

文華高中 113 學年度上學期 高一第一次段考



御藍教育

範圍：數與式（實數與數線、乘法公式與根式、絕對值、指數、算幾不等式） · 單選題 4 題（22 分）、多選題 2 題（12 分）、填充題 10 題（58 分）、非選擇題 1 題（8 分）

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/whsh-113a-g10-1

一、單選題（占 22 分）說明：第 1 題至第 3 題，每題 6 分；第 4 題，每題 4 分。

- 1 設 $A(27\sqrt{3})$ 、 $B(-13\sqrt{3})$ 、 $C(x)$ 是數線上的三點，且 $\overline{AC} : \overline{BC} = 3 : 7$ ，且 C 點在 $\overline{AB}$ 外，則 x 值為何？

- (1) $57\sqrt{3}$
- (2) $-43\sqrt{3}$
- (3) $-\sqrt{3}$
- (4) $15\sqrt{3}$
- (5) $7\sqrt{3}$

- 2 下列哪個選項是正確的？

- (1) $\sqrt[3]{(-2)^3} = 2$
- (2) $\sqrt{4} = \pm 2$
- (3) $\left((-3)^{\frac{1}{3}}\right)^3 = -3$
- (4) $\frac{\pi+7}{2} \geq \sqrt{7\pi}$
- (5) $\sqrt{(2\sqrt{5}-5\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{5}-5\sqrt{2}$

- 3 已知放射物質的質量會隨時間而衰退減少，且無論何時算起，質量衰退為原來一半所需要的時間皆相同，此時間長度稱為「半衰期」。若某放射性物質兩年前的質量為 4000 公克，且目前它已衰減至 2000 公克，則再經過一年後，它的質量最接近多少公克？

- (1) 1732
- (2) 283
- (3) 1000
- (4) 500
- (5) 1414



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/whsh-113a-g10-1

4 已知 $0 < 2 - \sqrt{2} < 1$ ，請問下列哪一個選項的數字最小？

(1) $(2 - \sqrt{2})^3$

(2) $(2 - \sqrt{2})^2$

(3) $\frac{2 - \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}}$

(4) $2 - \sqrt{2} + \frac{1}{2 + \sqrt{2}}$

(5) $\sqrt{6 - 4\sqrt{2}}$

二、多選題（占 12 分）說明：第 5 題至第 6 題，每題 6 分。（6-3.6-1.2-0）

5 請問下列哪些選項是正確的？

(1) $\sqrt{65 - 2\sqrt{5}}$ 是一個「比 7 大且比 8 小」的無理數

(2) $\sqrt{13} + \sqrt{7} \geq \sqrt{17} + \sqrt{3}$

(3) $\sqrt{3} - \sqrt{7} < \sqrt{13} - \sqrt{17}$

(4) $[(a - b)(a^2 - ab + b^2)][(a + b)(a^2 + ab + b^2)] = a^6 - b^6$

(5) 若 $\sqrt{8 - 2\sqrt{15}} = a + b$ ，其中 a 為整數， $0 < b < 1$ ，則 $b + b^{-1}$ 為有理數

6 請問下列哪些選項是正確的？

(1) 若實數 $x > 0$ ，則 $\sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} - 2} = x - \frac{1}{x}$

(2) $0.\overline{1234} + 0.\overline{321} > 0.\overline{4444}$

(3) 若 a, b, c, d 皆為有理數， x, y 為無理數，且 $a + bx = c + dy$ ，則 $a = c$ 且 $b = d$

(4) 對於任意實數 x ， $|x - \sqrt{2}| - |x - \sqrt{3}|$ 的最大值為 $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

(5) 對於任意實數 x ， $|x - \sqrt{3}| + |x - \sqrt{2}|$ 的最大值為 $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

三、填充題（占 58 分）說明：第 7 題至第 12 題，每題 7 分；第 13 題至第 16 題，每題 4 分。

7 已知 a, b 皆為有理數，且 $a \times \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} + b \times \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} - 3$ ，則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8 化簡 $\frac{27^{\frac{2}{3}} \times (0.0081)^{-0.25}}{(\sqrt[3]{\sqrt{130} - \sqrt{5}}) \times (\sqrt[3]{\sqrt{130} + \sqrt{5}})} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9 若 x 為實數且 $2x - x^{-1} = 5$ ，利用乘法公式，求 $(2x)^2 + x^{-2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



- 10 已知 $|x - 9|$ 可以解讀成「在數線上 x 與 9 的距離」，且 $|x + 18|$ 可以解讀成「在數線上 x 與 -18 的距離」。若 x 為整數且 $|x - 9| + |x + 18| < 29$ ，則符合條件的 x 值有 ____ 個。

- 11 某項研究指出學生學習 t 星期之後，其學習量 M 有如下的關係： $M = a(1 - 10^{-bt})$ ，其中 a 、 b 常數與學生學習的科目有關。已知小文兩星期可以背熟 400 個單字，四星期可以背熟 600 個單字，則小文六星期可以背熟 ____ 個單字。

- 12 設 $a = 8.4 \times 10^{-20}$ 且 $b = 2.1 \times 10^8$ ，已知 $a \times b$ 在小數點後第 m 位數字開始不為 0，且 $\frac{b}{a}$ 是一個 n 位數的整數，則數對 $(m, n) =$ ____。

- 13 設 x 、 y 與 z 皆為實數， $5^x = 3^{\frac{y}{2}} = (2.25)^{\frac{z}{4}} = \sqrt{10}$ ，則 $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} - \frac{2}{z} =$ ____。

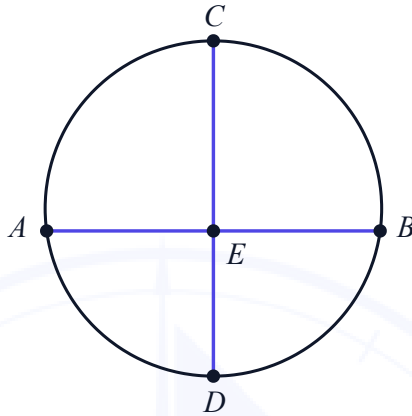
- 14 設 a 與 b 皆為實數，已知「 $|ax + 2| \leq 1$ 的解」為「 $1 \leq x \leq b$ 」，則數對 $(a, b) =$ ____。

御藍教育

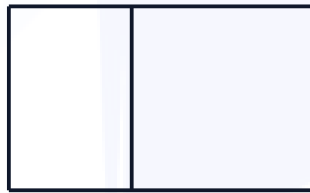
ROYAL BLUE · EDUCATION



- 15 如圖， A 、 B 、 C 、 D 四點共圓，兩弦 $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 相交於 E ， $\overline{AE} = \overline{EB}$ ，若 $\overline{CE} = 1$ ， $\overline{CD} = 4 - \sqrt{5}$ ，則 $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



- 16 阿祥想用竹籬笆圍成如圖的區域，圖中的右側區域為正方形，且右側正方形與左側小矩形的面積和至少為 54 平方公尺，則阿祥至少需準備 公尺長的竹籬笆。



四、非選擇題（占 8 分）說明：第 17 題，每題 8 分。

- 17 試以分段討論的方法，求滿足 $3|x+2| + 2|x+3| \geq 12 - x$ 的實數 x 之範圍，並將其解以區間符號表示。



網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/whsh-113a-g10-1

答案一覽

- 第 1 題 (1)
- 第 2 題 (4)
- 第 3 題 (5)
- 第 4 題 (3)
- 第 5 題 (1)(2)(3)(4)
- 第 6 題 (2)(4)
- 第 7 題 (1, 4)
- 第 8 題 6
- 第 9 題 29
- 第 10 題 28
- 第 11 題 700
- 第 12 題 (11, 28)
- 第 13 題 2
- 第 14 題 $(-1, 3)$
- 第 15 題 $\sqrt{10} - \sqrt{2}$
- 第 16 題 36
- 第 17 題 $(-\infty, -6] \cup [0, \infty)$

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。(不用註冊)
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit（可以先把姓名、座號遮掉）



單選 1~4：外分點、根式的定義、半衰期與比大小

- 1 答案 (1)。 A 在 B 的右邊， $\overline{AB} = 27\sqrt{3} - (-13\sqrt{3}) = 40\sqrt{3}$ 。 C 在 $\overline{AB}$ 外，而且 $\overline{AC} < \overline{BC}$ ，所以 C 離 A 比較近，在 A 的右邊。設 $\overline{AC} = 3k$ 、 $\overline{BC} = 7k$ ，則 $\overline{BC} - \overline{AC} = \overline{AB}$ ， $4k = 40\sqrt{3}$ ， $k = 10\sqrt{3}$ 。所以 $\overline{AC} = 30\sqrt{3}$ ， $x = 27\sqrt{3} + 30\sqrt{3} = 57\sqrt{3}$ 。驗算： $\overline{BC} = 57\sqrt{3} + 13\sqrt{3} = 70\sqrt{3}$ ，比是 $30 : 70 = 3 : 7$ 。

如果 C 在 $\overline{AB}$ 內，會得到 $x = 27\sqrt{3} - 12\sqrt{3} = 15\sqrt{3}$ ，就是選項 (4)；題目指定在 $\overline{AB}$ 外，要取外分點。

- 2 答案 (4)。(1) 錯： $(-2)^3 = -8$ ， $\sqrt[3]{-8} = -2$ 。(2) 錯： $\sqrt{4}$ 表示 4 的正平方根，只有 2。(3) 錯：分數指數 $a^{\frac{1}{n}}$ 只在底數 $a > 0$ 時有定義， $(-3)^{\frac{1}{3}}$ 沒有意義，不能套指數律。(4) 對： π 和 7 都是正數，由算幾不等式 $\frac{\pi+7}{2} \geq \sqrt{7\pi}$ （因為 $\pi \neq 7$ ，其實是嚴格大於，「 $\geq$ 」仍然成立）。(5) 錯： $2\sqrt{5} = \sqrt{20}$ ， $5\sqrt{2} = \sqrt{50}$ ， $2\sqrt{5} - 5\sqrt{2} < 0$ ，所以 $\sqrt{(2\sqrt{5} - 5\sqrt{2})^2} = |2\sqrt{5} - 5\sqrt{2}| = 5\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$ 。

$\sqrt{a^2} = |a|$ ，開根號的結果不會是負數；(3) 和 (1) 不同，(1) 是三次方根（負數可以開），(3) 是負數的分數次方（沒有定義）。

- 3 答案 (5)。兩年從 4000 公克變成 2000 公克，剛好剩一半，所以半衰期是 2 年。設每經過一年質量變成原來的 r 倍（ $r > 0$ ），則 $r^2 = \frac{1}{2}$ ， $r = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 。再過一年： $2000 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 1000\sqrt{2} \approx 1414$ 公克。

一年是半個半衰期，質量乘以 $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$ ，不是減少 500 公克；衰減是每段相同時間乘以相同的倍數。

- 4 答案 (3)。設 $t = 2 - \sqrt{2}$ （ $0 < t < 1$ ）。先化簡： $\frac{1}{2 + \sqrt{2}} = \frac{2 - \sqrt{2}}{(2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2})} = \frac{t}{2}$ 。所以五個選項依序是 (1) t^3 、(2) t^2 、(3) $t \times \frac{t}{2} = \frac{t^2}{2}$ 、(4) $t + \frac{t}{2} = \frac{3t}{2}$ 、(5) $\sqrt{6 - 2\sqrt{8}} = \sqrt{4 - \sqrt{2}} = t$ 。因為 $0 < t < 1$ ，所以 $t^3 < t^2 < t < \frac{3t}{2}$ ，只剩 (1) 和 (3) 要比。 $\sqrt{2} < 1.5$ ，所以 $t > \frac{1}{2}$ ， $t^3 = t^2 \times t > \frac{t^2}{2}$ 。最小的是 (3)。（數值： $t \approx 0.586$ ，(1) ≈ 0.201 ，(3) ≈ 0.172 。）

把每個選項都用同一個 t 表示之後，只需要比較 t 和 $\frac{1}{2}$ 的大小。

多選 5~6：根式比大小、乘法公式、有理數與無理數、絕對值的極值

- 5 答案 (1)(2)(3)(4)。(1) 對： $2\sqrt{5} = \sqrt{20}$ 介於 4 和 5 之間，所以 $60 < 65 - 2\sqrt{5} < 61$ ，而 $7^2 = 49$ 、 $8^2 = 64$ ，開根號後介於 7 和 8 之間；若 $r = \sqrt{65 - 2\sqrt{5}}$ 是有理數，則 $\sqrt{5} = \frac{65 - r^2}{2}$ 也是有理數，矛盾，所以是無理數。(2) 對：兩邊都是正數，平方比較，左邊 $20 + 2\sqrt{91}$ ，右邊 $20 + 2\sqrt{51}$ ，左邊大。(3) 對：移項後就是 $\sqrt{3} + \sqrt{17} < \sqrt{13} + \sqrt{7}$ ，和 (2) 是同一件事。(4) 對：乘法可以交換順序，把四個因式重新配對： $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$ ， $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$ ，乘起來是 $(a^3 - b^3)(a^3 + b^3) = a^6 - b^6$ 。(5) 錯： $8 - 2\sqrt{15}$ 找兩數和 8、積 15，得 $\sqrt{8 - 2\sqrt{15}} = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ ；又 $2\sqrt{15} = \sqrt{60}$ 介於 7 和 8 之間， $0 < 8 - 2\sqrt{15} < 1$ ，所以 $0 < \sqrt{5} - \sqrt{3} < 1$ ， $a = 0$ 、 $b = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ 。 $b^{-1} = \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2}$ ， $b + b^{-1} = \frac{3\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2}$ ；若它是有理數 q ，把 $3\sqrt{5} - \sqrt{3} = 2q$ 兩邊平方得 $48 - 6\sqrt{15} = 4q^2$ ， $\sqrt{15}$ 會是有理數，矛盾，所以是無理數。

(4) 方括號裡的配對不是立方差、立方和公式的形式，但四個因式全部相乘，換個配對就是了。(3) 兩邊都是負數，不能直接平方比較，要先移項成 (2) 的樣子。



- 6 答案 (2)(4)。(1) 錯： $x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2$ ，開根號是 $\left|x - \frac{1}{x}\right|$ ；取 $x = \frac{1}{2}$ ，左邊是 $\frac{3}{2}$ ，右邊是 $-\frac{3}{2}$ 。(2) 對： $0.\overline{1234} = 0.12341234\cdots > 0.1234$ ， $0.\overline{321} = 0.321321\cdots > 0.3213$ ，相加大於 0.4447 ，而 $0.\overline{4444} = 0.4444\cdots < 0.4445$ 。(3) 錯：取 $a = c = 0$ 、 $b = 2$ 、 $d = 1$ 、 $x = \sqrt{2}$ 、 $y = 2\sqrt{2}$ ，則 $a + bx = c + dy = 2\sqrt{2}$ ，但 $b \neq d$ 。(4) 對：這個式子是「 x 到 $\sqrt{2}$ 的距離」減「 x 到 $\sqrt{3}$ 的距離」。 $x \geq \sqrt{3}$ 時等於 $(x - \sqrt{2}) - (x - \sqrt{3}) = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ ； $\sqrt{2} \leq x < \sqrt{3}$ 時等於 $2x - \sqrt{2} - \sqrt{3}$ ，小於 $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ ； $x < \sqrt{2}$ 時等於 $-(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ 。所以最大值是 $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ 。(5) 錯：這是 x 到兩點的距離和， x 離得越遠就越大，沒有最大值； $\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{3}$ 時有最小值 $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ 。

(3) 的條件裡 x 、 y 是兩個不同的無理數，不能比較係數；要像 $a + b\sqrt{2} = c + d\sqrt{2}$ 這樣同一個無理數才行。

絕對值看成數線上的距離：距離的「差」有最大值（兩定點的距離），距離的「和」只有最小值（也是兩定點的距離）。

填充 7~10：雙重根號、指數化簡、乘法公式、距離和

- 7 $3 + 2\sqrt{2}$ 找兩數和 3、積 2： $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = \sqrt{2} + 1$ ， $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1$ 。代入： $a(\sqrt{2} + 1) + b(\sqrt{2} - 1) = (a + b)\sqrt{2} + (a - b) = 5\sqrt{2} - 3$ 。 a 、 b 是有理數，比較兩邊： $a + b = 5$ ， $a - b = -3$ ，解得 $a = 1$ 、 $b = 4$ 。
- 8 分子： $27^{\frac{2}{3}} = (3^3)^{\frac{2}{3}} = 3^2 = 9$ ； $0.0081 = 0.3^4$ ， $(0.0081)^{-0.25} = (0.3^4)^{-\frac{1}{4}} = 0.3^{-1} = \frac{10}{3}$ ；分子是 $9 \times \frac{10}{3} = 30$ 。分母：兩個三次方根相乘可以併在一起， $\sqrt[3]{(\sqrt{130} - \sqrt{5})(\sqrt{130} + \sqrt{5})} = \sqrt[3]{130 - 5} = \sqrt[3]{125} = 5$ 。所以原式 $= \frac{30}{5} = 6$ 。
 $-0.25 = -\frac{1}{4}$ ，負號表示取倒數， $\frac{1}{4}$ 表示開四次方。
- 9 把 $2x - x^{-1} = 5$ 兩邊平方： $(2x)^2 - 2 \times 2x \times x^{-1} + x^{-2} = 25$ ，中間項是 $2 \times 2x \times \frac{1}{x} = 4$ ，所以 $(2x)^2 + x^{-2} = 25 + 4 = 29$ 。
 中間項是 4 不是 2，因為 $2x$ 的係數 2 也要乘進去。
- 10 9 和 -18 的距離是 27。 x 在 -18 和 9 之間（含端點）時，兩段距離的和就是 27，小於 29，都符合。
 $x > 9$ 時，距離和是 $27 + 2(x - 9)$ ，要小於 29 得 $x < 10$ ； $x < -18$ 時，距離和是 $27 + 2(-18 - x)$ ，要小於 29 得 $x > -19$ 。所以解是 $-19 < x < 10$ ，整數 $x = -18, -17, \dots, 9$ ，共 $9 - (-18) + 1 = 28$ 個。
 兩端各可以往外多走不到 1，端點 -19 和 10 會使距離和剛好等於 29，不符合「小於」。

填充 11~14：指數模型、科學記號、指數式化同底、絕對值不等式

- 11 設 $u = 10^{-2b}$ ，則 $10^{-4b} = u^2$ 、 $10^{-6b} = u^3$ 。條件是 $a(1 - u) = 400$ 、 $a(1 - u^2) = 600$ 。兩式相除：
 $\frac{1 - u^2}{1 - u} = 1 + u = \frac{600}{400} = \frac{3}{2}$ ， $u = \frac{1}{2}$ ，代回得 $a = 800$ 。六星期： $M = a(1 - u^3) = 800 \times \left(1 - \frac{1}{8}\right) = 700$ 個。
 不要求出 b ，只要把 10^{-2b} 當成一個整體。每多兩星期，「還沒背熟的量」 $a - M$ 變成一半： $400 \rightarrow 200 \rightarrow 100$ 。



- 12 $a \times b = 8.4 \times 2.1 \times 10^{-20+8} = 17.64 \times 10^{-12} = 1.764 \times 10^{-11}$ ，寫成小數是 0.00000000001764，第一個不是 0 的數字 1 在小數點後第 11 位， $m = 11$ 。 $\frac{b}{a} = \frac{2.1}{8.4} \times 10^{8-(-20)} = 0.25 \times 10^{28} = 2.5 \times 10^{27}$ ，是 25 後面接 26 個 0，共 28 位數， $n = 28$ 。

要先化成標準的科學記號 $c \times 10^k$ ($1 \leq c < 10$) 再判斷： 10^{-11} 對應小數點後第 11 位， 10^{27} 對應 28 位數。直接用 17.64×10^{-12} 或 0.25×10^{28} 判斷會差一位。

- 13 把每個等式改寫成「底數等於 10 的幾次方」。 $5^x = 10^{\frac{1}{2}}$ ，兩邊取 $\frac{2}{x}$ 次方： $25 = 10^{\frac{1}{x}}$ 。 $3^{\frac{y}{2}} = 10^{\frac{1}{2}}$ ，兩邊取 $\frac{4}{y}$ 次方： $9 = 10^{\frac{2}{y}}$ 。 $(2.25)^{\frac{z}{4}} = 10^{\frac{1}{2}}$ ，兩邊取 $\frac{4}{z}$ 次方： $2.25 = 10^{\frac{2}{z}}$ 。所以 $10^{\frac{1}{x} + \frac{2}{y} - \frac{2}{z}} = \frac{25 \times 9}{2.25} = 100 = 10^2$ ， $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} - \frac{2}{z} = 2$ 。
所求是 $\frac{1}{x}$ 、 $\frac{2}{y}$ 、 $\frac{2}{z}$ 的加減，對應到 10 的次方就是乘除，所以先湊出 $10^{\frac{1}{x}}$ 、 $10^{\frac{2}{y}}$ 、 $10^{\frac{2}{z}}$ 。

- 14 $|ax + 2| \leq 1$ 就是 $-1 \leq ax + 2 \leq 1$ ，即 $-3 \leq ax \leq -1$ 。 $a = 0$ 時無解； $a > 0$ 時解是 $-\frac{3}{a} \leq x \leq -\frac{1}{a}$ ，兩端都是負數，不可能是 $1 \leq x \leq b$ 。所以 $a < 0$ ，同除以 a 不等號要反向： $-\frac{1}{a} \leq x \leq -\frac{3}{a}$ 。和 $1 \leq x \leq b$ 對照： $-\frac{1}{a} = 1$ ， $a = -1$ ； $b = -\frac{3}{a} = 3$ 。驗算： $|-x + 2| \leq 1$ 即 $|x - 2| \leq 1$ ，解是 $1 \leq x \leq 3$ 。

指數式求值先把條件化成「某個數的次方等於多少」($10^{-2b} = \frac{1}{2}$ 、 $10^{\frac{1}{2}} = 25$)，再把所求改寫成它的組合。

填充 15~16：圓內兩弦與雙重根號、算幾不等式

- 15 連 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$ 。 $\angle CAB$ 和 $\angle CDB$ 都是弧 BC 所對的圓周角，所以相等； $\angle AEC$ 和 $\angle DEB$ 是對頂角，也相等。因此 $\triangle AEC$ 和 $\triangle DEB$ 相似， $\frac{\overline{AE}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{CE}}{\overline{BE}}$ ，即 $\overline{AE} \times \overline{BE} = \overline{CE} \times \overline{DE}$ 。 $\overline{DE} = \overline{CD} - \overline{CE} = 3 - \sqrt{5}$ 。設 $\overline{AE} = \overline{EB} = t$ ，則 $t^2 = 1 \times (3 - \sqrt{5})$ 。 $\overline{AB} = 2t = \sqrt{4t^2} = \sqrt{12 - 4\sqrt{5}} = \sqrt{12 - 2\sqrt{20}}$ ，找兩數和 12、積 20：10 和 2，所以 $\overline{AB} = \sqrt{10} - \sqrt{2}$ 。
化簡雙重根號前要把裡面的根號係數整理成 2： $4\sqrt{5} = 2\sqrt{20}$ 。先算 $(2t)^2 = 12 - 4\sqrt{5}$ 再開根號，比先化簡 $\sqrt{3 - \sqrt{5}}$ 方便。
- 16 設右側正方形邊長 x 公尺，左側小矩形的寬 y 公尺（高也是 x ）， $x > 0$ 、 $y > 0$ 。面積和 $x^2 + xy = x(x + y) \geq 54$ 。竹籬笆包括外框和中間的隔線：上下兩條橫的各 $x + y$ ，三條直的各 x ，總長 $2(x + y) + 3x$ 。把 $3x$ 和 $2(x + y)$ 看成兩個正數，由算幾不等式 $\frac{3x + 2(x + y)}{2} \geq \sqrt{3x \times 2(x + y)} = \sqrt{6x(x + y)} \geq \sqrt{6 \times 54} = 18$ ，所以總長 ≥ 36 。等號在 $3x = 2(x + y)$ 且 $x(x + y) = 54$ 時成立，解得 $x = 6$ 、 $y = 3$ ，確實可以做到，所以至少要 36 公尺。

總長寫成 $5x + 2y$ 之後不要直接對 $5x$ 和 $2y$ 用算幾不等式，因為條件給的是 $x(x + y)$ 的乘積；要拆成 $3x$ 和 $2(x + y)$ ，乘積才會出現 $x(x + y)$ 。中間那條隔線也是竹籬笆。

用算幾不等式求極值時，把式子拆成兩項，使兩項的乘積剛好是題目給的固定量，最後檢查等號成立的條件。



非選 17：分段討論解絕對值不等式

- 17 絕對值裡面變號的位置是 $x = -3$ 和 $x = -2$ ，分三段。(i) 當 $x < -3$ ： $x + 2 < 0$ 、 $x + 3 < 0$ ，不等式是 $-3(x + 2) - 2(x + 3) \geq 12 - x$ ，即 $-5x - 12 \geq 12 - x$ ， $-4x \geq 24$ ， $x \leq -6$ ；和 $x < -3$ 取共同部分得 $x \leq -6$ 。(ii) 當 $-3 \leq x < -2$ ： $x + 2 < 0$ 、 $x + 3 \geq 0$ ，不等式是 $-3(x + 2) + 2(x + 3) \geq 12 - x$ ，即 $-x \geq 12 - x$ ， $0 \geq 12$ ，不成立，這一段無解。(iii) 當 $x \geq -2$ ：兩個都不是負的，不等式是 $3(x + 2) + 2(x + 3) \geq 12 - x$ ，即 $5x + 12 \geq 12 - x$ ， $6x \geq 0$ ， $x \geq 0$ ；和 $x \geq -2$ 取共同部分得 $x \geq 0$ 。三段合起來： $x \leq -6$ 或 $x \geq 0$ ，用區間符號表示為 $(-\infty, -6] \cup [0, \infty)$ 。驗算： $x = -6$ 時左邊 $12 + 6 = 18$ 、右邊 18 ，等號成立； $x = 0$ 時左邊 $6 + 6 = 12$ 、右邊 12 ，等號成立。

每一段解出來的範圍都要和那一段本身的範圍取共同部分； -6 和 0 會使等號成立，所以用中括號， $\pm\infty$ 那一端用小括號。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自文華高中 113 學年度上學期高一第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/whsh-113a-g10-1