

松山高中 114 學年度上學期 高一第一次段考



御藍教育

範圍：數與式（實數、絕對值、指數、常用對數） · 單選題 2 題（每題 5 分）、多選題 2 題（12 分）、填充題 11 題（66 分）、混合題 1 題組 2 小題（12 分），合計 100 分

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/sssh-114a-g10-1

第壹部分：選擇（填）題（占 88 分） 一、單選題（占 12 分） | 第 1 題至第 2 題，每題 5 分。

1 設 x, y 為實數，且 $31^x = 9$ ， $93^y = 27$ ，則 $\frac{2}{x} - \frac{3}{y}$ 的值為何？

- (1) 3
- (2) 1
- (3) -1
- (4) -3
- (5) -5

2 設 a, b 為實數，若不等式 $\begin{cases} |1+2x| < 3 \\ |1-x| > 2 \end{cases}$ 和 $|ax-9| < b$ 的解相同，則 $a-b = ?$

- (1) -1
- (2) -3
- (3) -5
- (4) -7
- (5) -9

二、多選題（占 12 分） | 第 3 題至第 4 題，每題 6 分。(6-4-2-0)

3 試問下列敘述何者正確？

- (1) $\sqrt{7} - \sqrt{3} > \sqrt{17} - \sqrt{13}$
- (2) 設 a 為一實數，若 a^4 與 a^8 都是有理數，則 a 是有理數
- (3) 設 a, b 為正實數，若 $a+b$ 為有理數， $a-b$ 為無理數，則 $a^2 - b^2$ 必為無理數
- (4) 已知 $x = \sqrt{4+\sqrt{7}}$ ， $y = \sqrt{4-\sqrt{7}}$ ，則 $x+y = \sqrt{14}$
- (5) 已知 $a > 0$ 且 $b > 0$ ，則 $(a+16b)\left(\frac{9}{a} + \frac{1}{b}\right)$ 的最小值為 48



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/sssh-114a-g10-1

4 已知 $\log 2 \approx 0.3010$ 和 $\log 3 \approx 0.4771$ ，試問下列敘述何者正確？

(1) 已知 $10^x = 3$ ，則 $10^{\sqrt{x}} = \sqrt{3}$

(2) 已知正數 x ，則必存在某一正數 y ，使得 $x = 10^y$

(3) $10^{2\log 3} = 9$

(4) $10^{\log 9} \times 100^{\log 3} = 81$

(5) 若兩正數 x, y ，滿足 $\log x = 1 + \log y$ ，則 $x = \frac{y}{10}$

三、填充題（占 66 分） | 第 5 題至第 15 題，每題 6 分。

5 設 a, b 是有理數，滿足 $(1 - 3\sqrt{5})a + (\sqrt{5} + 2)b = -\sqrt{5} + 5$ ，則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6 在數線上 A, B, P 三點的坐標分別為 $-4, 11, x$ 。若 $\overline{PA} : \overline{PB} = 4 : 1$ ，試求 x 的值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。（有兩解）

7 設 x, y, z 為正數，若 $\frac{2x+3y}{2} = \sqrt{6xy}$ 且 $\frac{4y+5z}{2} = \sqrt{20yz}$ ，試求 $\frac{8y+5z}{x}$ 之值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

8 試解不等式 $|3x - 5| \leq 2x$ ，並以「區間符號」來表示其解為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

9 某首知名歌曲其中一句歌詞「也許未來遙遠在光年之外」，所謂 1 光年即光前進 1 年的距離，設光速大約以每秒 30 萬公里計，而 1 年以 365 天計，則 1 光年是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 公里。（科學記號以 4 位有效數字表示）

10 設 x 為實數，滿足 $2|x+1| + |x-2| - x = 8$ ，則符合條件的解 x 之總和為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

11 設 x 為實數，若 $3^x + 3^{-x} = 7$ ，則 $\frac{27^x - 27^{-x}}{9^x - 9^{-x}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



12

設 x 為正實數， $\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3}}}}} = 3^x$ ，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

13

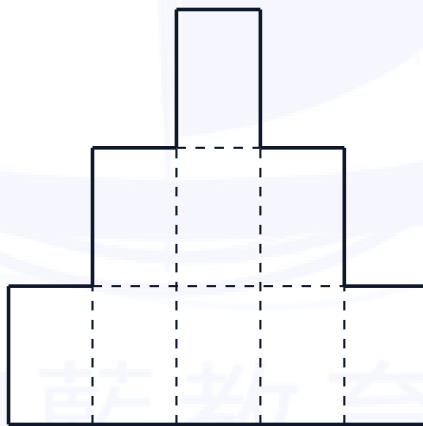
已知 $\log 168 \approx 2.225$ ，求 $167 \times 169 \times (168^2 + 168 + 1) \times (168^2 - 168 + 1)$ 乘開後是 位數。

14

計算共有 組正整數 (k, m, n) ，滿足 $2^k 4^m 8^n = 1024$ 。

15

如圖，崧崧玩無人島生存遊戲，想要用柵欄圍出一塊階梯形狀的農地，且此區域若按照虛線可分為面積相等的九塊長方形，但崧崧只有總長 180 公分的柵欄材料可用，請問可以圍出最大的面積（柵欄圍成的部分為圖中實線的部分）為 平方公分。



第貳部分：混合題（占 12 分） | 本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

16-17 題組 聲音的強度是每平方公尺多少能量（單位： W/m^2 ， W 為瓦特），若某一發聲體的強度為 I (W/m^2)；將它換成分貝 d 表示時，定公式為 $d(I) = 10 \times \log \frac{I}{I_0}$ ，其中 $I_0 = 10^{-12}$ (W/m^2)。（已知 $\log 3 \approx$



- 16 根據汽車製造廠測試發現，某新車以每小時 60 公里速度行駛時，測得的聲音強度為 $10^{-4} \text{ (W/m}^2\text{)}$ ，問此聲音強度產生的噪音為多少分貝？（填充題，4 分）

- 17 若有一支 50 分貝的汽笛和二十支 40 分貝的汽笛齊響，則其所測得的音量最接近多少分貝？（四捨五入至整數位）（非選擇題，8 分）

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/sssh-114a-g10-1

答案一覽

- 第 1 題 (3)
第 2 題 (5)
第 3 題 (1)(3)(4)
第 4 題 (3)(4)
第 5 題 (1, 2)
第 6 題 8 或 16
第 7 題 8
第 8 題 [1, 5]
第 9 題 9.461×10^{12}
第 10 題 2
第 11 題 $\frac{48}{7}$
第 12 題 $\frac{31}{32}$
第 13 題 14
第 14 題 4
第 15 題 1215
第 16 題 80 分貝
第 17 題 55 分貝

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。（不用註冊）
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit（可以先把姓名、座號遮掉）



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練
網頁版：royalblue-education.com/school-exams/sssh-114a-g10-1

單選 1~2：化成同底數、絕對值不等式的解

- 1 答案 (3)。 $31^x = 9 = 3^2$ ，兩邊取 $\frac{1}{x}$ 次方 ($x \neq 0$) 得 $31 = 3^{\frac{2}{x}}$ ；同理 $93^y = 27 = 3^3$ 得 $93 = 3^{\frac{3}{y}}$ 。兩式相除： $3^{\frac{2}{x} - \frac{3}{y}} = \frac{31}{93} = \frac{1}{3} = 3^{-1}$ ，所以 $\frac{2}{x} - \frac{3}{y} = -1$ 。

所求的 $\frac{2}{x}$ 、 $\frac{3}{y}$ 都在分母，所以把條件改寫成「3 的 $\frac{2}{x}$ 次方」「3 的 $\frac{3}{y}$ 次方」，再利用 $93 = 31 \times 3$ 。

- 2 答案 (5)。 $|1 + 2x| < 3$ 即 $-3 < 1 + 2x < 3$ ， $-2 < x < 1$ 。 $|1 - x| > 2$ 即 $|x - 1| > 2$ ， $x > 3$ 或 $x < -1$ 。兩者同時成立的範圍是 $-2 < x < -1$ 。這個區間的中點是 $-\frac{3}{2}$ 、半徑是 $\frac{1}{2}$ ，寫成 $\left|x + \frac{3}{2}\right| < \frac{1}{2}$ 。兩邊同乘 6： $|6x + 9| < 3$ ，也就是 $|-6x - 9| < 3$ 。和 $|ax - 9| < b$ 對照，常數項要是 -9 ，所以 $a = -6$ 、 $b = 3$ ， $a - b = -9$ 。

$|6x + 9|$ 和 $|-6x - 9|$ 相等，要配合題目的「 -9 」選後者，所以 a 是負的。驗算： $|-6x - 9| < 3$ 即 $-3 < 6x + 9 < 3$ ， $-2 < x < -1$ 。

多選 3~4：根式與有理數、常用對數的意義

- 3 答案 (1)(3)(4)。(1) 對： $\sqrt{7} - \sqrt{3} = \frac{4}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$ ， $\sqrt{17} - \sqrt{13} = \frac{4}{\sqrt{17} + \sqrt{13}}$ ，分子相同，前者分母較小，所以前者較大。(2) 錯：取 $a = \sqrt{2}$ ， $a^4 = 4$ 、 $a^8 = 16$ 都是有理數，但 a 是無理數。(3) 對： $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ ，其中 $a + b$ 是不為 0 的有理數；若 $a^2 - b^2$ 是有理數，則 $a - b = \frac{a^2 - b^2}{a + b}$ 也是有理數，矛盾。(4) 對： $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 8 + 2\sqrt{(4 + \sqrt{7})(4 - \sqrt{7})} = 8 + 2\sqrt{9} = 14$ ，且 $x + y > 0$ ，所以 $x + y = \sqrt{14}$ 。(5) 錯：展開得 $9 + \frac{a}{b} + \frac{144b}{a} + 16 = 25 + \frac{a}{b} + \frac{144b}{a}$ ，由算幾不等式 $\frac{a}{b} + \frac{144b}{a} \geq 2\sqrt{144} = 24$ ，所以最小值是 49 ($a = 12b$ 時成立)。(5) 如果兩個括號分別用算幾不等式： $a + 16b \geq 8\sqrt{ab}$ 、 $\frac{9}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{6}{\sqrt{ab}}$ ，相乘會得到 48；但前者等號要 $a = 16b$ 、後者要 $a = 9b$ ，不能同時成立，所以 48 取不到。

- 4 答案 (3)(4)。(1) 錯： $\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}} = (10^x)^{\frac{1}{2}} = 10^{\frac{x}{2}}$ ，指數應該是 $\frac{x}{2}$ ；這裡 $x = \log 3 \approx 0.4771$ ， $\sqrt{x} \approx 0.69$ ，和 $\frac{x}{2} \approx 0.24$ 不相等。(2) 錯：取 $x = 1$ ， $1 = 10^y$ 只有 $y = 0$ ；取 $x = 0.1$ ，則 $y = -1$ 。只有 $x > 1$ 時 y 才是正數。(3) 對： $10^{2 \log 3} = (10^{\log 3})^2 = 3^2 = 9$ 。(4) 對： $10^{\log 9} = 9$ ， $100^{\log 3} = (10^{\log 3})^2 = 9$ ，相乘得 81。(5) 錯： $x = 10^{\log x} = 10^{1 + \log y} = 10 \times 10^{\log y} = 10y$ ，不是 $\frac{y}{10}$ 。
 $10^{\log a} = a$ ($a > 0$) 是 $\log$ 的定義，(3)(4)(5) 都只用到這一件事和指數律。

填充 5~10：比較係數、分點、算幾不等式的等號、絕對值、科學記號

- 5 左邊整理成 $(a + 2b) + (-3a + b)\sqrt{5}$ 。 a 、 b 是有理數， $\sqrt{5}$ 是無理數，所以兩邊的有理數部分、 $\sqrt{5}$ 的係數要分別相等： $a + 2b = 5$ ， $-3a + b = -1$ 。由第二式 $b = 3a - 1$ 代入第一式： $a + 6a - 2 = 5$ ， $a = 1$ ， $b = 2$ 。

驗算： $(1 - 3\sqrt{5}) + 2(\sqrt{5} + 2) = 5 - \sqrt{5}$ 。



- 6 $\overline{PA} = |x + 4|$, $\overline{PB} = |x - 11|$, 條件是 $|x + 4| = 4|x - 11|$ 。 $x + 4 = 4(x - 11)$ 得 $x = 16$; $x + 4 = -4(x - 11)$ 得 $x = 8$ 。 $x = 8$ 是 $\overline{AB}$ 的內分點 ($\overline{PA} = 12$ 、 $\overline{PB} = 3$)， $x = 16$ 是外分點 ($\overline{PA} = 20$ 、 $\overline{PB} = 5$)。

題目沒有說 P 在 A 、 B 之間，內分和外分兩種情形都要算。

- 7 由算幾不等式， $\frac{2x+3y}{2} \geq \sqrt{2x \cdot 3y} = \sqrt{6xy}$ ，等號只在 $2x = 3y$ 時成立；題目給的正是等號，所以 $2x = 3y$ 。同理 $\frac{4y+5z}{2} \geq \sqrt{4y \cdot 5z} = \sqrt{20yz}$ ，等號成立表示 $4y = 5z$ 。於是 $8y + 5z = 8y + 4y = 12y$ ，而 $x = \frac{3y}{2}$ ，所以 $\frac{8y+5z}{x} = 12y \div \frac{3y}{2} = 8$ 。

也可以直接平方： $(2x+3y)^2 = 24xy$ 整理成 $(2x-3y)^2 = 0$ ，一樣得到 $2x = 3y$ 。

- 8 $|3x-5| \leq 2x$ 等於 $-2x \leq 3x-5 \leq 2x$ (這時 $2x \geq 0$ 自動成立)。左半 $-2x \leq 3x-5$ 得 $x \geq 1$ ；右半 $3x-5 \leq 2x$ 得 $x \leq 5$ 。所以 $1 \leq x \leq 5$ ，用區間符號寫成 $[1, 5]$ 。

右邊是 $2x$ 不是常數，要拆成兩個不等式分別解。驗算端點： $x = 1$ 時 $|-2| = 2$ ； $x = 5$ 時 $|10| = 10$ ，等號都成立。

- 9 1 年有 $365 \times 24 \times 60 \times 60 = 31536000 = 3.1536 \times 10^7$ 秒。光速每秒 30 萬公里 $= 3 \times 10^5$ 公里。1 光年 $= 3 \times 10^5 \times 3.1536 \times 10^7 = 9.4608 \times 10^{12}$ 公里，取 4 位有效數字，第五位是 8 要進位，得 9.461×10^{12} 公里。

4 位有效數字是指 9.461 這四個數字；9.4608 四捨五入後是 9.461。

- 10 分界點是 $x = -1$ 和 $x = 2$ 。① $x \geq 2$ ： $2(x+1) + (x-2) - x = 2x = 8$ ， $x = 4$ ，符合 $x \geq 2$ 。② $-1 \leq x < 2$ ： $2(x+1) + (2-x) - x = 4$ ，不等於 8，無解。③ $x < -1$ ： $-2(x+1) + (2-x) - x = -4x = 8$ ， $x = -2$ ，符合 $x < -1$ 。解是 $x = 4$ 與 $x = -2$ ，總和 2。

每一段解出來的 x 都要檢查是否落在那一段的範圍內。

絕對值的式子，右邊是常數時翻成「中點、半徑」；右邊含 x 或有兩個以上的絕對值時，就拆開或分段討論，最後檢查範圍。

填充 11~15：指數的求值、位數與算幾不等式

- 11 設 $t = 3^x$ ，則 $t + \frac{1}{t} = 7$ 。分子 $27^x - 27^{-x} = t^3 - \frac{1}{t^3} = \left(t - \frac{1}{t}\right) \left(t^2 + 1 + \frac{1}{t^2}\right)$ ；分母 $9^x - 9^{-x} = t^2 - \frac{1}{t^2} = \left(t - \frac{1}{t}\right) \left(t + \frac{1}{t}\right)$ 。因為 $t + \frac{1}{t} = 7 \neq 2$ ， $t \neq 1$ ， $t - \frac{1}{t} \neq 0$ ，可以約掉。 $t^2 + \frac{1}{t^2} = 7^2 - 2 = 47$ ，所以所求 $= \frac{47+1}{7} = \frac{48}{7}$ 。

用立方差與平方差把分子分母都分解出 $t - \frac{1}{t}$ ，就不必去算 $t - \frac{1}{t}$ 的值，也不必管它的正負。

- 12 從最裡面往外算，每開一次根號指數就乘以 $\frac{1}{2}$ ： $\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}$ ； $\sqrt{3 \cdot 3^{\frac{1}{2}}} = \left(3^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{3}{4}}$ ； $\sqrt{3 \cdot 3^{\frac{3}{4}}} = 3^{\frac{7}{8}}$ ； $\sqrt{3 \cdot 3^{\frac{7}{8}}} = 3^{\frac{15}{16}}$ ； $\sqrt{3 \cdot 3^{\frac{15}{16}}} = 3^{\frac{31}{32}}$ 。所以 $x = \frac{31}{32}$ 。

共五層根號，指數依序是 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{7}{8}$ 、 $\frac{15}{16}$ 、 $\frac{31}{32}$ ，也就是 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32}$ 。



- 13 $167 = 168 - 1$, $169 = 168 + 1$ 。由立方差與立方和公式： $(168 - 1)(168^2 + 168 + 1) = 168^3 - 1$, $(168 + 1)(168^2 - 168 + 1) = 168^3 + 1$ 。所以原式 $= (168^3 - 1)(168^3 + 1) = 168^6 - 1$ 。 $\log 168 \approx 2.225$ 表示 $168 \approx 10^{2.225}$, $168^6 \approx 10^{13.35}$, 介於 10^{13} 和 10^{14} 之間, 是 14 位數。 168^6 不是 10 的整數次方, 減 1 之後位數不變, 所以答案是14 位數。

先把四個因式兩兩配成立方差、立方和, 再用平方差, 不要直接乘開。

- 14 $2^k 4^m 8^n = 2^{k+2m+3n}$, $1024 = 2^{10}$, 所以 $k + 2m + 3n = 10$, k, m, n 都是正整數。 $n = 1$ 時 $k + 2m = 7$: $(k, m) = (5, 1), (3, 2), (1, 3)$, 3 組。 $n = 2$ 時 $k + 2m = 4$: $(k, m) = (2, 1)$, 1 組。 $n = 3$ 時 $k + 2m = 1$, 無解。共 4 組。

係數最大的 n 能取的值最少, 先固定 n 再數。注意是「正整數」, 0 不算。

- 15 九塊長方形面積相等, 同一層的高相同, 所以寬也相同; 上下層的寬相同, 所以高也相同。設每塊寬 w 公分、高 h 公分。實線 (外框) 中橫的部分: 底邊 $5w$, 上方各段合起來也是 $5w$; 直的部分: 左右兩側各 $3h$ 。柵欄總長 $10w + 6h = 180$ 。面積是 $9wh$ 。由算幾不等式 $\frac{10w + 6h}{2} \geq \sqrt{10w \cdot 6h}$, 即 $90 \geq \sqrt{60wh}$, 兩邊平方得 $8100 \geq 60wh$, $wh \leq 135$ 。所以面積 $9wh \leq 1215$, 等號在 $10w = 6h = 90$, 也就是 $w = 9, h = 15$ 時成立, 最大面積 1215 平方公分。

柵欄只圍實線的外框, 虛線不用柵欄。流傳版本的附圖中央那一欄上方沒有畫出分隔的虛線 (圖上只看得出八塊), 本頁依題幹「九塊」補上; 此處採「九塊都是同樣大小的長方形」的讀法, 答案以校方公布為準。

用算幾不等式求極值時, 把條件裡的兩項 (這裡是 $10w$ 和 $6h$) 當成兩個數, 並寫出等號成立時的值, 確認取得到。

混合題 16~17: 分貝公式

- 16 代入公式: $d = 10 \times \log \frac{10^{-4}}{10^{-12}} = 10 \times \log 10^8 = 10 \times 8 = 80$ 分貝。
- 17 分貝不能直接相加, 要先換回聲音強度。50 分貝: $10 \log \frac{I}{I_0} = 50$, $\frac{I}{I_0} = 10^5$, $I = 10^5 \times 10^{-12} = 10^{-7}$ 。
 40 分貝: $\frac{I}{I_0} = 10^4$, $I = 10^{-8}$; 二十支共 $20 \times 10^{-8} = 2 \times 10^{-7}$ 。齊響時強度相加: $10^{-7} + 2 \times 10^{-7} = 3 \times 10^{-7}$ 。換成分貝: $\frac{3 \times 10^{-7}}{10^{-12}} = 3 \times 10^5$, 而 $3 \approx 10^{0.4771}$, 所以 $3 \times 10^5 \approx 10^{5.4771}$, $d \approx 10 \times 5.4771 = 54.771$, 四捨五入到整數位是 55 分貝。

相加的是強度 I , 不是分貝數。二十支 40 分貝合起來的強度是一支 50 分貝的兩倍, 總強度是它的三倍, 所以只比 50 分貝多 $10 \log 3 \approx 4.8$ 分貝。

分貝與強度的互換就是 $\log$ 與 10 的次方互換: 分貝數除以 10 是 $\frac{I}{I_0}$ 寫成 10 的次方時的指數。



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自松山高中 114 學年度上學期高一第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。

御藍教育
ROYAL BLUE · EDUCATION



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/sssh-114a-g10-1