

左營高中 114 學年度上學期 高一第一次段考



御藍教育

範圍：數與式（實數與循環小數、乘法公式與根式、絕對值、指數與算幾不等式、常用對數） · 是非題 10 題
(每題 2 分，共 20 分)、填充與單選題 16 題共 20 格 (依配分表給分，共 80 分)

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版 (答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章) : royalblue-education.com/school-exams/tyhs-114a-g10-1

一、是非題 (一題 2 分，共 20 分，正確請畫 ○，錯誤請畫 ×)

是非題共同前提 $a、b$ 為非零的實數。

- 1 若 $a > b$ ，則 $\frac{a}{b} > 1$ 。
- 2 若 $\frac{a}{b} > 1$ ，則 $|a| > |b|$ 。
- 3 若 $a - b > 0$ ，則 $\frac{a}{b} > 1$ 。
- 4 $\frac{0.\overline{12}}{0.\overline{23}}$ 為有理數。
- 5 $\frac{1}{17}$ 化為小數，是一個無限循環小數。
- 6 $0.\overline{23} = \frac{23}{99}$ 。
- 7 若 $a + b$ 為有理數，則 $a - b$ 也是有理數。
- 8 $10^{\log 114} = 114$ 。
- 9 $2^{-3} = -8$ 。
- 10 $5^0 = 0$ 。

二、填充、單選題 (依配分表給分，共 80 分) ——本頁第 11~26 題為原卷本大題第 1~16 題，共 20 格。配分表 (答對格數→得分)：1 格 5、2 格 10、3 格 15、4 格 20、5 格 25、6 格 30、7 格 34、8 格 38、9 格 42、10 格 46、11 格 50、12 格 54、13 格 58、14 格 62、15 格 66、16 格 70、17 格 74、18 格 76、19 格 78、20 格 80。

- 11 $(2x + y)^3 = 8x^3 + ax^2y + bxy^2 + y^3$ ，數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- 12 若 $|x - 3| = 2$ ，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(有兩解)



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版 : royalblue-education.com/school-exams/tyhs-114a-g10-1

- 13 設 $A(-2)$ 、 $B(7)$ 為數線上兩點，若 P 點介於 A 、 B 兩點之間，且 $\overline{AP} : \overline{BP} = 3 : 5$ ，則 P 點的坐標為 _____。

- 14 $\sqrt{3} \times \sqrt{\sqrt{27}} = 3^x$ ，則 $x =$ _____。

- 15 $\log(10^a) = 3$ ，則 $a =$ _____。

- 16 $\left(\log \frac{1}{1000}\right) \times (\log 10000) =$ _____。

- 17 已知 $x + \frac{1}{x} = 4$ ，求：(1) $x^2 + \frac{1}{x^2} =$ _____。(2) $x^3 + \frac{1}{x^3} =$ _____。

- 18 解下列絕對值不等式：(1) $|x - 3| \geq 5$ ，則 x 的範圍為 _____。(2) $|x - 3| < |x - 2|$ ，則 x 的範圍為 _____。

- 19 $\sqrt{14 - 2\sqrt{24}} + \sqrt{11 - 2\sqrt{24}}$ 可化簡為 $\sqrt{\square} + \sqrt{2}$ ，則 $\square =$ _____。

- 20 放射性物質其重量衰變為原本的一半所需時間稱為「半衰期」，某放射性物質的半衰期為 10 年，現在此放射性物質為 320 克，如果再經過 50 年，此放射性物質會剩下 _____ 克。

- 21 (1) $a = \log 3$ 、 $b = \log 2$ ，則 $10^{a-b+1} =$ _____。(2) $\log c = 5.1$ 、 $\log d = -1.4$ ，則 $c \times d$ 的整數部分為 _____ 位數。



22 已知 a 為有理數，且 $\frac{a+4\sqrt{2}}{1+a\sqrt{2}}$ 也是有理數，則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(有兩解)

23 已知 a, b 為正實數且 $ab = \frac{25}{2}$ ，求：(1) $a + 2b$ 的最小值 $= \underline{\hspace{2cm}}$ 。(2) 承上，此時數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

24 已知 a 為整數，且 $3 \leq \log a \leq 13$ ，滿足此條件的 a 的數量最接近幾個？(單選)

- (A) 10 個
- (B) 13 個
- (C) 10^{10} 個
- (D) 10^{13} 個

25 某實驗中，原始數據為 E ，所求數據 T 以 $T = 3 + \frac{1}{2} \log E$ 來計算，試問 T 每增加 1 時，原始數據 E 變為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 倍。

26 若 x 為實數，試求滿足 $4 < |x+2| + |x-1| \leq 6$ 的 x 範圍為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



網頁版 (答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章) : royalblue-education.com/school-exams/tyhs-114a-g10-1

答案一覽

是非題：1=正確、2=錯誤

1 2	2 1	3 2	4 1	5 1	6 1	7 2
8 1	9 2	10 2				

第 11 題 (12, 6)

第 12 題 5 或 1

第 13 題 $\frac{11}{8}$

第 14 題 $\frac{5}{4}$

第 15 題 3

第 16 題 -12

第 17 題 (1) 14 ; (2) 52

第 18 題 (1) $x \leq -2$ 或 $x \geq 8$; (2) $x > \frac{5}{2}$

第 19 題 3

第 20 題 10

第 21 題 (1) 15 ; (2) 4

第 22 題 2 或 -2

第 23 題 (1) 10 ; (2) $\left(5, \frac{5}{2}\right)$

第 24 題 (D)

第 25 題 100

第 26 題 $-\frac{7}{2} \leq x < -\frac{5}{2}$ 或 $\frac{3}{2} < x \leq \frac{5}{2}$

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code, 在網頁上勾你錯的題號, 馬上看到錯在哪幾章。(不用註冊)
3. 下次段考前, 註冊後在首頁填上段考日期和範圍, 可以自己產生一份考前藍圖 PDF: 一份模擬卷、詳解, 還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解? 考完把題目頁拍照上傳, 收到會盡快做好放上來: royalblue-education.com/school-exams/submit (可以先把姓名、座號遮掉)



勾你錯的題號, 看錯在哪幾章, 註冊後直接從那幾章開始練

網頁版: royalblue-education.com/school-exams/tyhs-114a-g10-1

是非 1~3、7：不等式的正負號與反例

- 1 2 反例 $a = 1, b = -1 : a > b$ ，但 $\frac{a}{b} = -1 < 1$ 。
不等式兩邊同除以 b ， b 是負數時不等號要反向，所以不能直接除。
- 2 1 $\frac{a}{b} > 1$ 表示 $\frac{a}{b}$ 是比 1 大的正數，所以 $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{a}{b} > 1$ ，也就是 $\frac{|a|}{|b|} > 1$ 。 $|b| > 0$ ，兩邊同乘 $|b|$ 得 $|a| > |b|$ 。
- 3 2 $a - b > 0$ 就是 $a > b$ ，和第 1 題相同。反例 $a = 1, b = -1 : a - b = 2 > 0$ ，但 $\frac{a}{b} = -1$ 。
- 7 2 反例 $a = \sqrt{2}, b = -\sqrt{2}$ （都不是零）： $a + b = 0$ 是有理數，但 $a - b = 2\sqrt{2}$ 是無理數。

「若...則...」的敘述只要找到一組反例就是錯的；題目說 a, b 是非零實數，負數和無理數都要試。

是非 4~6：循環小數與有理數

- 4 1 $0.\overline{12} = \frac{12}{99}, 0.\overline{23} = \frac{23}{99}$ ，相除得 $\frac{12}{23}$ ，是整數相除（分母不為零），所以是有理數。
- 5 1 有理數化成小數，不是有限小數就是循環小數。最簡分數的分母只含質因數 2、5 時才是有限小數；17 是 2、5 以外的質數，所以 $\frac{1}{17}$ 是無限循環小數。
- 6 1 設 $x = 0.\overline{23}$ ，則 $100x = 23.\overline{23}$ ，相減得 $99x = 23, x = \frac{23}{99}$ 。
流傳版本題幹印作 $0.23 = \frac{23}{99}$ （23 上方沒有循環節的橫線），依參考答案（○）應為 $0.\overline{23}$ ；另一個流傳版本印的也是 $0.\overline{23}$ 。若照字面 $0.23 = \frac{23}{100}$ ，就不等於 $\frac{23}{99}$ 。

是非 8~10：log 的意義、零次方與負次方

- 8 1 $\log 114$ 的意思是「10 的幾次方等於 114」，所以 $10^{\log 114} = 114$ 。
- 9 2 $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ 。負的次方是取倒數，結果仍是正數。
- 10 2 不是零的數，零次方都等於 1： $5^0 = 1$ 。

第 11、13、17、19、22 題：乘法公式、分點與根式

- 11 $(A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$ ，代 $A = 2x, B = y : (2x + y)^3 = 8x^3 + 3 \cdot 4x^2 \cdot y + 3 \cdot 2x \cdot y^2 + y^3 = 8x^3 + 12x^2y + 6xy^2 + y^3$ 。
答案 $(a, b) = (12, 6)$ 。
- 13 $\overline{AB} = 7 - (-2) = 9$ 。 P 在 $A、B$ 之間且 $\overline{AP} : \overline{BP} = 3 : 5$ ，所以 $\overline{AP} = 9 \times \frac{3}{8} = \frac{27}{8}$ ， P 的坐標是 $-2 + \frac{27}{8} = \frac{11}{8}$ 。
用分點公式也一樣： $\frac{5 \times (-2) + 3 \times 7}{3 + 5} = \frac{11}{8}$ 。



17 (1) $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 16 - 2 = 14$ 。(2) $x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 64 - 12 = 52$ 。

(2) 也可以用立方和： $\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x^2 - 1 + \frac{1}{x^2}\right) = 4 \times 13 = 52$ 。

19 $14 - 2\sqrt{24}$ ：找兩數相加 14、相乘 24，是 12 和 2，所以 $\sqrt{14 - 2\sqrt{24}} = \sqrt{12} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3} - \sqrt{2}$ 。
 $11 - 2\sqrt{24}$ ：相加 11、相乘 24，是 8 和 3，所以 $\sqrt{11 - 2\sqrt{24}} = \sqrt{8} - \sqrt{3} = 2\sqrt{2} - \sqrt{3}$ 。兩式相加得 $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ ，所以 $\square = 3$ 。

化雙重根號要寫成大減小，結果才是正的。

22 設 $\frac{a + 4\sqrt{2}}{1 + a\sqrt{2}} = r$ (r 是有理數)，則 $a + 4\sqrt{2} = r + ra\sqrt{2}$ ，整理成 $a - r = (ra - 4)\sqrt{2}$ 。若 $ra - 4 \neq 0$ ，則 $\sqrt{2} = \frac{a - r}{ra - 4}$ 會是有理數，矛盾；所以 $ra - 4 = 0$ 且 $a - r = 0$ ，得 $a^2 = 4$ ， $a = \pm 2$ 。

驗算： $a = 2$ 時 $\frac{2 + 4\sqrt{2}}{1 + 2\sqrt{2}} = 2$ ； $a = -2$ 時 $\frac{-2 + 4\sqrt{2}}{1 - 2\sqrt{2}} = -2$ ，都是有理數。

有理數 p, q 滿足 $p = q\sqrt{2}$ 時，只能 $p = q = 0$ ；遇到「含 $\sqrt{2}$ 的式子是有理數」就把有理部分和 $\sqrt{2}$ 的係數分開比較。

第 12、18、26 題：絕對值看成數線上的距離

12 $|x - 3| = 2$ 表示 x 到 3 的距離是 2： $x - 3 = 2$ 或 $x - 3 = -2$ ，得 $x = 5$ 或 $x = 1$ 。

18 (1) $|x - 3| \geq 5$ ： $x - 3 \geq 5$ 或 $x - 3 \leq -5$ ，得 $x \geq 8$ 或 $x \leq -2$ 。(2) $|x - 3| < |x - 2|$ 表示 x 到 3 的距離比到 2 的距離小。2 和 3 的中點是 $\frac{5}{2}$ ，在中點右邊的點才離 3 比較近，所以 $x > \frac{5}{2}$ 。

(2) 流傳版本的簡答寫 $x < \frac{5}{2}$ ，但代 $x = 3$ ： $|3 - 3| = 0 < |3 - 2| = 1$ 成立；代 $x = 2$ ： $1 < 0$ 不成立，所以應為 $x > \frac{5}{2}$ 。另一個附詳解的流傳版本答案也是 $x > \frac{5}{2}$ 。兩邊平方也可得： $x^2 - 6x + 9 < x^2 - 4x + 4$ ，即 $2x > 5$ 。

26 $|x + 2| + |x - 1|$ 是 x 到 -2 與到 1 的距離和。 $-2 \leq x \leq 1$ 時距離和恆為 3，不大於 4，不合。 $x > 1$ 時距離和是 $(x + 2) + (x - 1) = 2x + 1$ ，由 $4 < 2x + 1 \leq 6$ 得 $\frac{3}{2} < x \leq \frac{5}{2}$ 。 $x < -2$ 時距離和是 $-(x + 2) - (x - 1) = -2x - 1$ ，由 $4 < -2x - 1 \leq 6$ 得 $-\frac{7}{2} \leq x < -\frac{5}{2}$ 。

答案 $-\frac{7}{2} \leq x < -\frac{5}{2}$ 或 $\frac{3}{2} < x \leq \frac{5}{2}$ 。兩段都符合各自的前提 ($x < -2$ 、 $x > 1$)。

$|x - a|$ 就是 x 到 a 的距離；兩個絕對值相加時，以兩個分界點把數線分成三段討論。

第 14、20、23 題：指數律、半衰期與算幾不等式

14 $\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}$ ； $\sqrt{27} = 3^{\frac{3}{2}}$ ，再開一次根號是 $3^{\frac{3}{4}}$ 。相乘： $3^{\frac{1}{2} + \frac{3}{4}} = 3^{\frac{5}{4}}$ ，所以 $x = \frac{5}{4}$ 。

20 50 年是 5 個半衰期，重量變成原來的 $\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$ ： $320 \times \frac{1}{32} = 10$ 克。



- 23 a 、 $2b$ 都是正數，由算幾不等式 $\frac{a+2b}{2} \geq \sqrt{a \cdot 2b} = \sqrt{2ab} = \sqrt{25} = 5$ ，所以 $a+2b \geq 10$ 。等號成立在 $a=2b$ ：代入 $ab = \frac{25}{2}$ 得 $2b^2 = \frac{25}{2}$ ， $b = \frac{5}{2}$ ， $a = 5$ 。
- 答案 (1) 10；(2) $(a, b) = \left(5, \frac{5}{2}\right)$ 。等號成立的是 $a=2b$ ，不是 $a=b$ 。

用算幾不等式求極值：要相加的兩項（這裡是 a 和 $2b$ ）乘積要是定值，最後檢查等號做不做得得到。

第 15、16、21、24、25 題：常用對數

- 15 $\log(10^a)$ 是「 10 的幾次方等於 10^a 」，就是 a ，所以 $a=3$ 。
- 16 $\frac{1}{1000} = 10^{-3}$ ， $\log \frac{1}{1000} = -3$ ； $10000 = 10^4$ ， $\log 10000 = 4$ 。相乘得 -12 。
- 21 (1) $a = \log 3$ 表示 $10^a = 3$ ，同理 $10^b = 2$ 。 $10^{a-b+1} = \frac{10^a}{10^b} \times 10 = \frac{3}{2} \times 10 = 15$ 。(2) $c = 10^{5.1}$ ， $d = 10^{-1.4}$ ， $c \times d = 10^{3.7} = 10^{0.7} \times 10^3$ 。因為 $1 < 10^{0.7} < 10$ ，所以 $1000 < c \times d < 10000$ ，整數部分是 4 位數。
- 24 $3 \leq \log a \leq 13$ 就是 $10^3 \leq a \leq 10^{13}$ 。這個範圍內的整數有 $10^{13} - 10^3 + 1$ 個； 10^3 和 10^{13} 相比非常小，所以最接近 10^{13} 個，選 (D)。
- $\log a$ 從 3 到 13 只差 10，但 a 本身是從一千到十兆。
- 25 設原來是 $T = 3 + \frac{1}{2} \log E$ ，增加後是 $T+1 = 3 + \frac{1}{2} \log E'$ 。兩式相減： $1 = \frac{1}{2}(\log E' - \log E)$ ，所以 $\log E' = \log E + 2$ ， $E' = 10^{\log E+2} = 10^{\log E} \times 10^2 = 100E$ 。 E 變為 100 倍。

$\log x = k$ 和 $x = 10^k$ 是同一件事；看到 $\log$ 的加減，就換回 10 的次方用指數律處理。

御藍教育

ROYAL BLUE • EDUCATION



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自左營高中 114 學年度上學期高一第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/tyhs-114a-g10-1