

平鎮高中 114 學年度上學期 高三第一次段考



御藍教育

範圍：極限與函數（數列的極限、無窮等比級數、函數的概念與奇偶性、函數的極限、連續函數） · 單選題 5 題（25 分）、多選題 4 題（20 分）、選填題 11 題（55 分）

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/pjhs-114a-g12jia-1

第一部分：選擇題（佔 45 分） 壹、單選題（佔 25 分） 說明：第 1 至 5 題，每題選出最適當的一個選項，劃記在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分，答錯不倒扣。

1 關於函數 $f(x) = \frac{|x|}{x}$ ($x \neq 0$)，下列敘述何者正確？

- (1) 函數 $f(x)$ 的值域為 $\{1\}$
- (2) $f(x)$ 為奇函數，圖形對稱於原點
- (3) $f(x)$ 為偶函數，圖形對稱於 y 軸
- (4) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) < \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
- (5) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

2 若 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + x + b}{x - 1} = 4$ ，則 $4a + 2b$ 的值為

- (1) -2
- (2) -1
- (3) 0
- (4) 1
- (5) 2

3 已知無窮數列 $\left\langle \left(\frac{1}{2}x - 3\right)^n \right\rangle$ 為收斂數列，若 x 為整數，則滿足條件的 x 有幾個？

- (1) 3
- (2) 4
- (3) 5
- (4) 6
- (5) 無限多個



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/pjhs-114a-g12jia-1

4 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{3} - \frac{1^2 + 2^2 + \cdots + n^2}{n^2} \right) =$

- (1) $\frac{1}{3}$
- (2) $\frac{1}{2}$
- (3) $-\frac{1}{2}$
- (4) 0
- (5) 不存在

5 設 k 為整數，若 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+2} - 4^{n+1}}{2^{n+1} + 2 \times 4^{n+k}} = -\frac{1}{8}$ ，則 k 的值為

- (1) 0
- (2) 1
- (3) -1
- (4) 2
- (5) -2

貳、多選題（佔 20 分）說明：第 6 至 9 題，每題的五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的，選出正確選項劃記在答案卡之「解答欄」。每題五個選項全部答對者得 5 分，只錯一個選項可得 3 分，錯兩個選項可得 1 分，不作答或錯三個以上選項不給分。

6 若 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{當 } x \leq 0 \\ 5x + 3, & \text{當 } 0 < x < 5 \\ x^2 + x + 10, & \text{當 } x \geq 5 \end{cases}$ ，則下列敘述何者正確？

- (1) $f(0) = 3$
- (2) $f(7) = 66$
- (3) $f(x) = 8 \Rightarrow x = 1$
- (4) $f(-1) = 0$
- (5) $f(5) = 28$

7 已知函數 $f(x)$ 滿足 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 5$ ，選出所有正確的選項。

- (1) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{f(x)}{x-1} + \frac{x-1}{x} \right) = 5$
- (2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{2(x-1)} = 5$
- (3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{(x-1)^2} = 5$
- (4) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$
- (5) $\lim_{x \rightarrow 1} (xf(x)) = 0$



8 下列何者為發散數列？

- (1) $\left\langle \frac{6}{n^2} \right\rangle$
- (2) $\left\langle \left(\frac{1001}{1000} \right)^n \right\rangle$
- (3) $\left\langle \frac{(-1)^n}{3} \right\rangle$
- (4) $\left\langle \frac{3^n + 4^n}{5^n} \right\rangle$
- (5) $\left\langle \frac{(-2)^n}{5^{n+1}} \right\rangle$

9 下列何者為真？

- (1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{3} \right)^n = 0$
- (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{3} (-1)^n \right) = 0$
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 1}{4^n - 1} = 0$
- (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n + 1}{4n - 1} = \frac{3}{4}$
- (5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 1}{4n - 1} = \frac{1}{4}$

第二部分：選填題（佔 55 分）說明：1. 第 A 至 K 題，將答案劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號（10~35）。2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。（本頁第 10~20 題依序為原卷的 A~K 題）

10 已知 $f(x)$ 為二次多項式，且滿足 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 4$ ， $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x-1} = 3$ ，求 $f(-1) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

11 求 $\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{x-2}{x+1} - \frac{2x-1}{x^2+3x+2} \right)$ 的值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

12 某城市的計程車車資白天計費方式為：前 1250 公尺，基本收費 80 元，超過 1250 公尺的部分，每 200 公尺加收 5 元，不足 200 公尺以 200 公尺計算。已知搭乘 x 公尺所需支付的車資為 $f(x) = \begin{cases} 80, & \text{當 } 0 < x \leq 1250 \\ 80 + 5 \times \left(- \left\lceil \frac{1250 - x}{200} \right\rceil \right), & \text{當 } x > 1250 \end{cases}$ 元，其中，符號 $\lceil \cdot \rceil$ 為高斯符號。若車資 120 元最多可搭乘 k 公尺，則 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



13 求 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x^2 + 3x - 11| - 1}{|x| - 2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

14 若 $f(x) = \begin{cases} \frac{kx^2 - x + 1 - k}{x - 1}, & x \neq 1 \\ -5, & x = 1 \end{cases}$ ，若 $f(x)$ 在 $x = 1$ 處連續，求 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

15 已知 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(an + 5 - \frac{2n^2 - 3n - 1}{n + 2} \right) = b$ ，其中 a, b 為實數，求數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

16 試求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 5n}{3n + 1} - \frac{n^3 + 2n^2 - 1}{3n^2 + 2n} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

17 試求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^n}{2^n + 3^n} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(請化為最簡分數)

18 求 $\frac{1}{7} + \frac{5}{7^2} + \frac{19}{7^3} + \cdots + \frac{3^n - 2^n}{7^n} + \cdots$ 的值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

19 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x + 1)^{10} - 1}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

20 已知對任意正整數 $n \geq 3$ ，不等式 $3^n \geq n^3$ 恆成立，求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{3^n}$ 的值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/pjhs-114a-g12jia-1

答案一覽

- 第 1 題 (2)
第 2 題 (4)
第 3 題 (2)
第 4 題 (3)
第 5 題 (4)
第 6 題 (2)(4)
第 7 題 (1)(4)(5)
第 8 題 (2)(3)
第 9 題 (1)(3)(4)
第 10 題 -4
第 11 題 -4
第 12 題 2850
第 13 題 -7
第 14 題 -2
第 15 題 (2, 12)
第 16 題 $\frac{10}{9}$
第 17 題 $\frac{3}{2}$
第 18 題 $\frac{7}{20}$
第 19 題 10
第 20 題 0

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。(不用註冊)
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit（可以先把姓名、座號遮掉）



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/pjhs-114a-g12jia-1

單選 1~5：奇偶函數、由極限求係數、數列的極限

- 1 答案 (2)。 $x > 0$ 時 $f(x) = \frac{x}{x} = 1$ ， $x < 0$ 時 $f(x) = \frac{-x}{x} = -1$ 。(1) 值域是 $\{1, -1\}$ ，錯。(2) $f(-x) = \frac{|-x|}{-x} = -\frac{|x|}{x} = -f(x)$ ，是奇函數，圖形對稱於原點，對。(3) 例如 $f(-1) = -1 \neq f(1) = 1$ ，不是偶函數，錯。(4) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -1$ ，但 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 不存在（見 (5)），無法比較大小，錯。(5) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -1$ ， $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$ ，兩者不相等，錯。
左極限與右極限不相等時， $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 不存在，所以 (4) 的不等式右邊沒有意義，不能把它當成 1 來比。
- 2 答案 (4)。 $x \rightarrow 1$ 時分母趨近 0，極限要存在，分子也必須趨近 0： $a + 1 + b = 0$ ，即 $b = -(a + 1)$ 。分子 $ax^2 + x - (a + 1) = (x - 1)(ax + a + 1)$ ，所以極限 $= \lim_{x \rightarrow 1} (ax + a + 1) = 2a + 1 = 4$ ，得 $a = \frac{3}{2}$ ， $b = -\frac{5}{2}$ 。 $4a + 2b = 6 - 5 = 1$ 。
- 3 答案 (2)。這是公比 $r = \frac{1}{2}x - 3$ 的等比數列 $\langle r^n \rangle$ ，收斂的條件是 $-1 < r \leq 1$ 。 $-1 < \frac{1}{2}x - 3 \leq 1$ ， $2 < \frac{1}{2}x \leq 4$ ， $4 < x \leq 8$ 。整數 $x = 5, 6, 7, 8$ ，共 4 個。
 $r = 1$ ($x = 8$) 時數列每一項都是 1，收斂，要算進去； $r = -1$ ($x = 4$) 時數列在 $-1, 1$ 之間跳動，發散，不算。
- 4 答案 (3)。 $1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ，所以 $\frac{1^2 + 2^2 + \cdots + n^2}{n^2} = \frac{(n+1)(2n+1)}{6n} = \frac{2n^2 + 3n + 1}{6n}$ 。括號內 $= \frac{2n^2}{6n} - \frac{2n^2 + 3n + 1}{6n} = \frac{-3n - 1}{6n}$ ，分子分母同除以 n ： $\frac{-3 - \frac{1}{n}}{6} \rightarrow -\frac{1}{2}$ 。
兩項各自都發散到無限大，不能分開取極限再相減；要先通分合併成一個分式。
- 5 答案 (4)。底數最大的是 4，分子分母同除以 4^n ：分子 $= 9 \left(\frac{3}{4}\right)^n - 4 \rightarrow -4$ ；分母 $= 2 \left(\frac{1}{2}\right)^n + 2 \cdot 4^k \rightarrow 2 \cdot 4^k$ 。所以 $\frac{-4}{2 \cdot 4^k} = -\frac{1}{8}$ ， $4^k = 16$ ， $k = 2$ 。

分母趨近 0 而極限存在，分子一定也趨近 0；指數型的數列同除以底數最大的那一項。

多選 6~9：分段函數、極限的運算性質、收斂與發散

- 6 答案 (2)(4)。先看 x 落在哪一段再代入。(1) $0 \leq 0$ 用第一段： $f(0) = 0 - 1 = -1$ ，錯。(2) $7 \geq 5$ 用第三段： $f(7) = 49 + 7 + 10 = 66$ ，對。(3) 三段分別解 $f(x) = 8$ ：第一段 $x^2 - 1 = 8$ ， $x = \pm 3$ ，只有 $x = -3$ 符合 $x \leq 0$ ；第二段 $5x + 3 = 8$ ， $x = 1$ ，符合 $0 < x < 5$ ；第三段 $x^2 + x + 10 = 8$ 即 $x^2 + x + 2 = 0$ ，判別式 $1 - 8 < 0$ 無實根。所以 $x = 1$ 或 $x = -3$ ，不能推得 $x = 1$ ，錯。(4) $f(-1) = 1 - 1 = 0$ ，對。(5) $5 \geq 5$ 用第三段： $f(5) = 25 + 5 + 10 = 40$ ，錯。
(5) 的 28 是把 $x = 5$ 代進第二段 $5x + 3$ 的結果，但第二段不含 $x = 5$ 。(3) 要三段都解過，才知道有沒有別的 x 。



- 7 答案 (1)(4)(5)。 (1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x} = \frac{0}{1} = 0$ ，兩個極限都存在，和的極限 $= 5 + 0 = 5$ ，對。 (2) $\frac{f(x)}{2(x-1)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{f(x)}{x-1} \rightarrow \frac{5}{2}$ ，錯。 (4) $f(x) = \frac{f(x)}{x-1} \cdot (x-1) \rightarrow 5 \cdot 0 = 0$ ，對。 (5) $xf(x) \rightarrow 1 \cdot 0 = 0$ ，對。 (3) 若 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{(x-1)^2}$ 存在，設為 L ，則 $\frac{f(x)}{x-1} = \frac{f(x)}{(x-1)^2} \cdot (x-1) \rightarrow L \cdot 0 = 0$ ，與已知的 5 矛盾，所以這個極限不存在，錯。

可以拿 $f(x) = 5(x-1)$ 當例子檢查：(3) 變成 $\frac{5}{x-1}$ ， $x \rightarrow 1$ 時極限不存在。

- 8 答案 (2)(3)。 (1) $\frac{6}{n^2} \rightarrow 0$ ，收斂。 (2) 公比 $\frac{1001}{1000} > 1$ ， $\left(\frac{1001}{1000}\right)^n$ 會愈來愈大、超過任何定數，發散。 (3) 各項為 $-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \dots$ ，在兩個值之間跳動，不趨近單一的數，發散。 (4) $\frac{3^n + 4^n}{5^n} = \left(\frac{3}{5}\right)^n + \left(\frac{4}{5}\right)^n \rightarrow 0$ ，收斂。 (5) $\frac{(-2)^n}{5^{n+1}} = \frac{1}{5} \left(-\frac{2}{5}\right)^n \rightarrow 0$ ，收斂。

(2) 的公比只比 1 大一點，前幾項看起來幾乎不動，但只要公比大於 1 就發散。

- 9 答案 (1)(3)(4)。 (1) 公比 $-\frac{1}{3}$ ， $\left|-\frac{1}{3}\right| < 1$ ，極限為 0，對。 (2) 數列是 $-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \dots$ ，極限不存在，錯。 (3) 分子分母同除以 4^n ： $\frac{\left(\frac{3}{4}\right)^n + \left(\frac{1}{4}\right)^n}{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n} \rightarrow \frac{0}{1} = 0$ ，對。 (4) 同除以 n ： $\frac{3 + \frac{1}{n}}{4 - \frac{1}{n}} \rightarrow \frac{3}{4}$ ，對。 (5) 分子三次、分母一次，同除以 n 得 $\frac{n^2 + \frac{1}{n}}{4 - \frac{1}{n}}$ ，分子愈來愈大，極限不存在，錯。

(1) 與 (2) 的差別在 n 次方作用在哪裡：(1) 是整個 $-\frac{1}{3}$ 的 n 次方，(2) 只有 -1 的 n 次方， $\frac{1}{3}$ 不會變小。

分段函數先判斷 x 落在哪一段；極限的四則運算只有在各個極限都存在時才能拆開。

選填 10~14 (原卷 A~E)：函數的極限、高斯符號與連續

- 10 $x \rightarrow 1$ 時分母趨近 0 而極限存在，所以 $f(1) = 0$ ， $f(x)$ 有因式 $x-1$ 。設 $f(x) = (x-1)(ax+b)$ ，則 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = a+b = 4$ 。 $x \rightarrow 0$ 時分母趨近 -1 ，不為 0，直接代入： $\frac{f(0)}{-1} = 3$ ， $f(0) = -3$ ；而 $f(0) = -b$ ，所以 $b = 3$ ， $a = 1$ 。 $f(x) = (x-1)(x+3)$ ， $f(-1) = (-2)(2) = -4$ 。

第二個條件是 $x \rightarrow 0$ ，分母不會變成 0，不要也當成「分子趨近 0」來處理。

- 11 $x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2)$ ，通分： $\frac{(x-2)(x+2) - (2x-1)}{(x+1)(x+2)} = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x+1)(x+2)} = \frac{(x-3)(x+1)}{(x+1)(x+2)} = \frac{x-3}{x+2}$ ($x \neq -1$)。 $x \rightarrow -1$ 時趨近 $\frac{-4}{1} = -4$ 。

- 12 $120 > 80$ ，所以 $x > 1250$ 。 $80 + 5 \times \left(-\left[\frac{1250-x}{200}\right]\right) = 120$ ，得 $\left[\frac{1250-x}{200}\right] = -8$ 。由高斯符號的定義， $-8 \leq \frac{1250-x}{200} < -7$ ，各乘以 200： $-1600 \leq 1250-x < -1400$ ，所以 $2650 < x \leq 2850$ 。最多可搭乘 $k = 2850$ 公尺。

用題意檢查： $120 - 80 = 40$ 元是 8 段，每段 200 公尺共 1600 公尺， $1250 + 1600 = 2850$ 。再多 1 公尺就進入第 9 段，車資變成 125 元。



- 13 $x = 2$ 時 $x^2 + 3x - 11 = -1 < 0$ ，所以 x 在 2 附近時 $x^2 + 3x - 11 < 0$ ， $|x^2 + 3x - 11| = -(x^2 + 3x - 11)$ ；又 x 在 2 附近為正， $|x| = x$ 。原式 $= \frac{-(x^2 + 3x - 11) - 1}{x - 2} = \frac{-(x^2 + 3x - 10)}{x - 2} = \frac{-(x + 5)(x - 2)}{x - 2} = -(x + 5)$ ， $x \rightarrow 2$ 時趨近 -7 。

去絕對值前先把 $x = 2$ 代進絕對值裡面看正負；裡面是負的，去掉絕對值要加負號。若當成正的直接拿掉，分子在 $x = 2$ 會變成 -2 ，就約不掉 $x - 2$ 。

- 14 在 $x = 1$ 連續的條件是 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) = -5$ 。 $x \neq 1$ 時，分子 $kx^2 - x + 1 - k = k(x^2 - 1) - (x - 1) = (x - 1)(k(x + 1) - 1)$ ，所以 $f(x) = k(x + 1) - 1$ ， $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2k - 1$ 。 $2k - 1 = -5$ ， $k = -2$ 。

分式的極限遇到分母趨近 0，先把分子分解出同一個因式約掉，再代入。

選填 15~20 (原卷 F~K)：數列的極限、無窮等比級數與夾擠定理

- 15 用長除法： $2n^2 - 3n - 1 = (n + 2)(2n - 7) + 13$ ，所以 $\frac{2n^2 - 3n - 1}{n + 2} = 2n - 7 + \frac{13}{n + 2}$ 。括號內 $= (a - 2)n + 12 - \frac{13}{n + 2}$ 。若 $a \neq 2$ ， $(a - 2)n$ 的絕對值會愈來愈大，極限不存在；所以 $a = 2$ ，此時極限 $b = 12 - 0 = 12$ 。 $(a, b) = (2, 12)$ 。

- 16 兩項各自發散，先通分。分母 $(3n + 1)(3n^2 + 2n) = 9n^3 + 9n^2 + 2n$ ；分子 $(n^2 + 5n)(3n^2 + 2n) - (n^3 + 2n^2 - 1)(3n + 1) = (3n^4 + 17n^3 + 10n^2) - (3n^4 + 7n^3 + 2n^2 - 3n - 1) = 10n^3 + 8n^2 + 3n + 1$ 。
所以原式 $= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n^3 + 8n^2 + 3n + 1}{9n^3 + 9n^2 + 2n}$ ，分子分母同除以 n^3 ，得 $\frac{10}{9}$ 。
通分後 n^4 項剛好消掉，剩下分子分母都是三次式，極限是最高次項係數的比。

- 17 分子是首項 1、公比 3 的等比級數，從 3^0 到 3^n 共 $n + 1$ 項，和為 $\frac{3^{n+1} - 1}{3 - 1} = \frac{3^{n+1} - 1}{2}$ 。原式 $= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} - 1}{2(2^n + 3^n)}$ ，分子分母同除以 3^n ： $\frac{3 - (\frac{1}{3})^n}{2((\frac{2}{3})^n + 1)} \rightarrow \frac{3}{2}$ 。
分子共 $n + 1$ 項，不是 n 項；若當成 n 項，和會寫成 $\frac{3^n - 1}{2}$ ，算出 $\frac{1}{2}$ 。

- 18 一般項 $\frac{3^n - 2^n}{7^n} = \left(\frac{3}{7}\right)^n - \left(\frac{2}{7}\right)^n$ 。兩個無窮等比級數的公比 $\frac{3}{7}$ 、 $\frac{2}{7}$ 絕對值都小於 1，都收斂，可以分開求和： $\frac{\frac{3}{7}}{1 - \frac{3}{7}} - \frac{\frac{2}{7}}{1 - \frac{2}{7}} = \frac{3}{4} - \frac{2}{5} = \frac{7}{20}$ 。
前三項 $\frac{3 - 2}{7} = \frac{1}{7}$ 、 $\frac{9 - 4}{49} = \frac{5}{49}$ 、 $\frac{27 - 8}{343} = \frac{19}{343}$ ，與題目所列相符。

- 19 令 $t = x + 1$ ， $x \rightarrow 0$ 時 $t \rightarrow 1$ ，原式 $= \lim_{t \rightarrow 1} \frac{t^{10} - 1}{t - 1}$ 。因為 $t^{10} - 1 = (t - 1)(t^9 + t^8 + \cdots + t + 1)$ ，約去 $t - 1$ 後得 $\lim_{t \rightarrow 1} (t^9 + t^8 + \cdots + t + 1) = 10$ (共 10 項，每項趨近 1)。
也可以用二項式定理展開： $(x + 1)^{10} - 1 = 10x + 45x^2 + \cdots + x^{10}$ ，除以 x 後只有常數項 10 留下，其餘各項都趨近 0。

- 20 $n \geq 3$ 時 $3^n \geq n^3 > 0$ ，取倒數得 $\frac{1}{3^n} \leq \frac{1}{n^3}$ ，兩邊乘以 n^2 ： $0 < \frac{n^2}{3^n} \leq \frac{n^2}{n^3} = \frac{1}{n}$ 。因為 $\lim_{n \rightarrow \infty} 0 = 0$ 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$ ，由夾擠定理， $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{3^n} = 0$ 。



兩個都發散的式子相減，先合併成一個分式；指數成長比多項式快，用夾擠定理把它夾到 0。



御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自平鎮高中 114 學年度上學期高三第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。

御藍教育
ROYAL BLUE · EDUCATION



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/pjhs-114a-g12jia-1