

高雄三民高中 114 學年度上學期 高一第一次段考



御藍教育

範圍：數與式（實數與根式、絕對值、算幾不等式、指數、常用對數） · 選填充題 16 題（第 1~4 題為選擇、第 5~16 題為填充，每題 5 分，共 80 分）、計算題 2 題共 4 小題（20 分）

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/smhs-114a-g10-1

一、選填充題（一題 5 分，共 80 分）

1 試問下列選項哪些是正確的？

(A) $0.\overline{456} = \frac{456 - 56}{990}$

(B) $2.\overline{17} = \frac{98}{45}$

(C) 設 a 、 b 是有理數，則 ab 也是有理數

(D) 設 a 是有理數， b 是無理數，則 $\frac{a}{b}$ 是無理數

(E) $3\sqrt{125} + \frac{3 + \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} - \frac{\sqrt{245}}{\sqrt{20}} = \frac{33\sqrt{5}}{2}$

2 設 p 、 q 為實數，且 $p < q$ ，令 $a = \frac{p+5q}{6}$ 、 $b = \frac{p+2q}{3}$ 、 $c = \frac{p+q}{2}$ ，則下列哪個選項是正確的？

(A) $a < b < c$

(B) $c < b < a$

(C) $a < c < b$

(D) $b < c < a$

(E) $b < a < c$

3 關於指數的敘述，下列哪些選項是正確的？

(A) $(-2)^3 \times (-2)^5 = 2^8$

(B) $\left[(-3)^{\frac{4}{3}}\right]^3 = 3^4$

(C) $(\sqrt{3})^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{1}{4}}$

(D) $(\sqrt{3}-2)^6 (\sqrt{3}+2)^8 = 7-4\sqrt{3}$

(E) $81^{\frac{4}{3}} \times \left(\frac{1}{243}\right)^{\frac{1}{3}} \times \left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{2}{3}} = 3^5$



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/smhs-114a-g10-1

4 試問下列哪些選項是正確的？

(A) $10^{\log 3} > 10^{\log 5}$

(B) 每一個正數都可以寫成 10 的某次方

(C) 若 $a > 0$ ，則 $10^{\log a}$ 的值必為正數

(D) 若 $a > 0$ ，則 $a^2 = 10^{2\log a}$

(E) 已知 $\log 2 \approx 0.3010$ ，則 2^{40} 為 12 位數

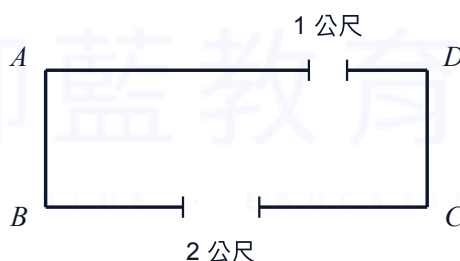
5 將 $\frac{37}{273}$ 化成小數後，試問小數點後第 2025 位的數字是 ____。

6 試問 $\sqrt{17} - \sqrt{10}$ 與 $\sqrt{19} - \sqrt{12}$ 的大小為 ____。

7 已知 $k < \sqrt{43 + 24\sqrt{3}} < k + 1$ ，其中 k 為正整數，則 $k =$ ____。

8 設 $A(4)$ 、 $B(-8)$ 、 $C(x)$ 是數線上三點，若 $\overline{AC} : \overline{BC} = 5 : 1$ ，則 x 值為 ____。(有兩解)

9 一農夫想用 61 公尺長之竹籬圍成一長方形菜圃，並在其中兩邊分別留著寬 2 公尺及 1 公尺的出入口，如下圖所示。試問這位農夫所能圍成的最大面積是 ____ 平方公尺。



10 郊區一筆直的路段上，有 A 、 B 兩處農舍。今欲在此路段上挖一口井 C ，使得農舍 A 到井 C 的距離與農舍 B 到井 C 的距離之和為 18，若將此路段視為數線的一部分，且 $A(4)$ 、 $B(-6)$ 、 $C(x)$ ，則 $x =$ ____。(有兩解)



- 11 某實驗室在一項細菌繁殖實驗中，細菌數每經過一天增加為原本的 a 倍，已知從一開始的 2.5 天後細菌數為 24300 隻，從一開始的 4 天後細菌數為 656100 隻，則從一開始的 3 天後的細菌數為 ____ 隻。

- 12 設 x 、 y 是實數，且 $67^x = 603^y = 3$ ，則 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} =$ ____。

- 13 若 $\log 9453000$ 的值介於正整數 n 與 $n+1$ 之間，則 n 的值為 ____。

- 14 已知 $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ，試比較 2^{40} 、 5^{18} 、 6^{16} 的大小關係 ____。

- 15 已知 $\log 3 \approx 0.4771$ ，將 $\left(\frac{1}{3}\right)^{30}$ 化為小數時，則此數將從小數點後第 ____ 位開始不為 0。

- 16 若溶液中的氫離子濃度為 a 莫耳/公升，規定它的 pH 值是 $-\log a$ 。若溶液 A 的 pH 值為 2.3，溶液 B 的 pH 值為 6.3，則溶液 A 中的氫離子濃度是溶液 B 中氫離子濃度的 ____ 倍。

二、計算題（共 20 分，若無計算過程，則不予計分）（本頁第 17~20 題依序為原卷計算題 1(1)、1(2)、2(1)、2(2)）

計算題 1 試解下列各不等式：

- 17 (1) $1 < |2x - 7| \leq 3$ 。



18 (2) $|x - 2| + |x + 3| < 8$ 。

計算題 2 設 a 為正實數，若 $a + a^{-1} = \sqrt{5}$ ，求

19 (1) $a^2 + a^{-2}$ 。

20 (2) $a^3 + a^{-3}$ 。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/smhs-114a-g10-1

答案一覽

第 1 題 (B)(C)(E)

第 2 題 (B)

第 3 題 (A)(C)(E)

第 4 題 (B)(C)(D)

第 5 題 5

第 6 題 $\sqrt{17} - \sqrt{10} > \sqrt{19} - \sqrt{12}$

第 7 題 9

第 8 題 -6 或 -11

第 9 題 256

第 10 題 8 或 -10

第 11 題 72900

第 12 題 -2

第 13 題 6

第 14 題 $5^{18} > 6^{16} > 2^{40}$

第 15 題 15

第 16 題 10000

第 17 題 $2 \leq x < 3$ 或 $4 < x \leq 5$

第 18 題 $-\frac{9}{2} < x < \frac{7}{2}$

第 19 題 3

第 20 題 $2\sqrt{5}$

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。（不用註冊）
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit（可以先把姓名、座號遮掉）



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/smhs-114a-g10-1

第 1~4 題 (選擇)：有理數與根式、分點、指數律、log 的意義

- 1 答案 (B)(C)(E)。(A) 錯： $0.45\overline{6}$ 不循環的部分只有 4，應為 $\frac{456-4}{990} = \frac{452}{990}$ ，不是 $\frac{456-56}{990}$ 。(B) 對： $2.1\overline{7} = \frac{217-21}{90} = \frac{196}{90} = \frac{98}{45}$ 。(C) 對：有理數相乘仍是有理數。(D) 錯：取 $a=0$ ， $\frac{a}{b}=0$ 是有理數。(E) 對： $3\sqrt{125} = 15\sqrt{5}$ ； $\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} = \frac{(3+\sqrt{5})^2}{9-5} = \frac{14+6\sqrt{5}}{4} = \frac{7+3\sqrt{5}}{2}$ ； $\frac{\sqrt{245}}{\sqrt{20}} = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2}$ 。三項合起來是 $15\sqrt{5} + \frac{7}{2} + \frac{3\sqrt{5}}{2} - \frac{7}{2} = \frac{33\sqrt{5}}{2}$ 。

循環小數化分數時，分子要減掉的是「不循環的那一段」；(D) 要記得 a 可以是 0。

- 2 答案 (B)。把三個數都看成數線上 $P(p)$ 、 $Q(q)$ 之間的分點： $c = \frac{p+q}{2}$ 是中點； $b = \frac{p+2q}{3}$ 是 PQ 上離 P 占 $\frac{2}{3}$ 的點； $a = \frac{p+5q}{6}$ 是離 P 占 $\frac{5}{6}$ 的點。因為 $p < q$ 且 $\frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{5}{6}$ ，所以 $c < b < a$ 。也可以直接相減： $b-c = \frac{q-p}{6} > 0$ ， $a-b = \frac{q-p}{6} > 0$ 。

q 的係數占的比例越大，點就越靠近 q (右邊)。

- 3 答案 (A)(C)(E)。(A) 對： $(-2)^3 \times (-2)^5 = (-2)^8 = 2^8$ 。(B) 錯：指數是分數時，底數必須是正數， $(-3)^{\frac{4}{3}}$ 沒有定義，不能套指數律。(C) 對： $(\sqrt{3})^{\frac{1}{2}} = (3^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{1}{4}}$ 。(D) 錯： $(\sqrt{3}-2)^6 (\sqrt{3}+2)^8 = [(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)]^6 (\sqrt{3}+2)^2 = (3-4)^6 (7+4\sqrt{3}) = 7+4\sqrt{3}$ ，不是 $7-4\sqrt{3}$ 。(E) 對： $81^{\frac{4}{3}} = 3^{\frac{16}{3}}$ ， $\left(\frac{1}{243}\right)^{\frac{1}{3}} = 3^{-\frac{5}{3}}$ ， $\left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{2}{3}} = 3^{\frac{4}{3}}$ ，指數相加 $\frac{16-5+4}{3} = 5$ ，得 3^5 。

選項 (D) 兩個流傳版本印得不一樣：一個版本等號右邊印作 $7+4\sqrt{3}$ ，另一個版本印作 $7-4\sqrt{3}$ ，兩個版本的參考答案都是 (A)(C)(E)。左式的值是 $7+4\sqrt{3}$ ，等號右邊是 $7-4\sqrt{3}$ 才與參考答案相符，本頁採用 $7-4\sqrt{3}$ 。若照 $7+4\sqrt{3}$ 的版本作答，(D) 也是正確的。

- 4 答案 (B)(C)(D)。 $\log a$ 的意義是「10 的幾次方等於 a 」，所以 $a > 0$ 時 $10^{\log a} = a$ 。(A) 錯： $10^{\log 3} = 3$ ， $10^{\log 5} = 5$ ， $3 < 5$ 。(B) 對：正數 a 可寫成 $10^{\log a}$ 。(C) 對： $10^{\log a} = a > 0$ 。(D) 對： $10^{2\log a} = (10^{\log a})^2 = a^2$ 。(E) 錯： $2^{40} \approx 10^{0.3010 \times 40} = 10^{12.04}$ ，介於 10^{12} 和 10^{13} 之間，是 13 位數。

$10^n \leq N < 10^{n+1}$ 時 N 是 $n+1$ 位數，位數要比指數的整數部分多 1。

第 5~7 題：循環節、根式比大小、雙重根號

- 5 直接做長除法： $37 \div 273 = 0.135531135531\dots$ ，除到第 6 位時餘數又回到 37，所以 $\frac{37}{273} = 0.\overline{135531}$ ，循環節有 6 位。 $2025 = 6 \times 337 + 3$ ，第 2025 位和第 3 位相同，是 5。

餘數一回到最初的被除數就開始循環，不必再除下去。

- 6 兩式都做分子有理化： $\sqrt{17}-\sqrt{10} = \frac{17-10}{\sqrt{17}+\sqrt{10}} = \frac{7}{\sqrt{17}+\sqrt{10}}$ ， $\sqrt{19}-\sqrt{12} = \frac{7}{\sqrt{19}+\sqrt{12}}$ 。分子相同，分母 $\sqrt{17}+\sqrt{10} < \sqrt{19}+\sqrt{12}$ ，分母小的分數比較大，所以 $\sqrt{17}-\sqrt{10} > \sqrt{19}-\sqrt{12}$ 。(近似值約為 0.961 與 0.895。)

兩組根號內的差都是 7，這是分子有理化後能直接比較的原因。

- 7 $43+24\sqrt{3} = 43+2\sqrt{432}$ ，找兩數和 43、積 432：27 和 16。所以 $\sqrt{43+24\sqrt{3}} = \sqrt{27} + \sqrt{16} = 3\sqrt{3} + 4$ 。而 $5 < \sqrt{27} < 6$ ，所以 $9 < 3\sqrt{3} + 4 < 10$ ， $k = 9$ 。

要先把根號內化成 $2\sqrt{\quad}$ 的形式： $24\sqrt{3} = 2 \times 12\sqrt{3} = 2\sqrt{432}$ 。



第 8~10 題：數線上的距離與算幾不等式

- 8 $\overline{AC} = |x - 4|$, $\overline{BC} = |x + 8|$, 條件是 $|x - 4| = 5|x + 8|$ 。 $x - 4 = 5(x + 8)$ 得 $x = -11$; $x - 4 = -5(x + 8)$ 得 $x = -6$ 。驗算： $x = -6$ 時 $\overline{AC} = 10$ 、 $\overline{BC} = 2$ (C 在 A 、 B 之間); $x = -11$ 時 $\overline{AC} = 15$ 、 $\overline{BC} = 3$ (C 在 B 的左邊)。

題目沒有說 C 在 A 、 B 之間，內分和外分兩種情形都要算。

- 9 竹籬長 61 公尺，加上兩個出入口 $2 + 1 = 3$ 公尺，長方形的周長是 64 公尺。設長、寬為 x 、 y 公尺，則 $2(x + y) = 64$, $x + y = 32$ 。由算幾不等式 $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$, 得 $16 \geq \sqrt{xy}$, $xy \leq 256$ 。等號在 $x = y = 16$ 時成立，所以最大面積是 256 平方公尺。

出入口不用竹籬，所以周長是竹籬長加上兩個出入口的寬，不是 61。

- 10 條件是 $|x - 4| + |x + 6| = 18$ 。 A 、 B 相距 10, C 若在 A 、 B 之間，距離和恰為 10，不合，所以 C 在 $\overline{AB}$ 之外。 C 在 A 的右邊時： $(x - 4) + (x + 6) = 18$, $x = 8$ 。 C 在 B 的左邊時： $(4 - x) + (-6 - x) = 18$, $x = -10$ 。

距離和比 $\overline{AB}$ 多出 8，往兩端各走 4 就是答案： $4 + 4 = 8$ 、 $-6 - 4 = -10$ 。

$|x - a|$ 就是數線上 x 到 a 的距離；把絕對值式子翻成距離，內分、外分或「在線段之外」的情形就容易看出來。

第 11~12 題：指數成長與指數式求值

- 11 設一開始有 N 隻， t 天後有 $N \cdot a^t$ 隻。 $N \cdot a^{2.5} = 24300$, $N \cdot a^4 = 656100$ ，兩式相除得 $a^{1.5} = 27$ ，也就是 $a^{\frac{3}{2}} = 3^3$ ，所以 $a^{\frac{1}{2}} = 3$ ($a = 9$)。3 天後的細菌數是 $N \cdot a^3 = N \cdot a^{2.5} \times a^{0.5} = 24300 \times 3 = 72900$ 隻。

不必求出一開始的數量，只要知道再過 0.5 天會變成幾倍。

- 12 $67^x = 3$ ，兩邊取 $\frac{1}{x}$ 次方得 $67 = 3^{\frac{1}{x}}$ ；同理 $603 = 3^{\frac{1}{y}}$ 。相除： $3^{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} = \frac{67}{603} = \frac{1}{9} = 3^{-2}$ ，所以 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -2$ 。

$603 = 67 \times 9$ 。把條件改寫成「以 3 為底」，所求的式子就會出現在指數上。

第 13~16 題：常用對數與位數

- 13 9453000 是 7 位數， $10^6 < 9453000 < 10^7$ ，所以 $6 < \log 9453000 < 7$, $n = 6$ 。

- 14 把三個數都寫成 10 的次方。 $2^{40} \approx 10^{0.3010 \times 40} = 10^{12.04}$ 。 $5 = \frac{10}{2} \approx 10^{1-0.3010} = 10^{0.6990}$ ，所以 $5^{18} \approx 10^{0.6990 \times 18} = 10^{12.582}$ 。 $6 = 2 \times 3 \approx 10^{0.3010+0.4771} = 10^{0.7781}$ ，所以 $6^{16} \approx 10^{0.7781 \times 16} = 10^{12.4496}$ 。比較指數 $12.582 > 12.4496 > 12.04$ ，得 $5^{18} > 6^{16} > 2^{40}$ 。

$\log 5$ 沒有給，用 $5 = 10 \div 2$ 得 $\log 5 \approx 1 - 0.3010 = 0.6990$ 。



- 15 $3 \approx 10^{0.4771}$ ，所以 $\left(\frac{1}{3}\right)^{30} = 3^{-30} \approx 10^{-0.4771 \times 30} = 10^{-14.313} = 10^{0.687} \times 10^{-15}$ 。 $1 < 10^{0.687} < 10$ ，所以這個數是「一位數的整數部分」乘以 10^{-15} ，從小數點後第 15 位開始不為 0。
- 把指數拆成「0 到 1 之間的小數」加上「負整數」： $-14.313 = 0.687 + (-15)$ ，不是 $-0.313 + (-14)$ 。

- 16 設溶液 A、B 的氫離子濃度分別為 a 、 b 。 $-\log a = 2.3$ 即 $\log a = -2.3$ ， $a = 10^{-2.3}$ ；同理 $b = 10^{-6.3}$ 。
- $\frac{a}{b} = \frac{10^{-2.3}}{10^{-6.3}} = 10^{-2.3+6.3} = 10^4 = 10000$ ，所以是 10000 倍。
- pH 值每少 1，氫離子濃度變成 10 倍；少 4 就是 10^4 倍。

位數和「小數點後第幾位開始不為 0」都是把數寫成 10 的次方，再把指數拆成整數加上一個 0 到 1 之間的小數。

計算題 1 (第 17~18 題)：絕對值不等式

- 17 (1) $1 < |2x - 7| \leq 3$ 分成兩種情形。 $2x - 7$ 為正： $1 < 2x - 7 \leq 3$ ， $8 < 2x \leq 10$ ， $4 < x \leq 5$ 。 $2x - 7$ 為負： $-3 \leq 2x - 7 < -1$ ， $4 \leq 2x < 6$ ， $2 \leq x < 3$ 。所以解為 $2 \leq x < 3$ 或 $4 < x \leq 5$ 。
- 也可以先除以 2： $\frac{1}{2} < \left|x - \frac{7}{2}\right| \leq \frac{3}{2}$ ，表示 x 到 $\frac{7}{2}$ 的距離大於 $\frac{1}{2}$ 、不超過 $\frac{3}{2}$ 。等號只出現在外側的兩個端點 2 和 5。
- 18 (2) 依 x 的位置分三段。 $x \geq 2$ 時： $(x - 2) + (x + 3) < 8$ ， $x < \frac{7}{2}$ ，得 $2 \leq x < \frac{7}{2}$ 。 $-3 \leq x < 2$ 時： $(2 - x) + (x + 3) = 5 < 8$ 恆成立，得 $-3 \leq x < 2$ 。 $x < -3$ 時： $(2 - x) + (-x - 3) < 8$ ， $x > -\frac{9}{2}$ ，得 $-\frac{9}{2} < x < -3$ 。三段合起來，解為 $-\frac{9}{2} < x < \frac{7}{2}$ 。
- 用距離看： x 到 2 與到 -3 的距離和小於 8。兩點相距 5，還多 3，往兩端各延伸 $\frac{3}{2}$ ： $2 + \frac{3}{2} = \frac{7}{2}$ ， $-3 - \frac{3}{2} = -\frac{9}{2}$ 。

計算題 2 (第 19~20 題)：對稱式求值

- 19 (1) 把 $a + a^{-1} = \sqrt{5}$ 兩邊平方： $a^2 + 2 \cdot a \cdot a^{-1} + a^{-2} = 5$ ，即 $a^2 + 2 + a^{-2} = 5$ ，所以 $a^2 + a^{-2} = 3$ 。
- 20 (2) 由乘法公式 $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$ ，取 $x = a$ 、 $y = a^{-1}$ ($xy = 1$)： $a^3 + a^{-3} = (a + a^{-1})(a^2 - 1 + a^{-2}) = \sqrt{5} \times (3 - 1) = 2\sqrt{5}$ 。
- 也可以用 $(a + a^{-1})^3 - 3(a + a^{-1}) = 5\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$ ，結果相同。

$a \cdot a^{-1} = 1$ ，所以 $a + a^{-1}$ 平方或立方之後，交叉項都會變成常數或 $a + a^{-1}$ 本身。



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自高雄三民高中 114 學年度上學期高一第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。

御藍教育
ROYAL BLUE • EDUCATION



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/smhs-114a-g10-1