

善化高中 114 學年度上學期 高一第一次段考



御藍教育

範圍：數與式（實數與根式、乘法公式、絕對值、指數與指數律、算幾不等式、科學記號） · 基礎填充題 9 題共 10 格（40 分）、多選題 3 題（15 分）、填充題 9 題（45 分）

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/shsh-114a-g10-1

一、基礎填充題（一格 4 分，共 40 分）（本頁第 1~10 題依序為卷面基礎填充題 1、2、3、4、5、6、7、8(1)、8(2)、9）

1 試化簡雙重根式 $\sqrt{14 - \sqrt{160}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2 計算 $\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{3}{2}} \times 3^{-2} + \left(\pi + \frac{9}{4}\right)^0$ 的值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

3 試解不等式 $|2x - 3| < 3$ ，其解為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4 試解方程式 $|3x - 1| = 4$ ，其解 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5 計算 $0.1\overline{5} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6 計算 $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} + \frac{\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7 在數線上有 $A(-3)$ 、 $B(7)$ 、 P 三點，若 P 點在 A 、 B 之外，且 $\overline{PA} : \overline{PB} = 2 : 3$ ，試求 P 點坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練
網頁版：royalblue-education.com/school-exams/shsh-114a-g10-1

基礎填充題 8 設 $a \geq 0, b \geq 0$ 且 $ab = 48$ ，試求：

8 (1) $a + 3b$ 的最小值為 ____。

9 (2) 最小值發生時的 b 值為 ____。

10 試求 $(2.63 \times 10^{-2}) \times (4.5 \times 10^5)$ ，並取 3 位有效數字的科學記號表示為 ____。

二、多選題（一題 5 分，共 15 分，錯一個選項得 3 分，錯兩個選項得 1 分，其餘不給分）（本頁第 11~13 題依序為卷面多選題 1~3）

11 已知 $0 < x < 1$ 且 $x + \frac{1}{x} = 6$ ，則下列何者正確？

(A) $x^2 + \frac{1}{x^2} = 36$

(B) $x^3 + \frac{1}{x^3} = 198$

(C) $x - \frac{1}{x} = 32$

(D) $x^2 - \frac{1}{x^2} = 24\sqrt{2}$

(E) $x^3 - \frac{1}{x^3} = -140\sqrt{2}$

12 設 a, b 為有理數， c, d 為無理數，則下列何者必定正確？

(A) $a + b$ 必定為有理數

(B) $c + d$ 必定為無理數

(C) cd 不一定是無理數

(D) 若 $ab \neq 0$ 且 $ac = bd$ ，則 $a = b$ 且 $c = d$

(E) $cd - c + d$ 必定為無理數



13 下列何者正確？

(A) $2 + \sqrt{6} > \sqrt{3} + \sqrt{7}$

(B) $\sqrt{5} - \sqrt{3} > \sqrt{6} - 2$

(C) 若 a, b 為有理數，且 $a < b$ ，則 $\frac{3a+4b}{7} < \frac{2a+3b}{5}$

(D) $2^{30} + 3^{30} > 6^{15} + 6^{15}$

(E) $0.\overline{5} + 0.\overline{4} < 0.\overline{6} + 0.\overline{3}$

三、填充題（一格 5 分，共 45 分）（本頁第 14~22 題依序為卷面填充題 1~9）

14 若 $9^x = 7$ ， $3^y = 6$ ，則 $3^{x+2y-1} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

15 已知 $\sqrt{10+4\sqrt{6}} = a + b$ ，其中整數部分為 a ，小數部分為 b ， $0 \leq b < 1$ ，則 $\frac{2}{b} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

16 已知 $a > 0$ ，試計算 $\sqrt[3]{a^3 \times \sqrt{a^{15}}} \times \sqrt{(\sqrt[6]{a})^{30}} \div (a^5 \times \sqrt{a^3})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。（請以 a 的指數形式表示）

17 試求不等式 $|2x+3| + |x-1| > 5$ 的解為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

18 設 a, b 為實數，若 $|ax+3| < b$ 的解為 $2 < x < 10$ ，則數對 (a, b) 為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

19 試求不等式 $3 < |2x+3| \leq 5$ 的解為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

20 設 a, b 皆為有理數，且 $a\sqrt{6+4\sqrt{2}} - b\sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{27+\sqrt{200}}$ ，則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



- 21 小明想要用圍籬圍出兩個完全相同的菜圃，黑色的部分為牆，虛線為須要使用圍籬的地方，如右圖。已知圍籬總長為 20 公尺，求此兩塊菜圃加在一起最大面積為 ____ 平方公尺。



- 22 若 $|x - a| + |x - 3| = 5$ 必定有解且 $|x - a| - |x + 1| = -7$ 必定有解，則 a 的範圍為 ____。



網頁版 (答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章) : royalblue-education.com/school-exams/shsh-114a-g10-1

答案一覽

第 1 題 $\sqrt{10} - 2$

第 2 題 $\frac{11}{8}$

第 3 題 $0 < x < 3$

第 4 題 $\frac{5}{3}$ 或 -1

第 5 題 $\frac{7}{45}$

第 6 題 $5 + \sqrt{3}$

第 7 題 -23

第 8 題 24

第 9 題 4

第 10 題 1.18×10^4

第 11 題 (B)(E)

第 12 題 (A)(C)

第 13 題 (A)(B)(C)(D)

第 14 題 $12\sqrt{7}$

第 15 題 $\sqrt{6} + 2$

第 16 題 a^{-7}

第 17 題 $x > 1$ 或 $x < -\frac{7}{3}$

第 18 題 $\left(-\frac{1}{2}, 2\right)$

第 19 題 $0 < x \leq 1$ 或 $-4 \leq x < -3$

第 20 題 (4, 3)

第 21 題 $\frac{100}{3}$

第 22 題 $6 \leq a \leq 8$



對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。(不用註冊)
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit (可以先把姓名、座號遮掉)

基礎填充 1~5 (第 1~5 題)：雙重根號、指數、絕對值、循環小數

- 1 先把裡面的根號寫成「 $2\sqrt{\quad}$ 」的形式： $\sqrt{160} = 2\sqrt{40}$ ，所以原式 $= \sqrt{14 - 2\sqrt{40}}$ 。找兩數和 14、積 40：10 和 4。因此 $\sqrt{14 - 2\sqrt{40}} = \sqrt{10} - \sqrt{4} = \sqrt{10} - 2$ 。驗算： $(\sqrt{10} - 2)^2 = 14 - 4\sqrt{10} = 14 - \sqrt{160}$ 。

相減時要寫成大的減小的， $\sqrt{10} - 2 > 0$ 才是根號的值。

- 2 $\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\left(\frac{3}{2}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8}$ ； $3^{-2} = \frac{1}{9}$ ；底數不為 0 時零次方是 1，所以 $\left(\pi + \frac{9}{4}\right)^0 = 1$ 。原式 $= \frac{27}{8} \times \frac{1}{9} + 1 = \frac{3}{8} + 1 = \frac{11}{8}$ 。

- 3 $|2x - 3| < 3$ 等於 $-3 < 2x - 3 < 3$ 。各加 3： $0 < 2x < 6$ ，所以 $0 < x < 3$ 。

- 4 $|3x - 1| = 4$ 表示 $3x - 1 = 4$ 或 $3x - 1 = -4$ 。前者 $x = \frac{5}{3}$ ，後者 $x = -1$ 。

絕對值方程式有兩個解，兩個都要寫。

- 5 設 $t = 0.1\bar{5} = 0.1555\ldots$ 。 $10t = 1.555\ldots$ ， $100t = 15.555\ldots$ ，相減得 $90t = 14$ ，所以 $t = \frac{14}{90} = \frac{7}{45}$ 。
循環節只有 5 這一位，1 不循環。

基礎填充 6~9 (第 6~10 題)：有理化、分點、算幾不等式、科學記號

- 6 分別有理化。 $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} = \frac{(\sqrt{3}-1)^2}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{4-2\sqrt{3}}{2} = 2-\sqrt{3}$ 。 $\frac{\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(2+\sqrt{3})}{4-3} = 2\sqrt{3}+3$ 。相加： $2-\sqrt{3}+2\sqrt{3}+3 = 5+\sqrt{3}$ 。

- 7 $\overline{PA} : \overline{PB} = 2 : 3$ ， P 離 A 比較近，又在 A 、 B 之外，所以 P 在 A 的左邊。設 $P(p)$ ， $p < -3$ ，則 $\overline{PA} = -3 - p$ 、 $\overline{PB} = 7 - p$ 。由 $3\overline{PA} = 2\overline{PB}$ ： $3(-3 - p) = 2(7 - p)$ ， $-9 - 3p = 14 - 2p$ ， $p = -23$ 。驗算： $\overline{PA} = 20$ 、 $\overline{PB} = 30$ ，比是 $2 : 3$ 。

先由比值判斷 P 在哪一側，再列式；若放到 B 的右邊， $\overline{PA}$ 會比 $\overline{PB}$ 長，不合。

- 8 (1) a 、 $3b$ 都不是負數，由算幾不等式 $\frac{a+3b}{2} \geq \sqrt{a \cdot 3b} = \sqrt{3 \times 48} = \sqrt{144} = 12$ ，所以 $a+3b \geq 24$ ，最小值是 24 (等號成立的情形見下一格)。

- 9 (2) 等號在 $a = 3b$ 時成立。代入 $ab = 48$ ： $3b^2 = 48$ ， $b^2 = 16$ ， $b \geq 0$ 所以 $b = 4$ (這時 $a = 12$ ， $a+3b = 24$)。

等號成立的條件是相加的兩項 a 和 $3b$ 相等，不是 $a = b$ 。



- 10 數字部分相乘： $2.63 \times 4.5 = 11.835$ ；10 的次方相乘： $10^{-2} \times 10^5 = 10^3$ 。乘積是 $11.835 \times 10^3 = 1.1835 \times 10^4$ 。取 3 位有效數字，看第四位 3，捨去，得 1.18×10^4 。

科學記號的數字部分要介於 1 和 10 之間，所以 11.835×10^3 要再改寫成 1.1835×10^4 。

算幾不等式求極值：先確認兩項都不是負數、乘積是定值，最小值是 $2\sqrt{\text{乘積}}$ ，並且要寫出等號成立時兩項相等。

多選 1~3 (第 11~13 題)：乘法公式、有理數與無理數、比大小

- 11 答案 (B)(E)。(A) 錯： $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 36 - 2 = 34$ 。(B) 對： $x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 216 - 18 = 198$ 。(C) 錯： $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = 32$ ，而 $0 < x < 1$ 時 $\frac{1}{x} > 1 > x$ ，所以 $x - \frac{1}{x} = -\sqrt{32} = -4\sqrt{2}$ 。(D) 錯： $x^2 - \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right) = 6 \times (-4\sqrt{2}) = -24\sqrt{2}$ 。(E) 對： $x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}\right) = -4\sqrt{2} \times 35 = -140\sqrt{2}$ 。
- $0 < x < 1$ 這個條件是用來決定 $x - \frac{1}{x}$ 的正負；(C) 的 32 是它的平方，(D) 差在正負號。
- 12 答案 (A)(C)。(A) 對：兩個有理數相加還是有理數。(B) 錯：取 $c = \sqrt{2}$ 、 $d = -\sqrt{2}$ ， $c + d = 0$ 。(C) 對： $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$ 是有理數， $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$ 是無理數，兩種都可能。(D) 錯：取 $a = 1$ 、 $b = 2$ 、 $c = 2\sqrt{2}$ 、 $d = \sqrt{2}$ ， $ac = bd = 2\sqrt{2}$ ，但 $a \neq b$ 、 $c \neq d$ 。(E) 錯：取 $c = d = \sqrt{2}$ ， $cd - c + d = 2 - \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2$ 是有理數。
- 「必定」的敘述只要舉出一個反例就是錯的。(D) 的反例做法：讓 c 是 d 的有理數倍 ($c = 2d$)，再取 $b = 2a$ 。
- 13 答案 (A)(B)(C)(D)。(A) 對：兩邊都是正數，比平方。 $(2 + \sqrt{6})^2 = 10 + 4\sqrt{6} = 10 + \sqrt{96}$ ， $(\sqrt{3} + \sqrt{7})^2 = 10 + 2\sqrt{21} = 10 + \sqrt{84}$ ，前者大。(B) 對：移項後等於比較 $\sqrt{5} + 2$ 和 $\sqrt{6} + \sqrt{3}$ ； $(\sqrt{5} + 2)^2 = 9 + \sqrt{80}$ ， $(\sqrt{6} + \sqrt{3})^2 = 9 + \sqrt{72}$ ，前者大。(C) 對：兩邊同乘 35， $15a + 20b < 14a + 21b$ 等於 $a < b$ 。(D) 對：右邊是 $2 \times 6^{15} = 2 \times 2^{15} \times 3^{15}$ ，左邊減右邊是 $(2^{15})^2 - 2 \times 2^{15} \times 3^{15} + (3^{15})^2 = (3^{15} - 2^{15})^2 > 0$ 。(E) 錯： $0.\overline{5} + 0.\overline{4} = \frac{5}{9} + \frac{4}{9} = 1$ ， $0.\overline{6} + 0.\overline{3} = \frac{6}{9} + \frac{3}{9} = 1$ ，兩邊相等。
- (B) 兩邊都是相減，先移項成兩邊都是相加的正數再平方比較。(D) 也可以看成算幾不等式： 2^{30} 和 3^{30} 不相等，所以 $2^{30} + 3^{30} > 2\sqrt{2^{30} \times 3^{30}} = 2 \times 6^{15}$ 。

填充 1~3 (第 14~16 題)：指數律與雙重根號

- 14 $9^x = (3^x)^2 = 7$ ， $3^x > 0$ ，所以 $3^x = \sqrt{7}$ 。 $3^{2y} = (3^y)^2 = 36$ 。 $3^{x+2y-1} = 3^x \times 3^{2y} \div 3 = \sqrt{7} \times 36 \div 3 = 12\sqrt{7}$ 。
- 15 $\sqrt{10 + 4\sqrt{6}} = \sqrt{10 + 2\sqrt{24}}$ ，找兩數和 10、積 24：6 和 4，所以等於 $\sqrt{6} + 2$ 。 $2 < \sqrt{6} < 3$ ，所以 $4 < \sqrt{6} + 2 < 5$ ，整數部分 $a = 4$ ，小數部分 $b = \sqrt{6} + 2 - 4 = \sqrt{6} - 2$ 。 $\frac{2}{b} = \frac{2}{\sqrt{6} - 2} = \frac{2(\sqrt{6} + 2)}{6 - 4} = \sqrt{6} + 2$ 。
- 小數部分 = 原數減去整數部分，要先估出 $\sqrt{6}$ 介於 2 和 3 之間。



- 16 全部化成 a 的次方。第一項： $\sqrt{a^{15}} = a^{\frac{15}{2}}$ ， $a^3 \times a^{\frac{15}{2}} = a^{\frac{21}{2}}$ ，開三次方得 $a^{\frac{7}{2}}$ 。第二項： $(\sqrt[6]{a})^{30} = a^5$ ，開平方得 $a^{\frac{5}{2}}$ 。第三項： $a^5 \times \sqrt{a^3} = a^{5+\frac{3}{2}} = a^{\frac{13}{2}}$ ，平方得 a^{13} 。原式 $= a^{\frac{7}{2}+\frac{5}{2}-13} = a^{-7}$ 。
最後一項是除，指數要用減的。

根式一律先改寫成分數指數 ($\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$)，再用指數律把指數加減乘。

填充 4~7 (第 17~20 題)：絕對值不等式與比較係數

- 17 兩個絕對值分別在 $x = -\frac{3}{2}$ 、 $x = 1$ 變號，分三段。① $x \geq 1$ ： $(2x+3) + (x-1) > 5$ ， $3x > 3$ ， $x > 1$ 。② $-\frac{3}{2} \leq x < 1$ ： $(2x+3) - (x-1) > 5$ ， $x > 1$ ，和這一段的範圍沒有交集。③ $x < -\frac{3}{2}$ ： $-(2x+3) - (x-1) > 5$ ， $-3x > 7$ ， $x < -\frac{7}{3}$ 。合起來是 $x > 1$ 或 $x < -\frac{7}{3}$ 。
每一段解出來的範圍要和那一段的前提提取交集。
- 18 解 $2 < x < 10$ 的中點是 6、到中點的距離是 4，所以解等於 $|x-6| < 4$ 。兩邊乘以 $\frac{1}{2}$ ： $|\frac{1}{2}x-3| < 2$ ，也就是 $|\frac{1}{2}x+3| < 2$ 。和 $|ax+3| < b$ 對照，常數項要是 +3，所以 $a = -\frac{1}{2}$ 、 $b = 2$ 。
 $|\frac{1}{2}x-3|$ 和 $|\frac{1}{2}x+3|$ 相等，要配合題目的「+3」選後者。
- 19 分成 $3 < 2x+3 \leq 5$ 或 $-5 \leq 2x+3 < -3$ 。前者各減 3 再除以 2： $0 < x \leq 1$ 。後者： $-8 \leq 2x < -6$ ， $-4 \leq x < -3$ 。所以解是 $0 < x \leq 1$ 或 $-4 \leq x < -3$ 。
哪一邊有等號要照原式對應： $|2x+3| = 5$ 的 $x = 1$ 、 $x = -4$ 包含， $|2x+3| = 3$ 的 $x = 0$ 、 $x = -3$ 不包含。
- 20 三個雙重根號分別化簡： $\sqrt{6+4\sqrt{2}} = \sqrt{6+2\sqrt{8}} = \sqrt{4} + \sqrt{2} = 2 + \sqrt{2}$ ； $\sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{2} + 1$ ； $\sqrt{27+\sqrt{200}} = \sqrt{27+2\sqrt{50}} = \sqrt{25} + \sqrt{2} = 5 + \sqrt{2}$ 。原式變成 $a(2+\sqrt{2}) - b(1+\sqrt{2}) = 5 + \sqrt{2}$ ，即 $(2a-b) + (a-b)\sqrt{2} = 5 + \sqrt{2}$ 。 a 、 b 是有理數， $\sqrt{2}$ 是無理數，所以 $2a-b = 5$ 、 $a-b = 1$ ，相減得 $a = 4$ ， $b = 3$ 。
「 a 、 b 皆為有理數」這個條件就是用來比較有理數部分和 $\sqrt{2}$ 的係數。

填充 8~9 (第 21~22 題)：算幾不等式的應用、用距離看絕對值

- 21 設和牆垂直的每一段圍籬長 x 公尺 (共 3 段)，和牆平行的那一段長 y 公尺，靠牆的一邊不用圍籬，所以 $3x + y = 20$ ($x > 0$ ， $y > 0$)，兩塊菜園合起來的面積是 xy 。由算幾不等式 $\frac{3x+y}{2} \geq \sqrt{3x \cdot y}$ ，即 $10 \geq \sqrt{3xy}$ ，兩邊平方得 $100 \geq 3xy$ ， $xy \leq \frac{100}{3}$ 。等號在 $3x = y = 10$ ，也就是 $x = \frac{10}{3}$ 、 $y = 10$ 時成立，所以最大面積是 $\frac{100}{3}$ 平方公尺。
中間那一道隔開兩塊菜園的圍籬也要算，和牆垂直的圍籬是 3 段不是 2 段。



22 第一式： $|x - a| + |x - 3|$ 是數線上 x 到 a 與到 3 的距離和， x 在兩點之間時最小，最小值是兩點的距離 $|a - 3|$ ，往外走可以任意大。所以 $= 5$ 有解的條件是 $|a - 3| \leq 5$ ，即 $-2 \leq a \leq 8$ 。第二式： $|x - a| - |x + 1|$ 是 x 到 a 的距離減去到 -1 的距離，它的值介於 $-|a + 1|$ 和 $|a + 1|$ 之間（ x 在兩點外側時取到兩端，在兩點之間時由一端連續變到另一端）。所以 $= -7$ 有解的條件是 $|a + 1| \geq 7$ ，即 $a \geq 6$ 或 $a \leq -8$ 。兩個條件同時成立： $6 \leq a \leq 8$ 。

距離和有最小值、沒有最大值；距離差則夾在正負「兩點距離」之間。兩式的另一個定點不同，一個是 3、一個是 -1 。

$|x - p| + |x - q|$ 的最小值是 $|p - q|$ ； $|x - p| - |x - q|$ 的範圍是 $-|p - q|$ 到 $|p - q|$ 。判斷方程式有沒有解，就看右邊的數有沒有落在這個範圍裡。



御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自善化高中 114 學年度上學期高一第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。

御藍教育
ROYAL BLUE · EDUCATION



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/shsh-114a-g10-1