

平鎮高中 114 學年度上學期 高二第一次段考



御藍教育

範圍：三角函數（弧度量、三角函數的圖形、和差角與倍角公式、正餘弦的疊合） · 單選題 4 題（20 分）、
多重選擇題 3 題（15 分）、選填題 13 題（65 分）；所有的分數型式的答案皆須化成最簡分數

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/pjhs-114a-g11a-1

一、單選題 | 第 1 題至第 4 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1 化簡 $\sin \frac{\pi}{3} \times \cos \frac{2\pi}{3} =$ _____

- (1) $\frac{5\sqrt{3}}{4}$
- (2) $-\frac{3\sqrt{3}}{4}$
- (3) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$
- (4) $-\frac{3}{4}$
- (5) $-\frac{5\sqrt{3}}{4}$

2 若 $\sin \theta$ 為方程式 $6x^2 - 7x - 5 = 0$ 之一根，求 $\cos 2\theta =$ _____ ?

- (1) $-\frac{7}{25}$
- (2) $\frac{7}{25}$
- (3) $-\frac{7}{9}$
- (4) $\frac{1}{2}$
- (5) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3 已知 $a = \cos(100\pi)^\circ$ ，則下列選項何者正確？

- (1) $a = 1$
- (2) $a = -1$
- (3) $0 \leq a < \frac{1}{2}$
- (4) $\frac{1}{2} \leq a < 1$
- (5) $-1 < a \leq -\frac{1}{2}$

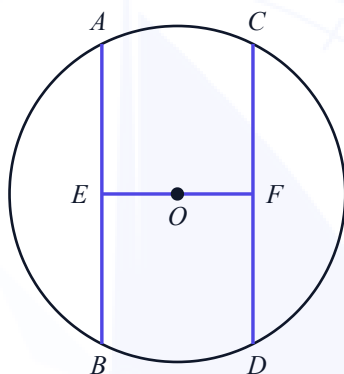


勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/pjhs-114a-g11a-1

- 4 某公園內有個半徑 50 公尺的圓形池塘 (O 為圓心)，打算在池塘內建造一座 H 字形的木橋 (如圖所示)，其中 $\angle AEF = \angle EFD = 90^\circ$ ，且 $\overline{EO} = \overline{OF}$ 。試問這座木橋總長 $(\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{EF})$ 最長有多少公尺？

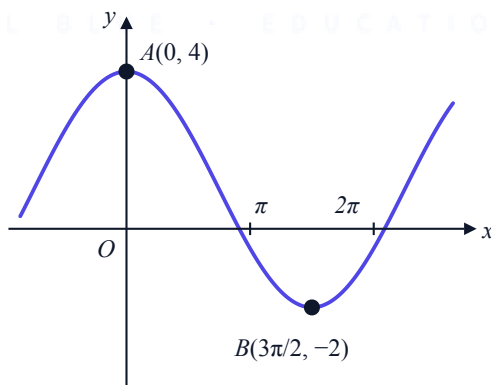
- (1) $100\sqrt{5}$ 公尺
 (2) 200 公尺
 (3) 250 公尺
 (4) $100\sqrt{10}$ 公尺
 (5) $150\sqrt{3}$ 公尺



二、多重選擇題 | 第 5 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

- 5 右圖是三角函數 $y = b \cos ax + c$ 的部分圖形，其中 $a > 0$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (1) 週期為 $\frac{3\pi}{2}$
 (2) $a = \frac{2}{3}$
 (3) $c = 4$
 (4) $b = 3$
 (5) 點 $(\frac{\pi}{2}, \frac{5}{2})$ 在圖形上



6 下列各選項中，哪些的值等於 $\frac{1}{2}$ ？

- (1) $\sin(-210^\circ)$
- (2) $2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ$
- (3) $4 \cos^3 40^\circ - 3 \cos 40^\circ$
- (4) $1 - 2 \sin^2 22.5^\circ$
- (5) $\frac{2 \tan 75^\circ}{1 - \tan^2 75^\circ}$

7 關於函數 $y = f(x) = 3 \sin x + \sqrt{3} \cos x$ 的敘述，下列哪些正確？

- (1) 週期為 2π
- (2) 函數有最大值 $2\sqrt{5}$
- (3) 在 $x = \frac{\pi}{3}$ 有最大值
- (4) 圖形對稱於直線 $x = \frac{2\pi}{3}$
- (5) 函數 $y = |f(x)|$ 的週期為 π

三、選填題 | 第 A 至 M 題，每格完全答對得 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。(原卷題號 A ~M，本頁編為第 8~20 題)

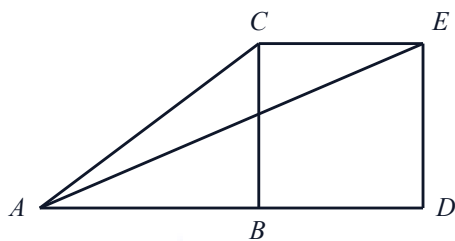
8 當時鐘的時間為下午 3 點 40 分時，則此時時針與分針所夾之較小角為 _____ 度。

9 已知 θ 與 1000° 為同界角，且 $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ，則 $\theta =$ _____。

10 將 $y = \sin x$ 之圖形以 y 軸為基準線，水平方向伸縮為原來的 $\frac{1}{4}$ 倍，再向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 單位，然後再以 x 軸為基準線，沿鉛直方向伸縮為原來的 2 倍，最後再向下平移 3 單位，所得方程式為 $y = a \sin(bx + c) + d$ ， $0 < c < 2\pi$ ，則序組 $(a, b, c, d) =$ _____。



- 11 如圖， $\triangle ABC$ 為一直角三角形， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{BC} = 3$ ，若以 $\overline{BC}$ 為一邊向外做出一正方形 $BCED$ ，則 $\tan \angle CAE = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



- 12 有一扇形的半徑為 r ，鈍角圓心角為 θ 徑，若此扇形的周長為 12，面積為 9，則數對 $(r, \theta) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- 13 試求 $\sin 23^\circ \cos 112^\circ - \sin 292^\circ \sin 67^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- 14 $\triangle ABC$ 中， $\cos A = -\frac{3}{5}$ ， $\cos B = \frac{12}{13}$ ，則 $\tan C = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

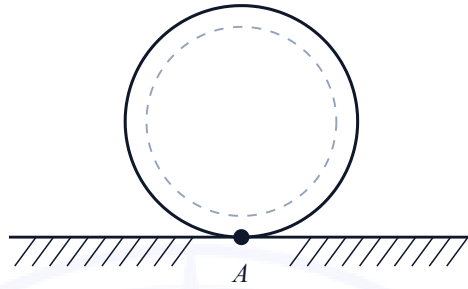
- 15 將 $f(x) = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 2\cos x$ 化為 $R\sin(kx + \theta)$ 的形式，其中 $R > 0$ ， $k > 0$ ， $0 \leq \theta < 2\pi$ ，求數對 $(R, \theta) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- 16 已知 $-\frac{\pi}{2} < x < 0$ ，且 $\sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x + 1 = 0$ ，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- 17 方程式 $\frac{x}{\pi} = 8\sin x$ 中， x 的解共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 個。



- 18 如圖，有一個半徑為 6 公分的圓形硬幣沿著地面一直線向左滾動了 8π 公分後，則此時 A 點離地面 _____ 公分。



- 19 設 $y = 2\sin x + 2\sqrt{3}\cos x + 6$ ，若 $0 \leq x \leq \pi$ ，當 $x = x_0$ 時， $y = y_0$ 有最大值。求此數對 $(x_0, y_0) =$ _____。

- 20 在 $0 \leq x \leq 2\pi$ 的範圍內，試求不等式 $\sqrt{3}\sin x + \cos x \geq \sqrt{2}$ 的解為 _____。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/pjhs-114a-g11a-1

答案一覽

第 1 題 (3)

第 2 題 (4)

第 3 題 (4)

第 4 題 (1)

第 5 題 (2)(4)(5)

第 6 題 (1)(2)

第 7 題 (1)(3)(5)

第 8 題 $\frac{13\pi}{14\pi}$

第 9 題 $\frac{9}{14\pi}$

第 10 題 $\left(2, 4, \frac{2\pi}{3}, -3\right)$

第 11 題 $\frac{9}{37}$

第 12 題 (3, 2)

第 13 題 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

第 14 題 $\frac{33}{56}$

第 15 題 $\left(2\sqrt{3}, \frac{\pi}{3}\right)$

第 16 題 $-\frac{\pi}{3}$

第 17 題 15

第 18 題 9

第 19 題 $\left(\frac{\pi}{6}, 10\right)$

第 20 題 $\frac{\pi}{12} \leq x \leq \frac{7\pi}{12}$

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。(不用註冊)
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit (可以先把姓名、座號遮掉)



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/pjhs-114a-g11a-1

單選題 (第 1~4 題)：特別角、二倍角、度與弧度、疊合求最大值

- 1 答案 (3)。 $\frac{\pi}{3} = 60^\circ$, $\frac{2\pi}{3} = 120^\circ$ 。 $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 120^\circ = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$, 相乘得 $\frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{4}$ 。

120° 在第二象限，餘弦是負的。

- 2 答案 (4)。 $6x^2 - 7x - 5 = (3x - 5)(2x + 1) = 0$, $x = \frac{5}{3}$ 或 $x = -\frac{1}{2}$ 。正弦值介於 -1 與 1 之間， $\frac{5}{3}$ 不合，所以 $\sin \theta = -\frac{1}{2}$ 。由二倍角公式 $\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2 \theta = 1 - 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ 。

兩個根要先用 $-1 \leq \sin \theta \leq 1$ 篩掉一個； $\cos 2\theta$ 只用到 $\sin^2 \theta$ ，不必再判斷象限。

- 3 答案 (4)。括號外有度的記號，所以角度是 100π 度，約 314.16° 。它介於 300° 與 360° 之間，在第四象限；餘弦在 270° 到 360° 這段遞增，所以 $\cos 300^\circ < a < \cos 360^\circ$ ，即 $\frac{1}{2} < a < 1$ ，落在 $\frac{1}{2} \leq a < 1$ 。

如果是 100π 弧度，那是 50 圈，餘弦值才是 1；這裡的單位是度，選 (1) 就是把單位看成弧度了。實際值 $a = \cos 314.16^\circ = \cos 45.84^\circ \approx 0.697$ 。

- 4 答案 (1)。連 $\overline{OA}$ ，設 $\angle AOE = \theta$ ($0^\circ < \theta < 90^\circ$)。直角三角形 AEO 中 $\overline{OA} = 50$ ，所以 $\overline{AE} = 50 \sin \theta$ 、 $\overline{EO} = 50 \cos \theta$ 。 $\overline{OE}$ 垂直弦 $\overline{AB}$ ，會平分它， $\overline{AB} = 2\overline{AE} = 100 \sin \theta$ ；又 $\overline{OF} = \overline{EO}$ ，同理 $\overline{CD} = 100 \sin \theta$ ， $\overline{EF} = 2\overline{EO} = 100 \cos \theta$ 。總長 $= 200 \sin \theta + 100 \cos \theta = 100\sqrt{5} \left(\frac{2}{\sqrt{5}} \sin \theta + \frac{1}{\sqrt{5}} \cos \theta \right) = 100\sqrt{5} \sin(\theta + \varphi)$ ，其中 $\cos \varphi = \frac{2}{\sqrt{5}}$ 、 $\sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{5}}$ 。當 $\theta + \varphi = 90^\circ$ 時最大，最大值 $100\sqrt{5}$ 公尺。

確認取得到： $\varphi \approx 26.6^\circ$, $\theta \approx 63.4^\circ$ ($\tan \theta = 2$)，在 0° 到 90° 之間。 $100\sqrt{5} \approx 223.6$ ，比 (2) 的 200 ($\theta = 90^\circ$ 時兩條直徑重合的極端情形) 大。

多重選擇題 (第 5~7 題)：讀圖定係數、公式的形狀、疊合後的性質

- 5 答案 (2)(4)(5)。圖形的最高點是 $A(0, 4)$ ，往右第一個最低點是 $B\left(\frac{3\pi}{2}, -2\right)$ 。最高點到相鄰最低點是半個週期，所以週期 $= 2 \times \frac{3\pi}{2} = 3\pi$ ，(1) 錯； $a > 0$ 時週期 $= \frac{2\pi}{a} = 3\pi$, $a = \frac{2}{3}$ ，(2) 對。 $x = 0$ 時 $y = b + c$ 是最大值，所以 $b > 0$ ，且 $b + c = 4$ 、 $-b + c = -2$ ，解得 $c = 1$ 、 $b = 3$ ，(3) 錯、(4) 對。函數是 $y = 3 \cos \frac{2x}{3} + 1$ ；代 $x = \frac{\pi}{2}$ ： $3 \cos \frac{\pi}{3} + 1 = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2}$ ，(5) 對。

c 是最大值與最小值的平均 $\frac{4 + (-2)}{2} = 1$ ，不是最大值 4。另外，原卷附圖在 π 、 2π 兩處把點畫在曲線與 x 軸的交點上，但由 A 、 B 定出的函數在 $x = \pi$ 時 $y = 3 \cos \frac{2\pi}{3} + 1 = -\frac{1}{2}$ ，與 x 軸的交點其實在 $x \approx 2.87$ 與 $x \approx 6.56$ ；本頁的圖照 A 、 B 兩點畫， π 、 2π 只標成 x 軸刻度。原卷標準答案 (2)(4)(5) 與用 A 、 B 兩點算出的結果一致。

- 6 答案 (1)(2)。(1) $\sin(-210^\circ) = -\sin 210^\circ = -\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$ ，對。(2) $2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ ，對。(3) 是三倍角公式 $\cos 3\theta = 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta$ 的形狀，值為 $\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$ ，錯。(4) $1 - 2 \sin^2 22.5^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，錯。(5) $\frac{2 \tan 75^\circ}{1 - \tan^2 75^\circ} = \tan 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，錯。

(3) 與 (5) 都是角度變大後跑到第二象限，正負號變了。



- 7 答案 (1)(3)(5)。疊合： $3\sin x + \sqrt{3}\cos x = 2\sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \frac{1}{2}\cos x\right) = 2\sqrt{3}\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ 。(1) 對：週期 2π 。(2) 錯：最大值是 $\sqrt{3^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ 。(3) 對： $x = \frac{\pi}{3}$ 時 $x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$ ，正弦值為 1。(4) 錯：對稱軸要通過最高點或最低點，但 $f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 2\sqrt{3}\sin\frac{5\pi}{6} = \sqrt{3}$ ，不是 $\pm 2\sqrt{3}$ 。(5) 對： $|f(x)| = 2\sqrt{3}\left|\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)\right|$ ，把 x 軸下方的部分翻上來後，每隔 π 就重複一次。振幅是 $\sqrt{3^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{9+3}$ ； $\sqrt{3}$ 的平方是 3，不是 9 也不是 $\sqrt{3}$ 。

選填 A~E (第 8~12 題)：弧度量、圖形變換、正切差角、扇形

- 8 從 12 點方向順時針量：分針每分鐘走 6° ，40 分時在 240° ；時針每小時走 30° 、每分鐘走 0.5° ，3 點 40 分時在 $90^\circ + 20^\circ = 110^\circ$ 。夾角 $240^\circ - 110^\circ = 130^\circ$ ，小於 180° ，就是較小角。 $130^\circ = 130 \times \frac{\pi}{180} = \frac{13\pi}{18}$ 徑。
時針不是停在 3 的位置，40 分鐘內它又往前走了 20° 。
- 9 $1000^\circ = 2 \times 360^\circ + 280^\circ$ ，所以同界角是 280° 。 $280^\circ = 280 \times \frac{\pi}{180} = \frac{14\pi}{9}$ ，在 0 與 2π 之間。
- 10 一步一步換：水平伸縮為 $\frac{1}{4}$ 倍，把 x 換成 $4x$ ，得 $y = \sin 4x$ 。向左平移 $\frac{\pi}{6}$ ，把 x 換成 $x + \frac{\pi}{6}$ ，得 $y = \sin 4\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(4x + \frac{2\pi}{3}\right)$ 。鉛直伸縮為 2 倍，得 $y = 2\sin\left(4x + \frac{2\pi}{3}\right)$ 。向下平移 3，得 $y = 2\sin\left(4x + \frac{2\pi}{3}\right) - 3$ 。 $c = \frac{2\pi}{3}$ 在 0 與 2π 之間， $(a, b, c, d) = \left(2, 4, \frac{2\pi}{3}, -3\right)$ 。
先伸縮再平移時，平移是把「 x 」換成 $x + \frac{\pi}{6}$ ，所以 $c = 4 \times \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$ ，不是 $\frac{\pi}{6}$ 。
- 11 直角在 B 。設 $\angle CAB = \alpha$ 、 $\angle EAD = \beta$ ， A 、 B 、 D 在同一直線上， $\overline{AD} = 4 + 3 = 7$ ， $\overline{DE} = 3$ 。
 $\tan \alpha = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{3}{4}$ ， $\tan \beta = \frac{\overline{DE}}{\overline{AD}} = \frac{3}{7}$ 。 $\angle CAE = \alpha - \beta$ ，所以 $\tan \angle CAE = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{7}}{1 + \frac{3}{4} \times \frac{3}{7}} = \frac{\frac{9}{28}}{\frac{37}{28}} = \frac{9}{37}$ 。
 $\angle CAE$ 不在任何直角三角形裡，要拆成兩個直角三角形的角相減。
- 12 周長 $= 2r + r\theta = 12$ ，面積 $= \frac{1}{2}r^2\theta = 9$ 。由第一式 $r\theta = 12 - 2r$ ，代入第二式： $\frac{1}{2}r(12 - 2r) = 9$ ， $r^2 - 6r + 9 = 0$ ， $r = 3$ 。於是 $3\theta = 6$ ， $\theta = 2$ 。 $(r, \theta) = (3, 2)$ 。
2 徑約 114.6° ，確實是鈍角。周長要記得加兩條半徑。

選填 F~I (第 13~16 題)：差角公式、第三個角的正切、疊合與解方程式

- 13 把角度都換成 67° 與 112° ： $\sin 23^\circ = \cos 67^\circ$ ； $\sin 292^\circ = \sin(360^\circ - 68^\circ) = -\sin 68^\circ = -\sin 112^\circ$ 。
原式 $= \cos 67^\circ \cos 112^\circ + \sin 112^\circ \sin 67^\circ = \cos(112^\circ - 67^\circ) = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 。
 $\sin 68^\circ = \sin(180^\circ - 68^\circ) = \sin 112^\circ$ ；減去一個負的變成加，剛好湊成餘弦的差角公式。



- 14 $A、B$ 是三角形的內角，正弦為正： $\sin A = \frac{4}{5}$ ， $\sin B = \frac{5}{13}$ ，所以 $\tan A = \frac{4}{3}$ ， $\tan B = \frac{5}{12}$ 。 $C = 180^\circ - (A + B)$ ， $\tan C = -\tan(A + B) = -\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} = -\frac{-\frac{4}{3} + \frac{5}{12}}{1 + \frac{4}{3} \times \frac{5}{12}} = \frac{\frac{11}{12}}{\frac{14}{9}} = \frac{11}{12} \times \frac{9}{14} = \frac{33}{56}$ 。

$\cos A < 0$ 表示 A 是鈍角， $\tan A$ 是負的； C 是銳角， $\tan C$ 為正，可以用來檢查正負號。

- 15 先用和角公式展開： $2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 2 \left(\sin x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \cos x \cdot \frac{1}{2}\right) = \sqrt{3} \sin x + \cos x$ ，所以 $f(x) = \sqrt{3} \sin x + 3 \cos x$ 。疊合： $\sqrt{(\sqrt{3})^2 + 3^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ， $f(x) = 2\sqrt{3} \left(\frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x\right) = 2\sqrt{3} \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ 。 $k = 1$ ， $(R, \theta) = \left(2\sqrt{3}, \frac{\pi}{3}\right)$ 。

兩項的角不同 ($x + \frac{\pi}{6}$ 與 x)，不能直接疊合，要先展開成同一個角的 $\sin x$ 、 $\cos x$ 。

- 16 疊合： $\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x - \frac{1}{2} \cos 2x\right) = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ ，方程式變成 $\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$ 。 $-\frac{\pi}{2} < x < 0$ 時 $-\frac{7\pi}{6} < 2x - \frac{\pi}{6} < -\frac{\pi}{6}$ 。在這個範圍內正弦值為 $-\frac{1}{2}$ 的角只有 $-\frac{5\pi}{6}$ (兩個端點 $-\frac{7\pi}{6}$ 、 $-\frac{\pi}{6}$ 都不含在內)。 $2x - \frac{\pi}{6} = -\frac{5\pi}{6}$ ， $x = -\frac{\pi}{3}$ 。
另一個常見的解 $2x - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{6}$ 會得到 $x = 0$ ，不在範圍內。驗算： $x = -\frac{\pi}{3}$ 時 $\sqrt{3} \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) - \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + 1 = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2} + 1 = 0$ 。

選填 J~M (第 17~20 題)：數交點、滾動、範圍內的極值、三角不等式

- 17 改寫成 $\sin x = \frac{x}{8\pi}$ ，數 $y = \sin x$ 與直線 $y = \frac{x}{8\pi}$ 的交點。正弦值介於 -1 與 1 之間，只需看 $-8\pi \leq x \leq 8\pi$ 。 $x = 0$ 是一個解。 $x > 0$ 時直線在 x 軸上方，只會和正弦圖形的「山峰」相交： $(0, \pi)$ 內 1 個 (另一個交點就是 $x = 0$)； $(2\pi, 3\pi)$ 、 $(4\pi, 5\pi)$ 、 $(6\pi, 7\pi)$ 三個山峰，直線在峰頂處的高度依序是 $\frac{5}{16}$ 、 $\frac{9}{16}$ 、 $\frac{13}{16}$ ，都小於 1，每個山峰各交 2 點。 $x = 8\pi$ 時直線高度到 1，但 $\sin 8\pi = 0$ ，沒有交點。所以 $x > 0$ 有 $1 + 2 + 2 + 2 = 7$ 個。兩邊都是奇函數， $x < 0$ 也有 7 個。合計 $7 + 7 + 1 = 15$ 個。
第一個山峰只多出 1 個正的解，因為另一個交點是原點；最後別忘了把 $x = 0$ 算進去。

- 18 滾動不滑動時，硬幣轉過的弧長等於前進的距離 8π ，所以轉了 $\frac{8\pi}{6} = \frac{4\pi}{3}$ 弧，也就是 240° 。 A 原本在圓心正下方，轉了 240° 後，圓心到 A 的方向與「正下方」夾 240° ，即與「正上方」夾 60° 。圓心離地 6 公分， A 比圓心高 $6 \cos 60^\circ = 3$ 公分，所以 A 離地 $6 + 3 = 9$ 公分。
也可以直接寫高度 $= 6 - 6 \cos \frac{4\pi}{3} = 6 + 3 = 9$ 。高度只跟轉了多少角度有關，向左或向右滾結果一樣。

- 19 疊合： $2 \sin x + 2\sqrt{3} \cos x = 4 \left(\frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x\right) = 4 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ ， $y = 4 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 6$ 。 $0 \leq x \leq \pi$ 時 $\frac{\pi}{3} \leq x + \frac{\pi}{3} \leq \frac{4\pi}{3}$ ，這段包含 $\frac{\pi}{2}$ ，正弦最大可以到 1。當 $x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$ ，即 $x_0 = \frac{\pi}{6}$ 時， $y_0 = 4 + 6 = 10$ 。
要先確認 $\frac{\pi}{2}$ 落在角度範圍內，才可以直接用振幅當最大值。



20

疊合： $\sqrt{3}\sin x + \cos x = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ ，不等式變成 $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$ 。 $0 \leq x \leq 2\pi$ 時 $\frac{\pi}{6} \leq x + \frac{\pi}{6} \leq \frac{13\pi}{6}$ ；在這個範圍內正弦值不小於 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的只有 $\frac{\pi}{4} \leq x + \frac{\pi}{6} \leq \frac{3\pi}{4}$ （下一段要從 $\frac{9\pi}{4}$ 開始，已超過 $\frac{13\pi}{6}$ ）。各減 $\frac{\pi}{6}$ ： $\frac{\pi}{12} \leq x \leq \frac{7\pi}{12}$ 。

$$\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{12}, \quad \frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{12}。$$

看到 $a\sin x + b\cos x$ 先疊合成單一正弦，再把 x 的範圍換成整個角的範圍，方程式、不等式、極值都在那個範圍裡找。



御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自平鎮高中 114 學年度上學期高二第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。

御藍教育
ROYAL BLUE · EDUCATION



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/pjhs-114a-g11a-1