

臺南二中 114 學年度上學期 高一第一次段考



御藍教育

範圍：數與式（實數與根式、絕對值、算幾不等式、指數、常用對數） · 選擇題 2 題（10 分）、填充題 14 格（70 分，依答對格數給分）、混合題 2 題共 5 小題（20 分）

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/tnssh-114a-g10-1

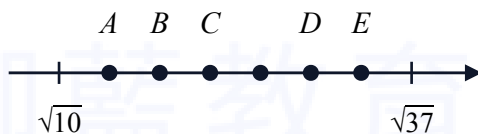
一、選擇題（一題 5 分，共 10 分，錯一個選項得 3 分，錯兩個選項得 1 分，其餘得 0 分）

1 請選出正確的選項？

- (A) 若 a 與 b 都是有理數，則 $a + b\sqrt{2}$ 是無理數
- (B) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ 是無理數
- (C) 設 a, b, c, d 為實數，若 $a + b\sqrt{3} = c + d\sqrt{3}$ ，則 $a = c$ 且 $b = d$
- (D) 設 a, b 為非負實數，若 $\frac{a+b}{2} = \sqrt{ab}$ ，則 $a = b$
- (E) $\frac{51}{340}$ 可化為有限小數，而 $\frac{52}{340}$ 可化為循環小數

2 請選出正確的選項？

- (A) $(-2)^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{(-2)^4}$
- (B) $0.\bar{2} + 0.\bar{8} = 1$
- (C) $10^{\log(\sqrt{5}+1)} = \sqrt{5} + 1$
- (D) $\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} = 2 - \sqrt{5}$
- (E) 在右圖數線上，6 個小圓黑點為 $\overline{PQ}$ 的等分點，其中 $P(\sqrt{10})$ 、 $Q(\sqrt{37})$ ，則 $\frac{5\sqrt{10} + 2\sqrt{37}}{7}$ 在該數線上所對應的點應為 B 點



二、填充題（依配分表給分，共 70 分）配分表（答對格數→累計得分）：1 格 7 分、2 格 14 分、3 格 21 分、4 格 27 分、5 格 33 分、6 格 39 分、7 格 44 分、8 格 49 分、9 格 54 分、10 格 58 分、11 格 62 分、12 格 65 分、13 格 68 分、14 格 70 分。（本頁第 3~16 題依序為卷面填充題第 1~14 題）

3 已知 x, y 是有理數，若 $(4 + 2\sqrt{5})x - (\sqrt{5} - 2)y = 2 + 7\sqrt{5}$ ，求數對 $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/tnssh-114a-g10-1

4 設 $\sqrt{12} - \sqrt{108} = a + b$ ，其中 a 為正整數，且 $0 < b < 1$ ，求 $\frac{1}{3a-b} + \frac{1}{b-a}$ 的值 ____。

5 設 $x、y$ 是正實數且 $xy = 2\sqrt{2}$ ，若當 $x = \alpha, y = \beta$ 時， $9x^2 + 2y^2$ 有最小值 m ，求序組 $(\alpha, \beta, m) =$ ____。

6 解不等式： $\begin{cases} 2 < |x-1| < 10 \\ |2x+1| \geq 9 \end{cases}$ 得 x 的範圍為 ____。

7 在一筆直的道路，有 $A、B$ 兩棟大樓，今欲在此道路上蓋一間超市 C ，使得 A 大樓到超市 C 的距離是 B 大樓到超市 C 距離的 2.5 倍。若將此道路視為數線的一部份，且 $A(9)、B(-6)、C(x)$ ，求 $x =$ ____。(有兩解)

8 設 $a、b$ 為實數， $b > 0$ ，若不等式 $|ax+3| \geq b$ 的解為 $x \geq 10$ 或 $x \leq -2$ ，求數對 $(a, b) =$ ____。

9 解方程式 $|2x-1| - |x+1| = 2$ ，得 x 之值為 ____。

10 已知 $a > 0$ ，且 $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{6}$ ，求 $a^{\frac{3}{2}} + a^{-\frac{3}{2}}$ 的值 ____。

11 求 $\left(\frac{125}{8}\right)^{-\frac{2}{3}} \times (\sqrt{5} - \sqrt{3})^{\frac{1}{3}} \times (\sqrt{5} + \sqrt{3})^{\frac{1}{3}} \times \sqrt{2\sqrt[3]{27}}$ 之值 ____。

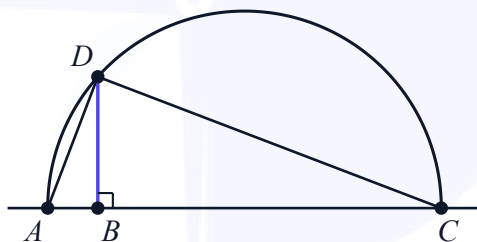


12 已知 $\left(\frac{1}{9}\right)^a = 2$ ，求 $27^a - 27^{-a} + \frac{3^{-a}}{4}$ 之值 ____。

13 已知 $10^{0.4771} \approx 3$ ， $10^{0.8451} \approx 7$ ，求 $(21)^{200}$ 是 ____ 位數。

14 已知 $a = \log 36$ ，求 $(\sqrt{10})^a \times \log(100\sqrt[3]{10^5}) + 100^{1-a} \times \log(10^{(10^{2a})})$ 的值 ____。

15 如圖（示意圖），已知 $\overline{AB} = \log 100$ ， $\overline{BC} = 7 + 3\sqrt{5}$ ， B 點在 $\overline{AC}$ 上。今以 $\overline{AC}$ 為直徑作半圓，並過 B 點作 $\overline{AC}$ 的垂直線交半圓於 D 點。求線段 $\overline{BD}$ 的長 ____。（須將答案化至最簡）



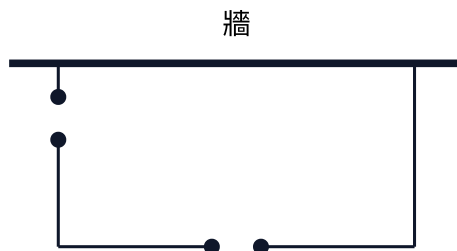
16 若 x 、 y 、 z 為三個正實數，滿足 $x^3 y^{-\frac{1}{2}} = 1$ ， $y^2 z^3 = 10$ ， $3 \cdot \log \frac{x}{z} = 4$ ，求 $\frac{x^3 - y}{2z}$ 的值 ____。

三、混合題（共 20 分，除單選題外，其餘皆須詳列計算過程）（本頁第 17、18 題為卷面混合題第 1 題的 (1)(2)；第 19~21 題為卷面混合題第 2 題的 (1)(2)(3)）

混合題第 1 題 一位農夫想用 40 公尺的竹籬，沿著牆邊圍出一個長方形菜園，其中靠牆的一邊不圍，並在其中兩邊各留著寬 2 公尺的出入口，如右圖所示，求：



- 17 (1) 此農夫所能圍出的菜圃最大面積為多少平方公尺？(5 分)



- 18 (2) 當菜圃的面積最大時，設其長為 a 公尺，寬為 b 公尺， $a > b$ ，求數對 (a, b) 。(3 分)

混合題第 2 題 某池塘布袋蓮的面積每過 n 個月便蔓延成原來的 9 倍，且每個月的蔓延速率固定。已知一開始池塘中布袋蓮的面積為 m 平方公尺，且經過 6 個月後布袋蓮的面積為 675 平方公尺；而從一開始觀察的 10 個月後，布袋蓮的面積為 6075 平方公尺。試回答下列問題：

- 19 (1) 請選出 1 個月後，布袋蓮的面積為多少平方公尺？(單選題，2 分)

- (A) $9m$
- (B) $\frac{9}{n} \cdot m$
- (C) $3^{\frac{1}{n}} \cdot m$
- (D) $3^{\frac{2}{n}} \cdot m$
- (E) $n^{\frac{1}{9}} \cdot m$

- 20 (2) 試求數對 (m, n) 的值。(8 分)



21 (3) 求一開始觀察的 3 個月後，布袋蓮的面積為多少平方公尺？(2 分)



御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/tnssh-114a-g10-1

答案一覽

第 1 題 (D)(E)

第 2 題 (C)(E)

第 3 題 (2, -3)

第 4 題 -1

第 5 題 $\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, \sqrt{6}, 24\right)$

第 6 題 $-9 < x \leq -5$ 或 $4 \leq x < 11$

第 7 題 -16 或 $-\frac{12}{7}$

第 8 題 $\left(-\frac{3}{4}, \frac{9}{2}\right)$

第 9 題 4 或 $-\frac{2}{3}$

第 10 題 $3\sqrt{6}$

第 11 題 $\frac{16}{25}$

第 12 題 $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$

第 13 題 265

第 14 題 122

第 15 題 $3 + \sqrt{5}$

第 16 題 -450

第 17 題 242 平方公尺

第 18 題 (22, 11)

第 19 題 (D)

第 20 題 (25, 4)

第 21 題 $75\sqrt{3}$ 平方公尺

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。(不用註冊)
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit (可以先把姓名、座號遮掉)



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/tnssh-114a-g10-1

選擇題 1~2：有理數與無理數、指數與對數的基本性質

- 1 答案 (D)(E)。(A) 錯：取 $b = 0$ ， $a + b\sqrt{2} = a$ 是有理數。(B) 錯：通分後分母是 $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 1$ ，分子是 $\sqrt{2}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) - \sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = -4$ ，所以這個數等於 -4 ，是有理數。(C) 錯：條件只說是實數，取 $a = \sqrt{3}$ 、 $b = 0$ 、 $c = 0$ 、 $d = 1$ ，兩邊都是 $\sqrt{3}$ ，但 $a \neq c$ 。(D) 對：兩邊乘以 2 再移項得 $a - 2\sqrt{ab} + b = 0$ ，即 $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = 0$ ，所以 $\sqrt{a} = \sqrt{b}$ ， $a = b$ 。(E) 對： $\frac{51}{340} = \frac{3}{20}$ ，分母只有質因數 2、5，是有限小數 (0.15)； $\frac{52}{340} = \frac{13}{85}$ ，分母 $85 = 5 \times 17$ 含有 17，是循環小數。
- (C) 要 a 、 b 、 c 、 d 都是有理數才能比較係數；(E) 要先約成最簡分數再看分母。

- 2 答案 (C)(E)。(A) 錯：分數指數 $a^{\frac{m}{n}}$ 只在底數 $a > 0$ 時有定義， $(-2)^{\frac{4}{3}}$ 沒有意義，不能寫成等式。(B) 錯： $0.\bar{2} = \frac{2}{9}$ 、 $0.\bar{8} = \frac{8}{9}$ ，相加是 $\frac{10}{9} = 1.\bar{1}$ 。(C) 對： $\log(\sqrt{5} + 1)$ 的意思就是「10 的幾次方等於 $\sqrt{5} + 1$ 」，所以 $10^{\log(\sqrt{5} + 1)} = \sqrt{5} + 1$ 。(D) 錯： $\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} = |2 - \sqrt{5}|$ ，而 $2 < \sqrt{5}$ ，所以等於 $\sqrt{5} - 2$ 。
- (E) 對：6 個等分點把 $\overline{PQ}$ 分成 7 等分。 $\frac{5\sqrt{10} + 2\sqrt{37}}{7} = \sqrt{10} + \frac{2}{7}(\sqrt{37} - \sqrt{10})$ ，是從 P 往 Q 走 $\frac{2}{7}$ 的位置，也就是左邊數來第 2 個黑點 B 。
- (E) 也可以用分點公式看：這個點把 $\overline{PQ}$ 分成 2:5，靠近 P 。

填充 1~3 (第 3~5 題)：比較係數、雙重根號、算幾不等式

- 3 把左邊依「有理數部分」和「 $\sqrt{5}$ 的係數」整理： $(4x + 2y) + (2x - y)\sqrt{5} = 2 + 7\sqrt{5}$ 。 x 、 y 是有理數，所以 $4x + 2y = 2$ 且 $2x - y = 7$ 。第一式除以 2 得 $2x + y = 1$ ，和第二式相加得 $4x = 8$ ， $x = 2$ ，代回得 $y = -3$ 。
- $-(\sqrt{5} - 2)y$ 展開是 $-\sqrt{5}y + 2y$ ，正負號要逐項處理。
- 4 $\sqrt{108} = 2\sqrt{27}$ ，所以 $12 - \sqrt{108} = 12 - 2\sqrt{27}$ 。找兩數和 12、積 27：9 和 3，得 $\sqrt{12 - \sqrt{108}} = \sqrt{9} - \sqrt{3} = 3 - \sqrt{3}$ 。 $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $3 - \sqrt{3} \approx 1.268$ ，整數部分 $a = 1$ ，小數部分 $b = 2 - \sqrt{3}$ 。 $3a - b = 1 + \sqrt{3}$ ， $b - a = 1 - \sqrt{3}$ ，所求 $= \frac{1}{1 + \sqrt{3}} + \frac{1}{1 - \sqrt{3}} = \frac{(1 - \sqrt{3}) + (1 + \sqrt{3})}{(1 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3})} = \frac{2}{-2} = -1$ 。
- 要先把 $\sqrt{108}$ 寫成 $2\sqrt{27}$ ，根號前面是 2 才能找「和、積」。
- 5 $9x^2$ 、 $2y^2$ 都是正數，由算幾不等式 $\frac{9x^2 + 2y^2}{2} \geq \sqrt{9x^2 \cdot 2y^2} = 3\sqrt{2}xy = 3\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 12$ ，所以 $9x^2 + 2y^2 \geq 24$ ，最小值 $m = 24$ 。等號成立在 $9x^2 = 2y^2 = 12$ ： $x^2 = \frac{4}{3}$ ， $x = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ； $y^2 = 6$ ， $y = \sqrt{6}$ 。檢查： $xy = \frac{2\sqrt{3}}{3} \times \sqrt{6} = \frac{2\sqrt{18}}{3} = 2\sqrt{2}$ ，符合條件。所以 $(\alpha, \beta, m) = \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, \sqrt{6}, 24\right)$ 。
- 等號成立時兩項相等，而且兩項的和是 24，所以各是 12。

算幾不等式求極值要寫出等號成立的條件，並確認那組值符合題目的限制。



填充 4~7 (第 6~9 題)：絕對值不等式與方程式

- 6 第一式 $2 < |x - 1| < 10$: $2 < x - 1 < 10$ 或 $-10 < x - 1 < -2$, 即 $3 < x < 11$ 或 $-9 < x < -1$ 。
第二式 $|2x + 1| \geq 9$: $2x + 1 \geq 9$ 或 $2x + 1 \leq -9$, 即 $x \geq 4$ 或 $x \leq -5$ 。兩式要同時成立, 取共同的部分 : $3 < x < 11$ 和 $x \geq 4$ 重疊成 $4 \leq x < 11$; $-9 < x < -1$ 和 $x \leq -5$ 重疊成 $-9 < x \leq -5$ 。
端點有沒有等號要分開看 : 4 和 -5 來自第二式 (有等號), 11 和 -9 來自第一式 (沒有等號)。
- 7 $\overline{AC} = |x - 9|$, $\overline{BC} = |x + 6|$, 條件是 $|x - 9| = \frac{5}{2}|x + 6|$, 即 $2|x - 9| = 5|x + 6|$ 。 $2(x - 9) = 5(x + 6)$ 得 $-3x = 48$, $x = -16$; $2(x - 9) = -5(x + 6)$ 得 $7x = -12$, $x = -\frac{12}{7}$ 。檢查 : $x = -16$ 時 $\overline{AC} = 25$ 、 $\overline{BC} = 10$; $x = -\frac{12}{7}$ 時 $\overline{AC} = \frac{75}{7}$ 、 $\overline{BC} = \frac{30}{7}$, 比都是 2.5 。
C 可以在 A、B 之間, 也可以在 B 的左邊 (外側), 所以有兩解。
- 8 解「 $x \geq 10$ 或 $x \leq -2$ 」的兩個端點中點是 4, 到中點的距離是 6, 所以解等於 $|x - 4| \geq 6$ 。兩邊乘以 $\frac{3}{4}$: $\left| \frac{3}{4}x - 3 \right| \geq \frac{9}{2}$, 也就是 $\left| -\frac{3}{4}x + 3 \right| \geq \frac{9}{2}$ 。和 $|ax + 3| \geq b$ 對照, 常數項要是 +3, 所以 $a = -\frac{3}{4}$ 、 $b = \frac{9}{2}$ 。
 $\left| \frac{3}{4}x - 3 \right|$ 和 $\left| -\frac{3}{4}x + 3 \right|$ 相等, 要配合题目的「+3」選後者, a 是負的。
- 9 絕對值裡面在 $x = \frac{1}{2}$ 和 $x = -1$ 變號, 分三段。① $x \geq \frac{1}{2}$: $(2x - 1) - (x + 1) = 2$, $x = 4$, 在這一段裡, 合。② $-1 \leq x < \frac{1}{2}$: $-(2x - 1) - (x + 1) = 2$, $-3x = 2$, $x = -\frac{2}{3}$, 在這一段裡, 合。③ $x < -1$: $-(2x - 1) + (x + 1) = 2$, $x = 0$, 不在這一段裡, 不合。所以 $x = 4$ 或 $-\frac{2}{3}$ 。
每一段解出來的 x 都要檢查是否落在那一段的範圍內。

$|x - c| \geq r$ 的解是「離 c 的距離至少 r 」; 由解回推時先找兩端點的中點和半徑。

填充 8~10 (第 10~12 題)：指數律與對稱式

- 10 設 $t = a^{\frac{1}{3}} + a^{-\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{6}$, 注意 $a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{-\frac{1}{3}} = 1$ 。 $t^3 = a^{\frac{1}{3}} + a^{-\frac{1}{3}} + 3 \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{-\frac{1}{3}} (a^{\frac{1}{3}} + a^{-\frac{1}{3}}) = a^{\frac{1}{3}} + a^{-\frac{1}{3}} + 3t$, 所以 $a^{\frac{1}{3}} + a^{-\frac{1}{3}} = t^3 - 3t = 6\sqrt[3]{6} - 3\sqrt[3]{6} = 3\sqrt[3]{6}$ 。
- 11 逐項化簡。 $\left(\frac{125}{8}\right)^{-\frac{2}{3}} = \left(\frac{8}{125}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$ 。 $(\sqrt{5} - \sqrt{3})^{\frac{1}{3}} \times (\sqrt{5} + \sqrt{3})^{\frac{1}{3}} = [(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})]^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}}$ 。 $\sqrt{2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}}} = (2 \cdot 2^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}} = (2^{\frac{4}{3}})^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{2}{3}}$ 。相乘 : $\frac{4}{25} \times 2^{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}} = \frac{4}{25} \times 2^2 = \frac{16}{25}$ 。
 $\sqrt{5} - \sqrt{3} > 0$, 所以可以用 $a^r b^r = (ab)^r$ 把兩個 $\frac{1}{3}$ 次方合併。
- 12 $\left(\frac{1}{9}\right)^a = 3^{-2a} = (3^{-a})^2 = 2$, 而 $3^{-a} > 0$, 所以 $3^{-a} = \sqrt{2}$, $3^a = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 。 $27^a = (3^a)^3 = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$; $27^{-a} = (3^{-a})^3 = 2\sqrt{2}$; $\frac{3^{-a}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4}$ 。所求 = $\frac{\sqrt{2}}{4} - 2\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} = -\frac{3\sqrt{2}}{2}$ 。
 $\left(\frac{1}{9}\right)^a = 2 > 1$ 表示 $a < 0$, 所以 27^a 比 27^{-a} 小, 答案是負的。



指數求值題先把條件化成「某個底數的次方等於多少」（這裡是 $3^{-a} = \sqrt{2}$ ），再把所求每一項都改寫成它的次方。

填充 11~14 (第 13~16 題)：位數、log 的意義、半圓與聯立

- 13 $21 = 3 \times 7 \approx 10^{0.4771} \times 10^{0.8451} = 10^{1.3222}$ ，所以 $21^{200} \approx 10^{1.3222 \times 200} = 10^{264.44} = 10^{0.44} \times 10^{264}$ 。 $1 < 10^{0.44} < 10$ ，所以 21^{200} 介於 10^{264} 和 10^{265} 之間，是 265 位數。

$10^n \leq N < 10^{n+1}$ 時 N 是 $n+1$ 位數，指數的整數部分 264 要加 1。

- 14 $a = \log 36$ 表示 $10^a = 36$ 。第一項： $(\sqrt{10})^a = (10^a)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{36} = 6$ ； $100\sqrt[3]{10^5} = 10^{2+\frac{5}{3}} = 10^{\frac{11}{3}}$ ，它的 $\log$ 是 $\frac{11}{3}$ ；乘起來是 $6 \times \frac{11}{3} = 22$ 。第二項： $100^{1-a} = \frac{100}{(10^a)^2} = \frac{100}{36^2}$ ； $\log(10^{(10^a)}) = 10^{2a} = (10^a)^2 = 36^2$ ；乘起來是 100。所求 $= 22 + 100 = 122$ 。

$\log(10^k) = k$ ，這裡的 k 是 10^{2a} 整個數，不必把 36^2 乘開，會和前面的分母約掉。

- 15 $\overline{AB} = \log 100 = 2$ 。 $\overline{AC}$ 是直徑，所以 $\angle ADC = 90^\circ$ 。在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle DBC$ 中， $\angle ABD = \angle DBC = 90^\circ$ ，且 $\angle BAD = 90^\circ - \angle ADB = \angle BDC$ ，兩個三角形相似， $\frac{\overline{AB}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{BC}}$ ，得 $\overline{BD}^2 = \overline{AB} \times \overline{BC} = 2(7 + 3\sqrt{5}) = 14 + 6\sqrt{5}$ 。 $14 + 6\sqrt{5} = 14 + 2\sqrt{45}$ ，找兩數和 14、積 45：9 和 5，所以 $\overline{BD} = \sqrt{14 + 2\sqrt{45}} = \sqrt{9} + \sqrt{5} = 3 + \sqrt{5}$ 。

$\overline{BD}$ 是 $\overline{AB}$ 與 $\overline{BC}$ 的幾何平均數。答案要把雙重根號化開才算最簡。

- 16 由 $x^3 y^{-\frac{1}{2}} = 1$ 得 $x^3 = y^{\frac{1}{2}}$ ，兩邊平方 $y = x^6$ 。代入第二式： $x^{12} z^3 = 10$ 。第三式 $\log \frac{x}{z} = \frac{4}{3}$ 表示 $\frac{x}{z} = 10^{\frac{4}{3}}$ ， $x = 10^{\frac{4}{3}} z$ ，所以 $x^{12} = 10^{16} z^{12}$ 。代回： $10^{16} z^{15} = 10$ ， $z^{15} = 10^{-15}$ ， $z > 0$ 所以 $z = 10^{-1} = \frac{1}{10}$ 。於是 $x = 10^{\frac{4}{3}} \times 10^{-1} = 10^{\frac{1}{3}}$ ， $x^3 = 10$ ， $y = x^6 = 100$ 。所求 $= \frac{10 - 100}{2 \times \frac{1}{10}} = \frac{-90}{\frac{1}{5}} = -450$ 。

檢查： $y^2 z^3 = 10^4 \times 10^{-3} = 10$ ； $\frac{x}{z} = 10^{\frac{1}{3}+1} = 10^{\frac{4}{3}}$ ， $3 \log \frac{x}{z} = 4$ 。

$\log A = k$ 就是 $A = 10^k$ 。看到 $\log$ 的條件先翻成 10 的次方，再用指數律處理。

混合題 1 (第 17~18 題)：靠牆的菜園

- 17 設與牆平行的一邊長 x 公尺，與牆垂直的兩邊各長 y 公尺 ($x > 0, y > 0$)。要圍的三邊總長是 $x + 2y$ ，其中兩個出入口共 4 公尺不用竹籬，所以 $x + 2y - 4 = 40$ ，即 $x + 2y = 44$ 。面積是 xy 。由算幾不等式 $\frac{x + 2y}{2} \geq \sqrt{x \cdot 2y}$ ，即 $22 \geq \sqrt{2xy}$ ，兩邊平方得 $484 \geq 2xy$ ， $xy \leq 242$ 。等號在 $x = 2y = 22$ ，即 $x = 22, y = 11$ 時成立，所以最大面積是 242 平方公尺。

出入口不用竹籬，三邊的總長比竹籬多 4 公尺，是 44 不是 40。算幾不等式要用 x 和 $2y$ 這兩項，它們的和才是定值。

- 18 面積最大時算幾不等式的等號成立， $x = 2y$ ，再配合 $x + 2y = 44$ 得 $x = 22, y = 11$ 。長 a 比寬 b 大，所以 $(a, b) = (22, 11)$ 。

這時與牆平行的那一邊是 22 公尺，與牆垂直的兩邊各 11 公尺。



混合題 2 (第 19~21 題)：布袋蓮的面積

- 19 答案 (D)。每個月的蔓延速率固定，設每過 1 個月面積變成原來的 r 倍 ($r > 0$)。過 n 個月是 r^n 倍，所以 $r^n = 9$ ， $r = 9^{\frac{1}{n}} = (3^2)^{\frac{1}{n}} = 3^{\frac{2}{n}}$ 。1 個月後的面積是 $3^{\frac{2}{n}} \cdot m$ 。

「 n 個月變 9 倍」是每個月的倍率連乘 n 次等於 9，不是每個月多 $\frac{9}{n}$ 倍。

- 20 t 個月後的面積是 $m \cdot \left(3^{\frac{2}{n}}\right)^t = m \cdot 3^{\frac{2t}{n}}$ 。由題意 $m \cdot 3^{\frac{12}{n}} = 675$ 、 $m \cdot 3^{\frac{20}{n}} = 6075$ 。兩式相除： $3^{\frac{20}{n} - \frac{12}{n}} = \frac{6075}{675} = 9 = 3^2$ ，所以 $\frac{8}{n} = 2$ ， $n = 4$ 。代入第一式： $m \cdot 3^3 = 675$ ， $m = 25$ 。所以 $(m, n) = (25, 4)$ 。

檢查： $25 \times 3^{\frac{20}{4}} = 25 \times 243 = 6075$ 。從第 6 個月到第 10 個月剛好變 9 倍，所以 $n = 4$ 。

- 21 $n = 4$ 時每個月的倍率是 $3^{\frac{2}{4}} = 3^{\frac{1}{2}}$ 。3 個月後的面積是 $25 \times \left(3^{\frac{1}{2}}\right)^3 = 25 \times 3^{\frac{3}{2}} = 25 \times 3\sqrt{3} = 75\sqrt{3}$ 平方公尺。

$75\sqrt{3} \approx 129.9$ ，介於一開始的 25 和 4 個月後的 225 之間。

固定倍率的成長寫成 $m \cdot r^t$ ；有兩筆資料時把兩式相除， m 會消掉。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自臺南二中 114 學年度上學期高一第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。

御藍教育
ROYAL BLUE · EDUCATION



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/tnssh-114a-g10-1