

瑞祥高中 114 學年度上學期 高二第一次段考



御藍教育

範圍：三角函數（弧度量、三角函數的圖形、和差角與倍角半角公式、正餘弦的疊合） · 填充題 10 題、多重選擇題 2 題、填充題 9 題（其中 1 題分兩小格），共 21 題；流傳版本未印配分

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/rssh-114a-g11a-1

一、填充題

- 1 若 $\frac{7\pi}{6}$ 徑為 A 度，且 130° 為 B 徑，求數對 $(A, B) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- 2 坐標平面上，點 $A(\cos 3, \sin 3)$ 落在第 _____ 象限。

- 3 已知扇形的半徑為 10 公分，弧長 20 公分，則扇形的面積為 _____ 平方公分。

- 4 求 $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \cos \frac{2\pi}{3} + \tan \frac{5\pi}{3} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- 5 下列哪些函數的週期為 π ？（多選，填代號，全對才給分） (A) $y = \frac{1}{2} \sin x$ (B) $y = \sin(x + \pi)$ (C) $y = \sin |x|$ (D) $y = |\sin x|$ (E) $y = \sin 2x$ (F) $y = \sin \frac{x}{2}$

- 6 在 $0 \leq x \leq 4\pi$ 的範圍內，試求方程式 $\sin x = -\frac{1}{3}$ 的所有實根和為 _____。

- 7 在區間 $[-2\pi, 2\pi]$ 上， $y = x$ 與 $y = \tan x$ 的圖形有 _____ 個交點。



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/rssh-114a-g11a-1

8 已知 $180^\circ < \theta < 270^\circ$ ，且 $\sin \theta = \frac{-3}{5}$ ，則 $\cos \frac{\theta}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9 設 x 為實數，則 $4 \sin x + 5 \cos x$ 的最大值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10 $\sin 37.5^\circ \sin 7.5^\circ - \cos 37.5^\circ \cos 7.5^\circ$ 之值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、多重選擇題（原卷題號 1~2，本頁接續編為第 11~12 題）

11 設函數 $f(x) = 2 \cos\left(3x - \frac{\pi}{2}\right)$ ， $x \in R$ ，試問下列敘述何者正確？

(A) $-2 \leq f(x) \leq 2$

(B) $f(x)$ 的週期為 $\frac{\pi}{3}$

(C) $y = f(x)$ 的圖形對稱於直線 $x = \frac{7\pi}{6}$

(D) $f(x)$ 在 $x = -\frac{\pi}{6}$ 時有最大值

(E) $y = f(x)$ 的圖形經過平移後可與 $y = 2 \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) - 2$ 的圖形重合

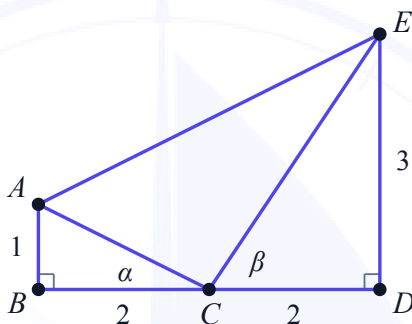
御藍教育

ROYAL BLUE • EDUCATION



- 12 如圖， $\triangle ABC$ 與 $\triangle ECD$ 為直角三角形，且 $B、C、D$ 三點共線，若 $\overline{AB} = 1$ ， $\overline{BC} = 2$ ， $\overline{CD} = 2$ ， $\overline{DE} = 3$ ， $\angle ACB = \alpha$ ， $\angle ECD = \beta$ ，試求下列各值？

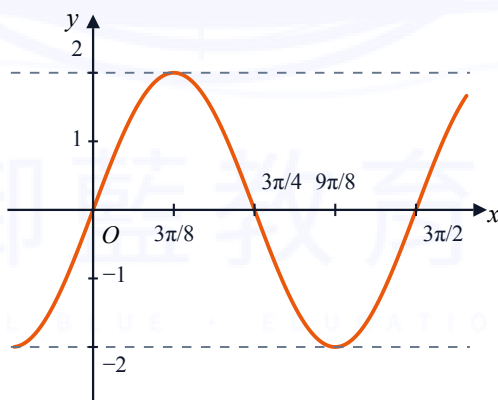
- (A) $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ ， $\tan \beta = \frac{3}{2}$
 (B) $\tan(\alpha + \beta) = 8$
 (C) $\tan \angle ACE = 8$
 (D) $\sin \angle ACE = \frac{1}{8}$
 (E) $\triangle ACE$ 的面積 = 4



三、填充題（原卷題號 1~9，本頁接續編為第 13~21 題）

- 13 求方程式 $\sin x = \frac{x}{7}$ 的實根有 ____ 個。

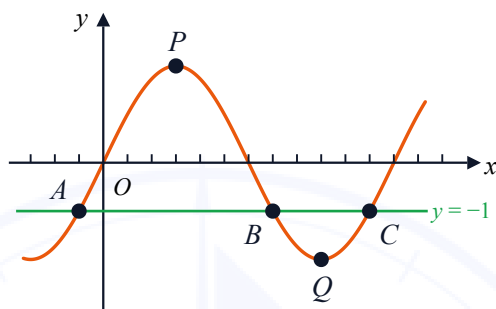
- 14 附圖為函數 $y = a \cos(bx + c)$ （其中 $a > 0$ ， $b > 0$ ， $0 \leq c < 2\pi$ ）的部分圖形，試求 $(a, b, c) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



- 15 將 $y = \sin x$ 的圖形先以 x 軸為中心，沿鉛直方向伸縮為 4 倍，再以 y 軸為中心，沿水平方向將週期壓縮為 π ，接著向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 單位，最後再向上平移 1 單位得新函數為 $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



- 16 如圖，已知 $a > 0, b > 0$ ，函數 $f(x) = a \sin bx$ 的圖形通過最高點 $P(3, 2)$ 、最低點 $Q(9, -2)$ ，且與直線 $y = -1$ 交於 A, B, C 三點，求 $\overline{BC}$ 的長為 ____。



- 17 設 $0 \leq x \leq 2\pi$ ，若 $y = 3 \sin x - 4 \cos x$ 在 $x = \alpha$ 時有最大值，試求 $\tan \alpha =$ ____。

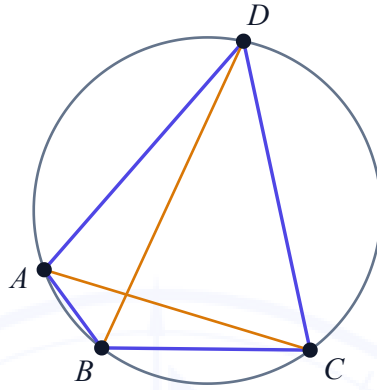
- 18 設 $f(x) = 2\sqrt{3} \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 4 \sin x$ 。(1) 若 $f(x) = r \sin(x + \alpha)$ ，其中 $r > 0, 0 < \alpha < \pi$ ，則 $(r, \alpha) =$ ____。(2) 設 $0 \leq x \leq \pi$ ，當 $x = \theta$ 時， $f(x)$ 有最大值為 M ，則 $(\theta, M) =$ ____。

- 19 設 x 為實數，若 $f(x) = \sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 3 \cos^2 x$ 的最大值為 α ，最小值為 β ，則 $\alpha + \beta =$ ____。

- 20 設 $0 \leq x \leq 2\pi$ ，若函數 $f(x) = 1 + 2(\sin x - \cos x) + \sin 2x$ 之最大值為 M ，最小值為 m ，則數對 $(M, m) =$ ____。



- 21 如圖，圓內接四邊形 $ABCD$ ， $\sin \angle ADB = \frac{7}{25}$ ， $\sin \angle CDB = \frac{3}{5}$ ，若圓直徑為 25，則 $\overline{AC} = \underline{\hspace{1cm}}$ 。



御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



網頁版 (答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章) : royalblue-education.com/school-exams/rssh-114a-g11a-1

答案一覽

第 1 題 $\left(210, \frac{13\pi}{18}\right)$

第 2 題 二

第 3 題 100

第 4 題 $-1 - \sqrt{3}$

第 5 題 (D)(E)

第 6 題 10π

第 7 題 3

第 8 題 $-\frac{\sqrt{10}}{10}$

第 9 題 $\sqrt{41}$

第 10 題 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

第 11 題 (A)(C)(E)

第 12 題 (A)(B)(E)

第 13 題 3

第 14 題 $\left(2, \frac{4}{3}, \frac{3\pi}{2}\right)$

第 15 題 $4 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 1$

第 16 題 4

第 17 題 $-\frac{3}{4}$

第 18 題 (1) $\left(2, \frac{2\pi}{3}\right)$; (2) $(0, \sqrt{3})$

第 19 題 4

第 20 題 $(3, -2\sqrt{2})$

第 21 題 20

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。(不用註冊)
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit (可以先把姓名、座號遮掉)



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/rssh-114a-g11a-1

一、填充 1~4 (第 1~4 題)：弧度的換算、象限、扇形、特殊角

1 π 弧 = 180° 。 $\frac{7\pi}{6}$ 弧 = $\frac{7}{6} \times 180^\circ = 210^\circ$ ，所以 $A = 210^\circ - 130^\circ = 130^\circ \times \frac{\pi}{180} = \frac{13\pi}{18}$ 弧，所以 $B = \frac{13\pi}{18}$ 。

弧換度乘 $\frac{180}{\pi}$ ，度換弧乘 $\frac{\pi}{180}$ 。

2 $\cos 3$ 、 $\sin 3$ 的 3 沒有寫度，是 3 弧。 $\frac{\pi}{2} \approx 1.57 < 3 < \pi \approx 3.14$ ，所以 3 弧是第二象限角， $\cos 3 < 0$ 、 $\sin 3 > 0$ ，點 A 落在第二象限。

3 弧約是 172° ，不要當成 3° 。

3 扇形面積 = $\frac{1}{2} \times$ 半徑 $\times$ 弧長 = $\frac{1}{2} \times 10 \times 20 = 100$ (平方公分)。

也可以先求圓心角 $\theta = \frac{20}{10} = 2$ 弧，面積 = $\frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2} \times 100 \times 2 = 100$ 。

4 $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\sin\frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$ 。 $\frac{2\pi}{3}$ 在第二象限， $\cos\frac{2\pi}{3} = -\cos\frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$ 。 $\frac{5\pi}{3}$ 在第四象限， $\tan\frac{5\pi}{3} = -\tan\frac{\pi}{3} = -\sqrt{3}$ 。三項相加得 $-\frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \sqrt{3} = -1 - \sqrt{3}$ 。

一、填充 5~7 (第 5~7 題)：週期、根的對稱、正切圖形與直線

5 答案 (D)(E)。(A) 鉛直伸縮不改變週期，仍是 2π 。(B) 平移不改變週期，仍是 2π 。(C) $y = \sin|x|$ 是把 $y = \sin x$ 在 y 軸右邊的圖形對稱到左邊，在原點兩側的圖形不會重複，不是週期函數。(D) $y = |\sin x|$ 把 x 軸下方的部分翻到上方，每隔 π 重複一次，週期 π 。(E) 週期 $\frac{2\pi}{2} = \pi$ 。(F) 週期 $\frac{2\pi}{1/2} = 4\pi$ 。

絕對值加在 x 上與加在整個函數值上，圖形的變化不同：前者左右對稱，後者上下翻摺。

6 設 a 是 0 到 $\frac{\pi}{2}$ 之間滿足 $\sin a = \frac{1}{3}$ 的角。 $\sin x = -\frac{1}{3}$ 在 $0 \leq x \leq 2\pi$ 的根是 $\pi + a$ 與 $2\pi - a$ ；再加一個週期 2π ，在 $2\pi \leq x \leq 4\pi$ 的根是 $3\pi + a$ 與 $4\pi - a$ 。四個根的和為 $(\pi + a) + (2\pi - a) + (3\pi + a) + (4\pi - a) = 10\pi$ 。

不用求出 a ：同一個波谷兩側的兩根對稱於 $x = \frac{3\pi}{2}$ 與 $x = \frac{7\pi}{2}$ ，兩兩相加是 3π 與 7π 。

7 $x = 0$ 時 $\tan 0 = 0$ ，原點是一個交點。 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 時 $\tan x > x$ ，沒有交點。 $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ 這一支， $\tan x$ 由負無限大遞增到正無限大，其中 $\frac{\pi}{2} < x \leq \pi$ 時 $\tan x \leq 0 < x$ ，交點在 $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ 之間，恰有 1 個 (約 $x = 4.49$)。 $\frac{3\pi}{2} < x \leq 2\pi$ 時 $\tan x \leq 0 < x$ ，沒有交點。所以 $0 < x \leq 2\pi$ 有 1 個交點；兩個圖形都對稱於原點， $-2\pi \leq x < 0$ 也有 1 個。合計 $1 + 1 + 1 = 3$ 個。

流傳版本的參考答案寫 5，但依題幹的區間 $[-2\pi, 2\pi]$ 重算為 3。下一個交點約在 $x = \pm 7.73$ ，已超過 $2\pi \approx 6.28$ ；區間若取到 $\pm \frac{5\pi}{2}$ 或 $\pm 3\pi$ 才會有 5 個。



一、填充 8~10 (第 8~10 題)：半角、疊合、和角

- 8 θ 在第三象限, $\cos \theta < 0$, $\cos \theta = -\sqrt{1 - \frac{9}{25}} = -\frac{4}{5}$ 。半角公式: $\cos^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1 + \cos \theta}{2} = \frac{1}{10}$ 。又 $90^\circ < \frac{\theta}{2} < 135^\circ$ 在第二象限, 餘弦為負, 所以 $\cos \frac{\theta}{2} = -\frac{1}{\sqrt{10}} = -\frac{\sqrt{10}}{10}$ 。
- 流傳版本的參考答案寫 $-\frac{1}{\sqrt{10}}$, 與 $-\frac{\sqrt{10}}{10}$ 是同一個數, 這裡化成分母有理化的形式。象限要判斷兩次: 一次定 $\cos \theta$, 一次定 $\cos \frac{\theta}{2}$ 。
- 9 $4 \sin x + 5 \cos x = \sqrt{4^2 + 5^2} \left(\frac{4}{\sqrt{41}} \sin x + \frac{5}{\sqrt{41}} \cos x \right) = \sqrt{41} \sin(x + \varphi)$, 其中 $\cos \varphi = \frac{4}{\sqrt{41}}$ 、 $\sin \varphi = \frac{5}{\sqrt{41}}$ 。 x 是任意實數, $\sin(x + \varphi)$ 的最大值是 1, 所以最大值為 $\sqrt{41}$ 。
- 10 原式 $= -(\cos 37.5^\circ \cos 7.5^\circ - \sin 37.5^\circ \sin 7.5^\circ) = -\cos(37.5^\circ + 7.5^\circ) = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 。
 $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$; 題目的兩項順序與正負號和公式相反, 先提出負號。

二、多重選擇 1、2 (第 11、12 題)：函數圖形的性質、正切的和角公式

- 11 答案 (A)(C)(E)。先化簡: $\cos\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) = \sin 3x$, 所以 $f(x) = 2 \sin 3x$ 。(A) 對: 振幅 2。(B) 錯: 週期是 $\frac{2\pi}{3}$ 。(C) 對: $f\left(\frac{7\pi}{6}\right) = 2 \sin \frac{7\pi}{2} = -2$ 是最低點, 圖形對稱於通過最低點的鉛直線。(D) 錯: $f\left(-\frac{\pi}{6}\right) = 2 \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -2$, 是最小值。(E) 對: $2 \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) - 2 = 2 \sin 3\left(x + \frac{\pi}{18}\right) - 2$, 是 $y = 2 \sin 3x$ 向左平移 $\frac{\pi}{18}$ 、再向下平移 2, 振幅與週期都沒變。
- 正弦型函數的圖形對稱於每一條通過最高點或最低點的鉛直線; 平移不改變振幅與週期, 所以只要這兩個量相同就能平移重合。
- 12 答案 (A)(B)(E)。(A) 對: 直角三角形 ABC 中 $\tan \alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{1}{2}$; 直角三角形 ECD 中 $\tan \beta = \frac{\overline{DE}}{\overline{CD}} = \frac{3}{2}$ 。(B) 對: $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}}{1 - \frac{1}{2} \times \frac{3}{2}} = \frac{2}{\frac{1}{4}} = 8$ 。(C) 錯: $B、C、D$ 共線, $\angle ACE = 180^\circ - (\alpha + \beta)$, $\tan \angle ACE = -\tan(\alpha + \beta) = -8$ 。(D) 錯: $\sin \angle ACE = \sin(\alpha + \beta)$; $\alpha + \beta$ 的正切為正, 是銳角, 對邊 8、鄰邊 1、斜邊 $\sqrt{65}$, 所以 $\sin \angle ACE = \frac{8}{\sqrt{65}}$ 。(E) 對: $\overline{AC} = \sqrt{5}$ 、 $\overline{CE} = \sqrt{13}$, 面積 $= \frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{13} \times \frac{8}{\sqrt{65}} = 4$ 。
- (E) 也可以用梯形 $ABDE$ 的面積 $\frac{(1+3) \times 4}{2} = 8$ 減去兩個直角三角形的面積 1 與 3, 一樣得到 4。



三、填充 1~4 (第 13~16 題)：數交點、讀圖定係數、伸縮平移

- 13 數 $y = \sin x$ 與直線 $y = \frac{x}{7}$ 的交點。正弦值介於 -1 與 1 之間，只需看 $-7 \leq x \leq 7$ 。 $x = 0$ 是一個根。 $x > 0$ 時：在 $0 < x < \pi$ ，直線由原點出發，斜率 $\frac{1}{7}$ 比正弦曲線在原點附近平緩，到 $x = \pi$ 時直線在曲線上方，中間恰交 1 點； $\pi \leq x \leq 2\pi$ 時 $\sin x \leq 0 < \frac{x}{7}$ ，沒有交點； $2\pi < x \leq 7$ 時， $7 < \frac{5\pi}{2} \approx 7.85$ ，正弦還在上升， $\sin x \leq \sin 7 \approx 0.66$ ，而直線的值至少 $\frac{2\pi}{7} \approx 0.90$ ，沒有交點。所以正根 1 個；兩個圖形都對稱於原點，負根也 1 個。合計 3 個。

關鍵在第二個波峰： $x = 7$ 還沒到波峰 $\frac{5\pi}{2}$ ，直線就已經離開 -1 到 1 的範圍，所以碰不到。

- 14 最高 2、最低 -2 ， $a = 2$ 。最高點在 $x = \frac{3\pi}{8}$ 、相鄰的最低點在 $x = \frac{9\pi}{8}$ ，相差半個週期 $\frac{3\pi}{4}$ ，所以週期是 $\frac{3\pi}{2}$ ， $b = \frac{2\pi}{3\pi/2} = \frac{4}{3}$ 。餘弦在角度為 $2k\pi$ (k 為整數) 時取最大值： $\frac{4}{3} \times \frac{3\pi}{8} + c = \frac{\pi}{2} + c = 2k\pi$ ， $c = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$ ；在 $0 \leq c < 2\pi$ 內取 $k = 1$ ， $c = \frac{3\pi}{2}$ 。

檢查： $2 \cos\left(\frac{4}{3}x + \frac{3\pi}{2}\right) = 2 \sin \frac{4}{3}x$ ，圖形通過原點且向右上升，與附圖相符。

- 15 依序做：鉛直伸縮為 4 倍得 $y = 4 \sin x$ ；週期由 2π 壓縮為 π ，是把 x 換成 $2x$ ，得 $y = 4 \sin 2x$ ；向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 是把 x 換成 $x - \frac{\pi}{6}$ ，得 $y = 4 \sin 2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 4 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ ；最後向上平移 1，得 $y = 4 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 1$ 。

先壓縮再平移時，平移是把 x 換成 $x - \frac{\pi}{6}$ ，括號裡是 $2\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ ，不是 $2x - \frac{\pi}{6}$ 。

- 16 最高點的 y 坐標是 2， $a = 2$ 。最高點 $x = 3$ 到相鄰最低點 $x = 9$ 是半個週期，週期 12， $b = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$ ， $f(x) = 2 \sin \frac{\pi x}{6}$ 。解 $2 \sin \frac{\pi x}{6} = -1$ ： $\sin \frac{\pi x}{6} = -\frac{1}{2}$ ，在 $0 \leq x \leq 12$ 這一個週期內 $\frac{\pi x}{6} = \frac{7\pi}{6}$ 或 $\frac{11\pi}{6}$ ， $x = 7$ 或 11 。由圖， B 、 C 就是最低點 Q 左右兩側的這兩個交點， $\overline{BC} = 11 - 7 = 4$ 。

A 是 y 軸左邊的交點 ($x = -1$)。 B 、 C 對稱於 $x = 9$ ，各離 2。

三、填充 5~9 (第 17~21 題)：疊合求極值、圓內接四邊形

- 17 $y = 5 \left(\frac{3}{5} \sin x - \frac{4}{5} \cos x \right) = 5 \sin(x - \varphi)$ ，其中 φ 是銳角， $\cos \varphi = \frac{3}{5}$ 、 $\sin \varphi = \frac{4}{5}$ 。最大值發生在 $x - \varphi = \frac{\pi}{2}$ ，即 $\alpha = \varphi + \frac{\pi}{2}$ (在 0 到 2π 之間)。此時 $\sin \alpha = \cos \varphi = \frac{3}{5}$ ， $\cos \alpha = -\sin \varphi = -\frac{4}{5}$ ，所以 $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$ 。

檢查： $3 \times \frac{3}{5} - 4 \times \left(-\frac{4}{5}\right) = 5$ ，確實是最大值。 α 在第二象限，正切為負。



- 18 (1) 用和角公式展開： $2\sqrt{3}\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 2\sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \frac{1}{2}\cos x\right) = 3\sin x + \sqrt{3}\cos x$ ，所以
 $f(x) = -\sin x + \sqrt{3}\cos x = 2\left(-\frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x\right) = 2\sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)$ ，其中用到 $\cos\frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}$ 、 $\sin\frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 。 $(r, \alpha) = \left(2, \frac{2\pi}{3}\right)$ 。(2) $0 \leq x \leq \pi$ 時 $\frac{2\pi}{3} \leq x + \frac{2\pi}{3} \leq \frac{5\pi}{3}$ ，這段角度裡正弦由 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 一路下降到 -1 再回升到 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，最大值在左端點 $x = 0$ ， $M = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ 。 $(\theta, M) = (0, \sqrt{3})$ 。

流傳版本的參考答案把第二小題的題號印作 (3)，內容 $(0, \sqrt{3})$ 與本站相同。角度範圍取不到 $\frac{\pi}{2}$ ，最大值不是 2。

- 19 用倍角公式降次： $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$ 、 $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$ 、 $\sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$ 。 $f(x) = \frac{1 - \cos 2x}{2} - 2\sin 2x + \frac{3(1 + \cos 2x)}{2} = 2 + \cos 2x - 2\sin 2x$ 。 $\cos 2x - 2\sin 2x$ 疊合後振幅是 $\sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ ， x 為任意實數時範圍是 $-\sqrt{5}$ 到 $\sqrt{5}$ 。所以 $\alpha = 2 + \sqrt{5}$ 、 $\beta = 2 - \sqrt{5}$ ， $\alpha + \beta = 4$ 。

- 20 令 $t = \sin x - \cos x = \sqrt{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ ； $0 \leq x \leq 2\pi$ 剛好一整個週期， $-\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}$ 。 $t^2 = 1 - 2\sin x \cos x = 1 - \sin 2x$ ，所以 $\sin 2x = 1 - t^2$ ， $f = 1 + 2t + 1 - t^2 = -(t - 1)^2 + 3$ 。 $t = 1$ 在範圍內，最大值 $M = 3$ 。開口向下，最小值在離 $t = 1$ 較遠的端點 $t = -\sqrt{2}$ ： $m = -(\sqrt{2} + 1)^2 + 3 = -2\sqrt{2}$ 。

另一個端點 $t = \sqrt{2}$ 時是 $2\sqrt{2}$ ，不是最大值也不是最小值；兩個端點和頂點都要比。

- 21 圓內接三角形 ACD 的外接圓就是這個圓，由正弦定理 $\frac{\overline{AC}}{\sin \angle ADC} = 25$ 。對角線 $\overline{BD}$ 把 $\angle ADC$ 分成 $\angle ADB$ 與 $\angle CDB$ 。依圖兩個角都是銳角： $\cos \angle ADB = \frac{24}{25}$ 、 $\cos \angle CDB = \frac{4}{5}$ 。 $\sin \angle ADC = \sin(\angle ADB + \angle CDB) = \frac{7}{25} \times \frac{4}{5} + \frac{24}{25} \times \frac{3}{5} = \frac{28 + 72}{125} = \frac{100}{125} = \frac{4}{5}$ ，所以 $\overline{AC} = 25 \times \frac{4}{5} = 20$ 。

流傳版本這一題寫「如圖」但沒有附圖，本頁的圖是依題意補繪的示意圖，兩個角都取銳角，算出的 20 與流傳版本的參考答案相同。

求極值的題先把式子整理成單一正弦（疊合）或二次函數，再回頭檢查角度或變數的範圍取不取得到。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自瑞祥高中 114 學年度上學期高二第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/rssh-114a-g11a-1