

大同高中 114 學年度上學期 高一第一次段考



御藍教育

範圍：數與式（實數、絕對值、指數、常用對數） · 單選題 3 題（15 分）、多選題 3 題（15 分）、填充題 10 題（60 分）、混合題 1 題組 3 小題（10 分）

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/ttsh-114a-g10-1

第壹部分：選擇（填）題（占 90 分） 一、單選題（占 15 分）說明：第 1 題至第 3 題，每題 5 分。

1 計算 $\frac{0.1\overline{2}}{0.1\overline{2}} = ?$

- (1) $\frac{121}{999}$
- (2) $\frac{121}{990}$
- (3) $\frac{119}{999}$
- (4) $\frac{119}{990}$
- (5) $\frac{121}{120}$

2 已知 m 、 n 為實數且 $m < n$ ，令 $a = \frac{m+4n}{5}$ 、 $b = \frac{3m+4n}{7}$ 、 $c = \frac{3m-n}{2}$ ，則 a 、 b 、 c 的大小關係為下列何者？

- (1) $a > b > c$
- (2) $a > c > b$
- (3) $b > a > c$
- (4) $b > c > a$
- (5) $c > a > b$

3 設 $\log a = \frac{1}{1+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+3} + \frac{1}{3+\sqrt{13}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{117}+11}$ ，且將 a 表示為科學記號時為 $b \times 10^n$ ，其中 $1 \leq b < 10$ ， n 是正整數，則 a 的整數部分是幾位數？

- (1) 1
- (2) 2
- (3) 3
- (4) 10
- (5) 11



二、多選題 (占 15 分) 說明：第 4 題至第 6 題，每題 5 分。(5-3-1-0)

4 請問下列哪些選項是正確的？

- (1) $\frac{1127}{280}$ 可化為有限小數
- (2) 設 $m、n$ 為正整數，將 $\frac{m}{n}$ 化為循環小數時，循環節至多為 $n-1$ 位
- (3) 設 x 為正數，則 $\sqrt{x}$ 皆可用尺規作圖得到
- (4) 設 $x > 0$ ，則 $\sqrt{x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}} = x - \frac{1}{x}$
- (5) 任意兩個相異有理數之間，必定存在其他的有理數

5 關於方程式 $|x-4| + |x-10| = 6$ 的解，與下列何者相同？

- (1) $x = 7$
- (2) $|x-4| = 3$
- (3) $|-2x+14| \leq 6$
- (4) $\begin{cases} |x-2| \geq 3 \\ 0 \leq x \leq 10 \end{cases}$
- (5) $2 \leq |x-6| \leq 4$

6 關於指數、對數的敘述，下列何者正確？

- (1) 若 a 為實數且 $m、n$ 為正整數，則 $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$
- (2) 設 $a > 0$ ，若 $10^x = a$ ，則 $x = \log a$
- (3) $10^{\log 0.4771} = 3$
- (4) 設 $a、b$ 皆為正數， $10^{\log a} + 10^{\log b} = a \times b$
- (5) 已知 $\log 3 \approx 0.4771$ ，則 3^{100} 是 48 位數

三、填充題 (占 60 分) 說明：第 7 題至第 16 題，每題 6 分。

7 計算 $10^{\log 45 - \log 30} + \log \sqrt{10} - \log \frac{1}{1000} + \log 0.1 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8 化簡 $27^{1+\sqrt{2}} \times 9^{-\frac{3\sqrt{2}}{2}} \times \sqrt[3]{128} \div \sqrt{32} \div \sqrt{\sqrt[3]{32}} \times 4 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9 解絕對值方程式 $2|x-1| - 3x = 7$ ，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



10 設 $a^{2x} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ ，且 $a > 0$ ， x 為實數，則 $\frac{a^{3x} + a^{-3x}}{a^x + a^{-x}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

11 已知 a 為正整數，若 $\sqrt{a - \sqrt{48}} + \sqrt{28 + 5\sqrt{12}}$ 是有理數，則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

12 設 a 、 b 為實數，滿足 $720^a = 4$ ， $45^b = 128$ ，求 $\frac{2}{a} - \frac{7}{b} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

13 設 $\log a = 1.14$ ，已知 b 是 a 的 $\frac{1}{1000}$ 倍，則 $\log b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

14 已知 $a = 2.0251014 \times 10^9 + 1.142025 \times 10^8$ ，將 a 用科學記號表示且係數部分取 3 位有效數字則 $a = \underline{\hspace{2cm}} \times 10^9$ 。

15 放射性物質的半衰期 T 定義為：每經過時間 T ，該物質的質量會衰減為原來的一半，已知某放射性物質重 4000 克，經過 8 年質量剩下 500 克，則當此物質的質量剩下 62.5 克時，需要經過的總時間長為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 年。

16 設 $E(r)$ 為芮氏地震規模 r 的地震震央所釋放出來的能量， $E(r)$ 與 r 的關係為： $\log E(r) = 11.8 + 1.5 \times r$ 。已知 2024 年台灣花蓮發生地震規模為 7.2，2016 年高雄美濃地震的規模為 6.6，試問花蓮地震所釋放出的能量為美濃地震的 $\underline{\hspace{2cm}}$ 倍。(已知 $10^{0.9} \approx 7.9433$ ，請四捨五入到整數位)

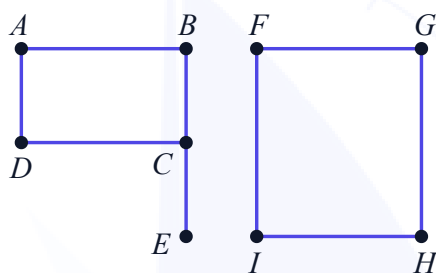
第貳部分：混合題（占 10 分）說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿



使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

第 17~19 題題組 臺北市立大同高中將迎向 90 周年校慶，校方想在操場製作一個「90」的紀念圖案。學校想在操場中央布置一個「90」的樣子，並利用空拍機由上往下拍攝這個紀念性的一刻。設計的方式如下：以 $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} + \overline{CE} + \overline{FG} + \overline{GH} + \overline{HI} + \overline{FI}$ 作為紀念圖案的邊長，其中四邊形 $ABCD$ 與四邊形 $FGHI$ 皆為矩形，且 $\overline{AB} = \overline{FG}$ ， $\overline{GH} = 2\overline{BC} = 2\overline{CE}$ ，為了使空拍效果達到最好，矩形 $ABCD$ 與 $FGHI$ 的面積總和必須愈大愈好。已知學校準備的彩虹布條只有 112 公尺，並且希望能夠把準備的布條全部用完，試問：（示意圖附在第 17 題）

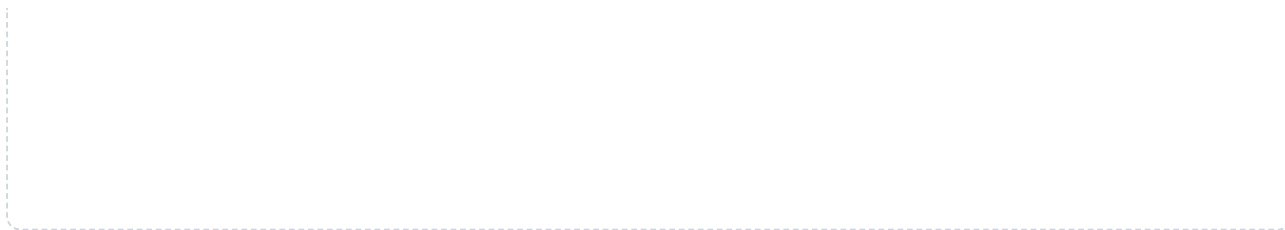
- 17 設 $\overline{AB} = x$ ， $\overline{AD} = y$ ，試以 x 、 y 表示此紀念圖案的總長 112 公尺。（非選擇題，2 分）



- 18 矩形 $ABCD$ 與 $FGHI$ 的面積總和最大值為多少？（非選擇題，4 分）

- 19 承 18 題，滿足面積總和有最大值時，此時的 x 、 y 分別是多少公尺？（非選擇題，4 分）





御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/ttsh-114a-g10-1

答案一覽

- 第 1 題 (5)
第 2 題 (1)
第 3 題 (3)
第 4 題 (1)(2)(5)
第 5 題 (3)
第 6 題 (2)(5)
第 7 題 4
第 8 題 54
第 9 題 -1
第 10 題 $2\sqrt{3} - 1$
第 11 題 7
第 12 題 4
第 13 題 -1.86
第 14 題 2.14
第 15 題 16
第 16 題 8
第 17 題 $4x + 7y = 112$
第 18 題 336 平方公尺
第 19 題 $x = 14, y = 8$

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。（不用註冊）
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit（可以先把姓名、座號遮掉）



單選 1~3：循環小數、比大小、有理化求和

- 1 答案 (5)。分子 $0.1\bar{2} = 0.1 + 0.0\bar{2} = \frac{1}{10} + \frac{2}{90} = \frac{11}{90}$ ；分母 $0.\bar{12} = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}$ 。相除： $\frac{11}{90} \times \frac{33}{4} = \frac{363}{360} = \frac{121}{120}$ 。
分子只有 2 在循環 (0.1222...)，分母是 12 兩位一起循環 (0.1212...)，兩個數不一樣。分子比分母大，所以答案大於 1，只有 (5) 符合。
- 2 答案 (1)。用相減比大小。 $a - b = \frac{7(m+4n) - 5(3m+4n)}{35} = \frac{8(n-m)}{35} > 0$ ，所以 $a > b$ 。 $b - c = \frac{2(3m+4n) - 7(3m-n)}{14} = \frac{15(n-m)}{14} > 0$ ，所以 $b > c$ 。合起來 $a > b > c$ 。
也可以代數字檢查：取 $m = 0, n = 1$ ，得 $a = \frac{4}{5}, b = \frac{4}{7}, c = -\frac{1}{2}$ 。
- 3 答案 (3)。分母的根號內依序是 1, 5, 9, 13, ..., 117, 121，每次多 4。每一項有理化： $\frac{1}{\sqrt{k} + \sqrt{k+4}} = \frac{\sqrt{k+4} - \sqrt{k}}{4}$ 。相加時中間各項前後消去，只剩 $\frac{\sqrt{121} - \sqrt{1}}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$ 。所以 $\log a = 2.5, a = 10^{2.5} = 10^{0.5} \times 10^2 = \sqrt{10} \times 10^2 \approx 316$ ，整數部分是 3 位數。
 $10^2 \leq a < 10^3$ ，科學記號的 $n = 2$ ，位數是 $n + 1 = 3$ ，不是 2。

多選 4~6：實數的性質、絕對值的幾何意義、指數與對數的定義

- 4 答案 (1)(2)(5)。(1) 對： $1127 = 7^2 \times 23, 280 = 2^3 \times 5 \times 7$ ，約分後是 $\frac{161}{40}$ ，分母只有質因數 2 和 5，可化為有限小數 (4.025)。(2) 對：用長除法算 $m \div n$ ，每一步的餘數只可能是 $1, 2, \dots, n-1$ (餘 0 就除盡了)，最多 $n-1$ 步之後餘數一定重複，所以循環節至多 $n-1$ 位。(3) 錯：尺規作圖要先能作出長度 x 的線段才能作 $\sqrt{x}$ ，但不是每個正數都作得出來，例如 $x = \pi$ 時 $\sqrt{\pi}$ 就無法用尺規作出。(4) 錯： $x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2$ ，開根號得 $\left|x - \frac{1}{x}\right|$ ；當 $0 < x < 1$ 時 $x - \frac{1}{x} < 0$ ，等式不成立 (例如 $x = \frac{1}{2}$ ，左邊是 $\frac{3}{2}$ ，右邊是 $-\frac{3}{2}$)。(5) 對：兩個相異有理數 p, q 的平均 $\frac{p+q}{2}$ 仍是有理數，而且在兩數之間。
(3) 課本作的是 $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots$ 這類從單位長出發作得出來的長度； $\sqrt{\pi}$ 作不出來是已知的結論，高中不證明。(4) 開平方之後要加絕對值。
- 5 答案 (3)。 $|x-4| + |x-10|$ 是數線上 x 到 4 與到 10 的距離和，而 4 與 10 相距 6，所以距離和等於 6 就是 x 在兩點之間： $4 \leq x \leq 10$ 。(1)(2) 只有一個或兩個點 ($x = 7$ ； $x = 1$ 或 7)，不同。(3) $|-2x+14| = 2|x-7| \leq 6$ ，即 $|x-7| \leq 3, 4 \leq x \leq 10$ ，相同。(4) $|x-2| \geq 3$ 是 $x \geq 5$ 或 $x \leq -1$ ，與 $0 \leq x \leq 10$ 取共同部分得 $5 \leq x \leq 10$ ，不同。(5) $2 \leq |x-6| \leq 4$ 是 $8 \leq x \leq 10$ 或 $2 \leq x \leq 4$ ，不同。
流傳版本的參考答案寫 (3)(4)，但照印的 (4) 解為 $5 \leq x \leq 10$ ($x = 4$ 滿足原方程式，卻不滿足 $|x-2| \geq 3$)，與原方程式的解不同；若 (4) 的第一式是 $|x-1| \geq 3$ ，解才會是 $4 \leq x \leq 10$ 。本頁依照印的選項作答。
- 6 答案 (2)(5)。(1) 錯：分數指數 $a^{\frac{m}{n}}$ 只對 $a > 0$ 定義， a 為負數或 0 時不一定有意義 (例如 $a = -1, m = 1, n = 2$)。(2) 對：這就是 $\log a$ 的定義。(3) 錯： $10^{\log 0.4771} = 0.4771$ ；等於 3 的是 $10^{0.4771}$ 。(4) 錯： $10^{\log a} = a, 10^{\log b} = b$ ，左邊是 $a + b$ 。(5) 對： $3 \approx 10^{0.4771}, 3^{100} \approx 10^{47.71}$ ，介於 10^{47} 與 10^{48} 之間，是 48 位數。
(3) $\log 3 \approx 0.4771$ 的意思是 $10^{0.4771} \approx 3$ ，指數位置放的是 0.4771 本身，不是 $\log 0.4771$ 。



$|x-a|+|x-b|$ 看成到兩點的距離和：等於兩點距離時解是整段區間，大於時是兩個點，小於時無解。

填充 7~11：對數求值、指數律、絕對值方程式、雙重根號

7 $10^{\log 45 - \log 30} = \frac{10^{\log 45}}{10^{\log 30}} = \frac{45}{30} = \frac{3}{2}$ 。 $\log \sqrt{10} = \log 10^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$ ， $\log \frac{1}{1000} = \log 10^{-3} = -3$ ， $\log 0.1 = -1$ 。
原式 $= \frac{3}{2} + \frac{1}{2} - (-3) + (-1) = 4$ 。

8 底數 3 的部分： $27^{1+\sqrt{2}} = 3^{3+3\sqrt{2}}$ ， $9^{-\frac{3\sqrt{2}}{2}} = 3^{-3\sqrt{2}}$ ，相乘得 $3^3 = 27$ 。底數 2 的部分： $\sqrt[3]{128} = 2^{\frac{7}{3}}$ ， $\sqrt{32} = 2^{\frac{5}{2}}$ ， $\sqrt{\sqrt{32}} = 2^{\frac{5}{6}}$ ， $4 = 2^2$ ，指數是 $\frac{7}{3} - \frac{5}{2} - \frac{5}{6} + 2 = \frac{14-15-5+12}{6} = 1$ 。所以原式 $= 27 \times 2 = 54$ 。

流傳版本題幹的第一個除數印作 $\sqrt{\sqrt{32}}$ ，照印計算得 $27 \times 2^{\frac{9}{4}} = 108\sqrt[4]{2}$ ，不是整數，填不進兩個格子；依參考答案 54 應為 $\sqrt{32}$ ，本頁題幹已改。（另一種可能是末項 $\times 4$ 原為 $\times \sqrt[4]{8}$ ，同樣得 54。）

9 分兩段。 $x \geq 1$ 時： $2(x-1) - 3x = 7$ ， $x = -9$ ，不在 $x \geq 1$ 的範圍，不合。 $x < 1$ 時： $2(1-x) - 3x = 7$ ， $-5x = 5$ ， $x = -1$ ，符合 $x < 1$ 。所以 $x = -1$ 。驗算： $2 \times |-2| - 3 \times (-1) = 4 + 3 = 7$ 。
分段解出來的值要檢查是否在那一段的範圍內， $x = -9$ 要捨去。

10 由立方和公式 $a^{3x} + a^{-3x} = (a^x + a^{-x})(a^{2x} - 1 + a^{-2x})$ ，所以所求 $= a^{2x} - 1 + a^{-2x}$ 。 $a^{-2x} = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ ，代入得 $(\sqrt{3} - \sqrt{2}) - 1 + (\sqrt{3} + \sqrt{2}) = 2\sqrt{3} - 1$ 。
立方和分解後中間那一項是 $a^x \cdot a^{-x} = 1$ 。

11 $\sqrt{28+5\sqrt{12}} = \sqrt{28+2\sqrt{75}}$ ，兩數和 28、積 75 是 25 和 3，所以等於 $5 + \sqrt{3}$ 。設總和是有理數 r ，則 $\sqrt{a-4\sqrt{3}} = (r-5) - \sqrt{3}$ 。令 $s = r-5$ （有理數），兩邊平方： $a - 4\sqrt{3} = s^2 + 3 - 2s\sqrt{3}$ 。比較 $\sqrt{3}$ 的係數得 $2s = 4$ ， $s = 2$ ；比較有理數部分得 $a = s^2 + 3 = 7$ 。驗算： $\sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{7-2\sqrt{12}} = 2 - \sqrt{3}$ ，總和 $(2 - \sqrt{3}) + (5 + \sqrt{3}) = 7$ 。
 $5\sqrt{12}$ 要先把 5 收進根號並湊出係數 2： $5\sqrt{12} = 10\sqrt{3} = 2\sqrt{75}$ 。

填充 12~16：化成同底、log 的意義、科學記號、半衰期與地震能量

12 把兩式都化成底數 2。 $720^a = 4 = 2^2$ ，兩邊取 $\frac{1}{a}$ 次方得 $720 = 2^{\frac{2}{a}}$ ； $45^b = 128 = 2^7$ ，兩邊取 $\frac{1}{b}$ 次方得 $45 = 2^{\frac{7}{b}}$ 。相除： $2^{\frac{2}{a}-\frac{7}{b}} = \frac{720}{45} = 16 = 2^4$ ，所以 $\frac{2}{a} - \frac{7}{b} = 4$ 。
所求是 $\frac{2}{a}$ 和 $\frac{7}{b}$ ，所以把 a 、 b 移到 2 的指數上，再利用 $720 \div 45 = 16$ 。

13 $\log a = 1.14$ 表示 $a = 10^{1.14}$ 。 $b = \frac{a}{1000} = 10^{1.14} \times 10^{-3} = 10^{-1.86}$ ，所以 $\log b = -1.86$ 。
縮小成 $\frac{1}{1000}$ 倍，log 值是減 3，不是除以 1000。

14 先把兩數化成同樣的 10^9 ： $1.142025 \times 10^8 = 0.1142025 \times 10^9$ 。相加： $a = (2.0251014 + 0.1142025) \times 10^9 = 2.1393039 \times 10^9$ 。係數取 3 位有效數字，第四位是 9 要進位，得 2.14×10^9 。
次方不同不能直接把係數相加，要先調成相同的次方。



- 15 4000 克剩下 500 克是原來的 $\frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$ ，表示 8 年經過了 3 個半衰期， $T = \frac{8}{3}$ 年。62.5 克是 4000 克的 $\frac{1}{64} = \left(\frac{1}{2}\right)^6$ ，要經過 6 個半衰期，總時間 $6 \times \frac{8}{3} = 16$ 年。

題目問的是從 4000 克開始算的總時間。從 500 克到 62.5 克是再經過 3 個半衰期（再 8 年），合計 16 年。

- 16 $\log E(7.2) = 11.8 + 1.5 \times 7.2 = 22.6$ ， $\log E(6.6) = 11.8 + 1.5 \times 6.6 = 21.7$ ，所以 $E(7.2) = 10^{22.6}$ ， $E(6.6) = 10^{21.7}$ 。倍數 $= \frac{10^{22.6}}{10^{21.7}} = 10^{0.9} \approx 7.9433$ ，四捨五入到整數位是 8 倍。

規模相差 0.6，能量的指數相差 $1.5 \times 0.6 = 0.9$ 。

$\log x = k$ 就是 $x = 10^k$ 。遇到倍數、位數的問題，先把數寫成 10 的次方，再用指數律處理。

混合題 17~19：用算幾不等式求「90」圖案的最大面積

- 17 矩形 $ABCD$ ： $\overline{AB} = \overline{CD} = x$ ， $\overline{BC} = \overline{DA} = y$ 。 $\overline{CE} = \overline{BC} = y$ 。矩形 $FGHI$ ： $\overline{FG} = \overline{HI} = x$ ， $\overline{GH} = \overline{FI} = 2y$ 。九段相加： $(2x + 2y) + y + (2x + 4y) = 4x + 7y$ ，所以 $4x + 7y = 112$ 。
 $\overline{CE}$ 只有一段，不要漏掉；「0」的直邊是 $2y$ 不是 y 。

- 18 面積總和 $= xy + x \cdot 2y = 3xy$ 。 $x > 0$ 、 $y > 0$ ，由算幾不等式 $\frac{4x + 7y}{2} \geq \sqrt{4x \cdot 7y}$ ，即 $56 \geq \sqrt{28xy}$ 。
兩邊平方： $3136 \geq 28xy$ ， $xy \leq 112$ 。所以面積總和 $3xy \leq 336$ ，最大值是 336 平方公尺（等號成立的情形見第 19 題）。

算幾不等式要用在 $4x$ 與 $7y$ 這兩個「和為定值」的數上，不是直接用在 x 與 y 上。

- 19 算幾不等式的等號在 $4x = 7y$ 時成立。又 $4x + 7y = 112$ ，所以 $4x = 7y = 56$ ，得 $x = 14$ 、 $y = 8$ （公尺）。驗算：總長 $4 \times 14 + 7 \times 8 = 112$ ，面積總和 $3 \times 14 \times 8 = 336$ 。

兩個正數的和固定時，乘積在兩數相等時最大。先把限制式寫成「兩項之和 = 定值」，再對這兩項用算幾不等式。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自大同高中 114 學年度上學期高一第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。

御藍教育
ROYAL BLUE · EDUCATION



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/ttsh-114a-g10-1