = 3 \times 2\sqrt{5} - \sqrt{5} = 5\sqrt{5}$ 。

二次和三次相乘會多出 $x^{-1} + x$ 這兩項，要記得減掉。

- 16 令 $t = 2^x + 2^{-x}$ ，則 $t^2 = 4^x + 2 + 4^{-x}$ ，所以 $4^x + 4^{-x} = t^2 - 2$ 。代入： $2(t^2 - 2) - 7t + 10 = 0$ ， $2t^2 - 7t + 6 = 0$ ， $(2t - 3)(t - 2) = 0$ ， $t = \frac{3}{2}$ 或 $t = 2$ 。由算幾不等式 $t = 2^x + 2^{-x} \geq 2$ ，所以 $t = \frac{3}{2}$ 不合。 $t = 2$ 時 $2^x + 2^{-x} = 2$ ，兩邊乘以 2^x ： $(2^x)^2 - 2 \cdot 2^x + 1 = 0$ ， $(2^x - 1)^2 = 0$ ， $2^x = 1$ ， $x = 0$ 。代換之後要檢查 t 的範圍： $2^x + 2^{-x}$ 不會小於 2。

- 17 $16 + 6\sqrt{7} = 16 + 2\sqrt{63}$ ，找兩數和 16、積 63：9 和 7，所以 $16 + 6\sqrt{7} = (3 + \sqrt{7})^2$ ，原式 = $(3 + \sqrt{7})^3$ 。展開： $27 + 3 \times 9 \times \sqrt{7} + 3 \times 3 \times 7 + 7\sqrt{7} = 90 + 34\sqrt{7}$ 。 $34\sqrt{7} = \sqrt{34^2 \times 7} = \sqrt{8092}$ ，而 $89^2 = 7921 < 8092 < 8100 = 90^2$ ，所以 $89 < 34\sqrt{7} < 90$ 。因此 $179 < 90 + 34\sqrt{7} < 180$ ， $n = 179$ 。

$\frac{3}{2}$ 次方先看「開根號再三次方」；估計 $34\sqrt{7}$ 時把 34 收進根號裡比較平方數，比用 $\sqrt{7} \approx 2.646$ 去乘更可靠。

看到 $2^x + 2^{-x}$ 、 $x + x^{-1}$ 這種「互為倒數的兩項相加」，就把它當成一個整體，用平方、立方把高次的式子換成它的式子。

混合題 (第 18、19 題)：分數指數的應用

- 18 (1) $343 = 7^3$ ，所以 $343^{\frac{2}{3}} = (7^3)^{\frac{2}{3}} = 7^2 = 49$ 。代入 $D = k \times T^{\frac{2}{3}}$ ： $0.175 = k \times 49$ 。 $0.175 = \frac{175}{1000} = \frac{7}{40}$ ，所以 $k = \frac{7}{40} \times \frac{1}{49} = \frac{1}{280}$ 。
- 19 (2) 代入 $D = 0.1$ 、 $k = \frac{1}{280}$ ： $0.1 = \frac{1}{280} \times T^{\frac{2}{3}}$ ， $T^{\frac{2}{3}} = 28$ 。兩邊同取 $\frac{3}{2}$ 次方： $T = 28^{\frac{3}{2}} = 28\sqrt{28} = 28 \times 2\sqrt{7} = 56\sqrt{7}$ (度)，大約是 148 度。
- $T^{\frac{2}{3}} = 28$ 要解出 T ，是兩邊取 $\frac{3}{2}$ 次方 ($\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$)，不是取 $\frac{2}{3}$ 次方。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自瀛海高中 114 學年度上學期高一第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/yhsh-114a-g10-1