

臺南女中 113 學年度上學期 高一第一次段考



御藍教育

範圍：數與式（實數、絕對值、指數、常用對數） · 單選題 6 題（30 分）、多選題 5 題（30 分）、填充題 5 題（25 分）、混合題 3 題（題末所標配分 5、3、7 分，合計 15 分）

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/tngs-113a-g10-1

第壹部分：選擇（填）題（占 85 分） 一、單選題（占 30 分）說明：第 1 題至第 6 題，每題 5 分。

- 1 實驗室中進行某種細菌的培養，根據細菌繁殖的特性，每隔 12 小時細菌數增加一倍，已知一開始觀察的 2 天後細菌數為 10^9 個，則至少需要再過幾天，細菌會增加至 10^{12} 個以上？

- (1) 2 天
- (2) 3 天
- (3) 4 天
- (4) 5 天
- (5) 6 天

- 2 計算 $10^{\log 2} \times \left(\frac{64}{27}\right)^{-\frac{4}{3}} \times \sqrt[4]{\left(\frac{16}{81}\right)^3} \times (0.25)^{-2.5}$ 之值為何？

- (1) 2
- (2) 3
- (3) 6
- (4) 0.903
- (5) 1.806

- 3 已知 $8^x = 9^y = 6^z$ ，且 $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{k}{z}$ ，則 k 之值為何？

- (1) 2
- (2) 3
- (3) 4
- (4) 5
- (5) 6



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/tngs-113a-g10-1

4 求 $10^{-0.3010}$ 之值最接近下列哪一選項？

- (1) 0.2
- (2) 0.5
- (3) 0.002
- (4) 20
- (5) 1

5 試比較 2^{250} 、 5^{112} 、 6^{100} 的大小，下列選項何者正確？

- (1) $5^{112} > 6^{100} > 2^{250}$
- (2) $2^{250} > 5^{112} > 6^{100}$
- (3) $5^{112} > 2^{250} > 6^{100}$
- (4) $2^{250} > 6^{100} > 5^{112}$
- (5) $6^{100} > 5^{112} > 2^{250}$

6 小美的家與公司剛好在一條筆直的道路，已知小美家的坐標為 3，公司坐標為 10。小美想在這條路上選擇一家早餐店吃早餐，設早餐店的地點坐標為 x ，小美希望從家到早餐店吃完早餐，再從早餐店到公司的距離和要在 8 到 11 之間，則小美在路上可以選擇早餐店的範圍所占長度為下列哪一選項？

- (1) 2
- (2) 3
- (3) 4
- (4) 5
- (5) 6

二、多選題（占 30 分）說明：第 7 題至第 11 題，每題 6 分。（6-4-2-0）

7 下列選項何者正確？

- (1) $0.\overline{25} + 0.\overline{2} = 0.\overline{45}$
- (2) $(4 + 3\sqrt{2})^{-2} (4 - 3\sqrt{2})^{-2} = -\frac{1}{4}$
- (3) 若 $a > b > \sqrt{2}$ ，則 $a + b > 2\sqrt{ab}$
- (4) 若 $c + d$ 、 $c - d$ 均為有理數，則 d 必為有理數
- (5) 若 e 、 f 皆不為 0，且 $e > f$ ，則 $e^2 > f^2$



8 下列選項何者正確？

- (1) $\sqrt{17} + \sqrt{3} < \sqrt{20}$
- (2) $3 - \sqrt{2} > \sqrt{10} - \sqrt{3}$
- (3) $3 < \sqrt{12 + 2\sqrt{5}} < 4$
- (4) $4 < \log 98000 < 5$
- (5) $-5 < \log 0.00089 < -4$

9 設 $x = \frac{\sqrt{5} - 2}{\sqrt{5} + 2}$ ，則下列選項何者正確？

- (1) $x + x^{-1} = 18$
- (2) $x - x^{-1} = 8\sqrt{5}$
- (3) $x^2 + x^{-2} = 324$
- (4) $x^3 - x^{-3} = 2584\sqrt{5}$
- (5) $x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} = 2\sqrt{5}$

10 設 x, y 為實數，若 $|-x + 2| \leq 3, |2y + 5| \leq 1$ ，則下列選項何者正確？

- (1) $-4 \leq x + y \leq 3$
- (2) $1 \leq x^2 \leq 25$
- (3) $-15 \leq xy \leq 3$
- (4) $-\frac{5}{3} \leq \frac{x}{y} \leq \frac{1}{2}$
- (5) $-13 \leq xy - y \leq 6$

11 設 $A(3^{10}), B(3^{11}), C\left(\frac{5 \cdot 3^{10} + 3^{11}}{6}\right), D\left(\frac{4 \cdot 3^{10} + 3^{11}}{5}\right), E\left(\frac{-3^{10} + 7 \cdot 3^{11}}{6}\right)$ 為數線上五點，請選出正確選項。

- (1) D 點在 C 點的左方
- (2) E 點在 B 點的右方
- (3) $\overline{AC} = \overline{BE}$
- (4) $4\overline{AD} = \overline{BD}$
- (5) $\overline{AD} > 10^5$

三、填充題（占 25 分）說明：第 12 題至第 16 題，每題 5 分。

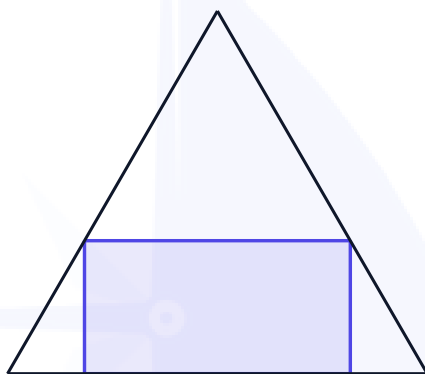
12 已知有理數 x, y 滿足 $x + \sqrt{16 - 8\sqrt{3}} = 3 + y\sqrt{4 + \sqrt{12}}$ ，則 $x^2 + y^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



- 13 已知實數 a 滿足 $25^a = 2 + \sqrt{3}$ ，則 $\frac{125^a + 125^{-a}}{5^a - 2 \cdot 5^{-a}}$ 之值為 ____。

- 14 已知 $1.623 < \log 42 < 1.624$ ，則 42^{100} 為 ____ 位數。

- 15 一矩形內接於邊長為 12 的正三角形，示意圖如下，則此矩形的最大面積為 ____。



- 16 設 a, b, c 均為實數， $a \neq 0$ ，若不等式 $b \leq |ax + 3| \leq c$ 的解為 $-3 \leq x \leq -1$ 或 $4 \leq x \leq 6$ ，則 $a + b + c$ 之值為 ____。

第貳部分：混合題（占 12 分）說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣



分。(第 17~18 題為題組。流傳版本此處印「占 12 分」，各子題題末所標配分為 5、3、7 分，合計 15 分。)

- 17 地震規模的大小通常用芮氏等級表示，設 I 為地震芮氏規模 r 級時震央所釋放出來的能量，則 I 與 r 的關係如下： $\log I = r + 0.2$ ，發明原子彈後，我們常把地震所釋放的能量和一顆原子彈爆炸後所釋放的能量做比較，已知芮氏地震規模 5.8 的地震，其震央釋放出來的能量 I_1 ，約為一顆原子彈爆炸後所釋放的能量，今芮氏地震規模 7.3 的地震，震央所釋放能量 I_2 ，則下列選項何者正確？（多選題，5 分；5-3-1-0）
- (1) $10 = 6$
 - (2) I_2 的整數部分是為 7 位數
 - (3) $\frac{1}{I_2}$ 從小數點後第 8 位開始出現不為 0 的數字
 - (4) 芮氏等級每增加 1 級，震央所釋放能量增加為原來的 10 倍
 - (5) 若震央所釋放能量為 $2I_1$ ，則芮氏地震規模為 $5.8 + 2 = 7.8$ 級

- 18 設芮氏地震規模 5.8 的地震，其震央所釋放出來的能量，約為一顆原子彈爆炸後所釋放的能量，則芮氏地震規模 7.3 的地震，震央所釋放能量約為幾顆原子彈爆炸後所釋放的能量？（單選題，3 分）
- (1) 64
 - (2) 56
 - (3) 48
 - (4) 40
 - (5) 32

- 19 試求不等式 $|3x| + |x - 4| \geq 10$ 的實數解？須將數線分段來討論解的情形，其他方法不給分。（非選擇題，7 分）

御藍教育

ROYAL BLUE • EDUCATION



網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/tngs-113a-g10-1

答案一覽

- 第 1 題 (4)
第 2 題 (3)
第 3 題 (5)
第 4 題 (2)
第 5 題 (1)
第 6 題 (2)
第 7 題 (3)(4)
第 8 題 (2)(4)
第 9 題 (1)(5)
第 10 題 (1)(3)(5)
第 11 題 (2)(3)(4)
第 12 題 53
第 13 題 $3 + 3\sqrt{3}$
第 14 題 163
第 15 題 $18\sqrt{3}$
第 16 題 12
第 17 題 (3)(4)
第 18 題 (5)
第 19 題 $x \leq -\frac{3}{2}$ 或 $x \geq 3$

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。(不用註冊)
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit（可以先把姓名、座號遮掉）



單選 1~6：指數律、對數比大小與距離和

- 1 答案 (4)。從 10^9 個要變成 10^{12} 個以上，就是要變成 1000 倍以上。每 12 小時變 2 倍，經過 n 個 12 小時變 2^n 倍，要 $2^n \geq 1000$ 。 $2^9 = 512$ 不夠， $2^{10} = 1024$ 夠了，所以 $n = 10$ ，共 120 小時，也就是 5 天。

題目問的是「再過」幾天，從細菌數是 10^9 的那個時刻算起；前面的 2 天不用加進去。

- 2 答案 (3)。逐項化簡： $10^{\log 2} = 2$ ； $\left(\frac{64}{27}\right)^{-\frac{4}{3}} = \left(\frac{27}{64}\right)^{\frac{4}{3}} = \left(\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{81}{256}$ ； $\sqrt[4]{\left(\frac{16}{81}\right)^3} = \left(\frac{16}{81}\right)^{\frac{3}{4}} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$ ； $(0.25)^{-2.5} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{5}{2}} = 4^{\frac{5}{2}} = 2^5 = 32$ 。相乘： $2 \times \frac{81}{256} \times \frac{8}{27} \times 32 = 2 \times \frac{81}{27} \times \frac{8}{256} \times 32 = 2 \times 3 \times 1 = 6$ 。

$\log 2$ 的意思就是「10 的幾次方等於 2」，所以 $10^{\log 2} = 2$ 。

- 3 答案 (5)。設 $8^x = 9^y = 6^z = t$ 。由 $\frac{2}{x}$ 、 $\frac{3}{y}$ 、 $\frac{k}{z}$ 有意義知 x 、 y 、 z 都不是 0，所以 $t \neq 1$ 。兩邊分別開 x 、 y 、 z 次方： $8 = t^{\frac{1}{x}}$ ， $9 = t^{\frac{1}{y}}$ ， $6 = t^{\frac{1}{z}}$ 。於是 $t^{\frac{2}{x} + \frac{3}{y}} = 8^2 \times 9^3 = 2^6 \times 3^6 = 6^6 = t^{\frac{6}{z}}$ 。因為 $t > 0$ 且 $t \neq 1$ ，指數相等： $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{6}{z}$ ， $k = 6$ 。

看到 $\frac{1}{x}$ 、 $\frac{1}{y}$ 、 $\frac{1}{z}$ 出現在指數的關係式裡，就把連等式設成 t ，把 8、9、6 都寫成 t 的次方。

- 4 答案 (2)。 $\log 2 \approx 0.3010$ ，也就是 $10^{0.3010} \approx 2$ 。所以 $10^{-0.3010} = \frac{1}{10^{0.3010}} \approx \frac{1}{2} = 0.5$ 。

- 5 答案 (1)。取常用對數比較 ($\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 5 = 1 - \log 2 \approx 0.6990$)： $\log 2^{250} = 250 \times 0.3010 = 75.25$ ； $\log 5^{112} = 112 \times 0.6990 \approx 78.29$ ； $\log 6^{100} = 100 \times (0.3010 + 0.4771) = 77.81$ 。對數值越大，原數越大，所以 $5^{112} > 6^{100} > 2^{250}$ 。

後兩個也可以不用對數： $2^{250} = (2^5)^{50} = 32^{50}$ ， $6^{100} = (6^2)^{50} = 36^{50}$ ，所以 $6^{100} > 2^{250}$ 。卷面沒有另外印 $\log 3$ 的近似值，這裡用的是 0.4771。

- 6 答案 (2)。從家到早餐店、再到公司的距離和是 $|x - 3| + |x - 10|$ 。 x 在 3 和 10 之間時，距離和固定是 7，不在 8 到 11 之間。 $x > 10$ 時距離和是 $(x - 3) + (x - 10) = 2x - 13$ ， $8 \leq 2x - 13 \leq 11$ 得 $10.5 \leq x \leq 12$ 。 $x < 3$ 時距離和是 $(3 - x) + (10 - x) = 13 - 2x$ ， $8 \leq 13 - 2x \leq 11$ 得 $1 \leq x \leq 2.5$ 。兩段長度都是 1.5，合計 3。

早餐店可以在家的另一側，也可以在公司的另一側，兩邊各有一段，要加起來。

指數的題目先把每個數寫成同一個底數（或同一個指數）的次方再運算；底數湊不齊時取常用對數，比較指數部分。



多選 7~11：實數的性質、根式、範圍估計與數線

- 7 答案 (3)(4)。 (1) 錯： $0.\overline{25} = \frac{25}{99}$ ， $0.\overline{2} = \frac{2}{9} = \frac{22}{99}$ ，相加是 $\frac{47}{99} = 0.\overline{47}$ 。 (2) 錯：
 $(4 + 3\sqrt{2})(4 - 3\sqrt{2}) = 16 - 18 = -2$ ，所以原式 $= (-2)^{-2} = \frac{1}{4}$ ，是正的。 (3) 對： a 、 b 都是正數，
 由算幾不等式 $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ ，等號只在 $a = b$ 時成立；現在 $a > b$ ，所以 $a + b > 2\sqrt{ab}$ 。 (4) 對： $d = \frac{(c+d) - (c-d)}{2}$ ，有理數相減再除以 2 仍是有理數。 (5) 錯：取 $e = 1$ 、 $f = -2$ ， $e > f$ 但 $e^2 = 1 < 4 = f^2$ 。

(1) 的 $0.\overline{2} = 0.2222\cdots$ ，和 $0.2525\cdots$ 逐位相加是 $0.4747\cdots$ ，不是把 25 和 2 直接湊成 45。

- 8 答案 (2)(4)。 (1) 錯： $\sqrt{17} > 4$ 、 $\sqrt{3} > 1$ ，左邊大於 5；右邊 $\sqrt{20} < 5$ 。 (2) 對：兩邊移項，等於比較
 $3 + \sqrt{3}$ 和 $\sqrt{10} + \sqrt{2}$ 。兩邊都是正數，平方後是 $12 + 6\sqrt{3} = 12 + \sqrt{108}$ 和 $12 + 2\sqrt{20} = 12 + \sqrt{80}$ ，
 前者大，所以 $3 + \sqrt{3} > \sqrt{10} + \sqrt{2}$ ，即 $3 - \sqrt{2} > \sqrt{10} - \sqrt{3}$ 。 (3) 錯： $2\sqrt{5} = \sqrt{20} > 4$ ，所以 $12 + 2\sqrt{5} > 16$ ，
 $\sqrt{12 + 2\sqrt{5}} > 4$ 。 (4) 對： $10^4 < 98000 < 10^5$ ，所以 $4 < \log 98000 < 5$ 。 (5) 錯：
 $0.00089 = 8.9 \times 10^{-4}$ ， $10^{-4} < 0.00089 < 10^{-3}$ ，所以 $-4 < \log 0.00089 < -3$ 。

(2) 兩邊都有減號時，先移項讓兩邊都是「正數加正數」再平方比較。(5) 要先寫成科學記號，10 的次方是 -4 ，對數值落在 -4 和 -3 之間。

- 9 答案 (1)(5)。分母有理化： $x = \frac{(\sqrt{5}-2)^2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} = (\sqrt{5}-2)^2 = 9 - 4\sqrt{5}$ ，同理 $x^{-1} = \frac{(\sqrt{5}+2)^2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} = (\sqrt{5}+2)^2 = 9 + 4\sqrt{5}$ 。 (1) 對： $x + x^{-1} = 18$ 。 (2) 錯： $x - x^{-1} = -8\sqrt{5}$ 。 (3) 錯： $x^2 + x^{-2} = (x + x^{-1})^2 - 2 = 324 - 2 = 322$ 。 (4) 錯： $x^3 - x^{-3} = (x - x^{-1})(x^2 + 1 + x^{-2}) = -8\sqrt{5} \times 323 = -2584\sqrt{5}$ 。 (5) 對： $x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5} - 2$ ， $x^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{5} + 2$ ，相加是 $2\sqrt{5}$ 。
 $x = (\sqrt{5}-2)^2 \approx 0.056$ 比 1 小， x^{-1} 比 1 大，所以 $x - x^{-1}$ 和 $x^3 - x^{-3}$ 都是負的；(2)(4) 的數字對、正負號不對。

- 10 答案 (1)(3)(5)。 $|-x+2| \leq 3$ 即 $|x-2| \leq 3$ ， $-1 \leq x \leq 5$ ； $|2y+5| \leq 1$ 即 $-1 \leq 2y+5 \leq 1$ ， $-3 \leq y \leq -2$ 。 (1) 對：兩式相加， $-4 \leq x+y \leq 3$ 。 (2) 錯： x 可以是 0， x^2 的範圍是 $0 \leq x^2 \leq 25$ 。 (3) 對： y 是負數， x 越大 xy 越小； $x=5$ 、 $y=-3$ 時最小 -15 ， $x=-1$ 、 $y=-3$ 時最大 3 。 (4) 錯：
 $x=5$ 、 $y=-2$ 時 $\frac{x}{y} = -\frac{5}{2} < -\frac{5}{3}$ 。 (5) 對： $xy - y = y(x-1)$ ， $-2 \leq x-1 \leq 4$ 、 $-3 \leq y \leq -2$ ，最小是 $4 \times (-3) = -12$ ，最大是 $(-2) \times (-3) = 6$ ，所以 $-12 \leq xy - y \leq 6$ ，當然也滿足 $-13 \leq xy - y \leq 6$ 。

(5) 的 -13 是把 xy 的最小值 -15 和 y 的最大值 -2 分開相減得到的，實際上取不到（兩個極值發生在不同的 y ）；真正的範圍是 -12 到 6 。不過「 $-13 \leq xy - y \leq 6$ 」這個不等式對所有符合條件的 x 、 y 仍然成立，流傳版本的參考答案也把 (5) 列為正確。

- 11 答案 (2)(3)(4)。令 $u = 3^{10}$ ，則 $3^{11} = 3u$ 。五點坐標： $A = u$ ， $B = 3u$ ， $C = \frac{5u+3u}{6} = \frac{4}{3}u$ ， $D = \frac{4u+3u}{5} = \frac{7}{5}u$ ， $E = \frac{-u+21u}{6} = \frac{10}{3}u$ 。 (1) 錯： $\frac{7}{5} > \frac{4}{3}$ ， D 在 C 的右方。 (2) 對： $\frac{10}{3}u > 3u$ 。 (3) 對： $\overline{AC} = \frac{1}{3}u$ ， $\overline{BE} = \frac{1}{3}u$ 。 (4) 對： $\overline{AD} = \frac{2}{5}u$ ， $\overline{BD} = \frac{8}{5}u$ ， $4\overline{AD} = \overline{BD}$ 。 (5) 錯： $3^{10} = 59049$ ，
 $\overline{AD} = \frac{2}{5} \times 59049 = 23619.6 < 10^5$ 。

用分點公式看也可以： C 是 $\overline{AB}$ 上 $\overline{AC} : \overline{CB} = 1 : 5$ 的內分點， D 是 $1 : 4$ 的內分點， E 是 $\overline{AE} : \overline{BE} = 7 : 1$ 的外分點，在 B 的右邊。



填充 12~16：雙重根號、指數求值、位數、算幾不等式與絕對值

- 12 $16 - 8\sqrt{3} = 16 - 2\sqrt{48}$ ，和 16、積 48 的兩數是 12 和 4，所以 $\sqrt{16 - 8\sqrt{3}} = \sqrt{12} - \sqrt{4} = 2\sqrt{3} - 2$ 。
 $4 + \sqrt{12} = 4 + 2\sqrt{3}$ ，和 4、積 3 的兩數是 3 和 1，所以 $\sqrt{4 + \sqrt{12}} = \sqrt{3} + 1$ 。原式變成 $(x - 2) + 2\sqrt{3} = (3 + y) + y\sqrt{3}$ 。 x 、 y 是有理數， $\sqrt{3}$ 是無理數，比較兩邊： $y = 2$ ， $x - 2 = 3 + y = 5$ ， $x = 7$ 。
 $x^2 + y^2 = 49 + 4 = 53$ 。

化簡雙重根號要先把裡面湊成 $2\sqrt{\quad}$ 的形式： $8\sqrt{3} = 2\sqrt{48}$ ， $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ 。

- 13 令 $t = 25^a = 2 + \sqrt{3}$ 。分子分母同乘以 5^a ：分子 $5^a(125^a + 125^{-a}) = 625^a + 25^{-a} = t^2 + \frac{1}{t}$ ，分母 $5^a(5^a - 2 \cdot 5^{-a}) = 25^a - 2 = t - 2$ 。
 $t^2 = 7 + 4\sqrt{3}$ ， $\frac{1}{t} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$ ，分子是 $9 + 3\sqrt{3}$ ；分母是 $\sqrt{3}$ 。所求 $= \frac{9 + 3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3} + 3$ ，即 $3 + 3\sqrt{3}$ 。

已知的是 25^a ，所以同乘 5^a 把每一項都變成 25^a 的整數次方，不需要去求 5^a 。

- 14 $\log 42^{100} = 100 \log 42$ ，由 $1.623 < \log 42 < 1.624$ 得 $162.3 < \log 42^{100} < 162.4$ 。所以 $10^{162} < 42^{100} < 10^{163}$ ， 42^{100} 是 163 位數。

對數值的整數部分是 162，位數要再加 1。

- 15 設矩形的高為 h 、在底邊上的寬為 w 。正三角形的底角是 60° ，矩形左右兩側各剩一個 $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ 的直角三角形，高 h 、底 $\frac{h}{\sqrt{3}}$ ，所以 $w = 12 - \frac{2h}{\sqrt{3}}$ 。令 $p = \frac{2h}{\sqrt{3}}$ ，則 $w + p = 12$ ，面積 $wh = \frac{\sqrt{3}}{2} wp$ 。
 由算幾不等式 $\frac{w+p}{2} \geq \sqrt{wp}$ 得 $wp \leq 36$ ，所以面積 $\leq \frac{\sqrt{3}}{2} \times 36 = 18\sqrt{3}$ 。等號在 $w = p = 6$ ，也就是 $w = 6$ 、 $h = 3\sqrt{3}$ 時成立，最大面積是 $18\sqrt{3}$ 。

這時矩形的寬是底邊的一半、高是正三角形高 $6\sqrt{3}$ 的一半，面積剛好是正三角形面積 $36\sqrt{3}$ 的一半。

- 16 $|ax + 3| = |a| \left| x + \frac{3}{a} \right|$ ，所以 $b \leq |ax + 3| \leq c$ 的解是以 $x = -\frac{3}{a}$ 為中心、左右對稱的兩段。題目的兩段 $-3 \leq x \leq -1$ 和 $4 \leq x \leq 6$ 的對稱中心是 $\frac{-1+4}{2} = \frac{3}{2}$ ，所以 $-\frac{3}{a} = \frac{3}{2}$ ， $a = -2$ 。這時 $|ax + 3| = |-2x + 3| = 2 \left| x - \frac{3}{2} \right|$ 。兩段靠中心的端點 $x = -1$ 、 $x = 4$ 到中心的距離是 $\frac{5}{2}$ ，對應 $b = 2 \times \frac{5}{2} = 5$ ；外側端點 $x = -3$ 、 $x = 6$ 到中心的距離是 $\frac{9}{2}$ ，對應 $c = 9$ 。 $a + b + c = -2 + 5 + 9 = 12$ 。

驗算： $5 \leq |-2x + 3| \leq 9$ 即 $5 \leq 2x - 3 \leq 9$ 或 $-9 \leq 2x - 3 \leq -5$ ，解得 $4 \leq x \leq 6$ 或 $-3 \leq x \leq -1$ 。 a 是負的，加總時不要漏掉負號。

絕對值不等式的解一定對稱於「絕對值裡面等於 0 的那個點」；由解回推係數時，先找對稱中心，再看端點到中心的距離。



混合題 17~19：地震規模（常用對數的應用）與分段討論

- 17 答案 (3)(4)。規模 5.8： $\log I_1 = 5.8 + 0.2 = 6$ ， $I_1 = 10^6$ 。規模 7.3： $\log I_2 = 7.3 + 0.2 = 7.5$ ， $I_2 = 10^{7.5} = 10^7 \times \sqrt{10} \approx 3.16 \times 10^7$ 。(1) 錯：照印的式子 $10 = 6$ 不成立。(2) 錯： $10^7 < I_2 < 10^8$ ，整數部分是 8 位數。(3) 對： $\frac{1}{I_2} = 10^{-7.5} = 10^{0.5} \times 10^{-8} \approx 3.16 \times 10^{-8} = 0.0000000316 \dots$ ，小數點後前 7 位都是 0，第 8 位開始不是 0。(4) 對： r 增加 1， $\log I$ 增加 1， I 變成原來的 10 倍。(5) 錯： $\log(2I_1) = \log 2 + 6 \approx 6.3010$ ， $r = 6.3010 - 0.2 = 6.101$ ，大約是規模 6.1；能量變 2 倍，規模只增加 $\log 2 \approx 0.3$ 。

流傳版本選項 (3) 的分子印作 I （沒有下標），依答案應為 1；若分子是 I_1 ， $\frac{I_1}{I_2} = 10^{-1.5} \approx 0.0316$ ，從小數點後第 2 位就不是 0，(3) 就不成立。選項 (1) 流傳版本印作「 $10 = 6$ 」，看起來有漏字，原貌無法確定；流傳版本的參考答案是 (3)(4)，不含 (1)。本題算出 $\log I_1 = 6$ 、 $I_1 = 10^6$ ，作答時以學校原卷的選項為準。

- 18 答案 (5)。一顆原子彈的能量約為 $I_1 = 10^6$ ，規模 7.3 的能量 $I_2 = 10^{7.5}$ 。 $\frac{I_2}{I_1} = 10^{1.5} = 10\sqrt{10} \approx 31.6$ ，最接近 32 顆。

規模相差 1.5，能量相差 $10^{1.5}$ 倍，不是 1.5 倍，也不是 15 倍。

- 19 $3x$ 在 $x = 0$ 變號， $x - 4$ 在 $x = 4$ 變號，把數線分成三段。① $x < 0$ ： $-3x - (x - 4) \geq 10$ ， $-4x \geq 6$ ， $x \leq -\frac{3}{2}$ ；和 $x < 0$ 取共同部分，得 $x \leq -\frac{3}{2}$ 。② $0 \leq x < 4$ ： $3x - (x - 4) \geq 10$ ， $2x \geq 6$ ， $x \geq 3$ ；和 $0 \leq x < 4$ 取共同部分，得 $3 \leq x < 4$ 。③ $x \geq 4$ ： $3x + (x - 4) \geq 10$ ， $4x \geq 14$ ， $x \geq \frac{7}{2}$ ；和 $x \geq 4$ 取共同部分，得 $x \geq 4$ 。三段合起來： $x \leq -\frac{3}{2}$ 或 $x \geq 3$ 。

每一段解出來的範圍都要和那一段的前提取共同部分；②、③ 兩段的結果 $3 \leq x < 4$ 和 $x \geq 4$ 剛好接成 $x \geq 3$ 。

$\log I = r + 0.2$ 這種關係式，規模差多少，能量就差 10 的多少次方倍；絕對值裡有兩個變號點時，照變號點把數線分段，逐段去絕對值。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自臺南女中 113 學年度上學期高一第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/tngs-113a-g10-1