

平鎮高中 114 學年度上學期 高一第一次段考



御藍教育

範圍：數與式（實數、絕對值、指數、常用對數） · 單選題 5 題（25 分）、多選題 5 題（25 分）、選填題 A
~I 共 10 格（50 分）

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/pjhs-114a-g10-1

一、單選題：（共 25 分）說明：第 1 至 5 題，每題選出最適當的一個選項，劃記在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分，答錯不倒扣。

1 下列哪一個數最大？（ $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ）

- (1) $\frac{-5 \log 2 + \log 3}{6}$
- (2) $\frac{-4 \log 2 + 2 \log 3}{6}$
- (3) $\frac{-3 \log 2 + 3 \log 3}{6}$
- (4) $\frac{-2 \log 2 + 4 \log 3}{6}$
- (5) $\frac{-\log 2 + 5 \log 3}{6}$

2 在計算機中鍵入正整數 3，接著連按「 x^3 」鍵（取三次方）三次，視窗顯示的答案為幾位數？

- (1) 10
- (2) 11
- (3) 12
- (4) 13
- (5) 14

3 滿足不等式 $|2x - k| \leq x$ 的實數 x 所形成的區間長度為 4，則 $k = ?$

- (1) 2
- (2) 4
- (3) 6
- (4) 8
- (5) 10

第 4~5 題 化簡 $\sqrt{31 - 8\sqrt{15}}$ ，並回答第 4 題與第 5 題。



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/pjhs-114a-g10-1

4 若 $\sqrt{31-8\sqrt{15}}$ 的小數部分為 x ，則 $x^3 + \frac{1}{x^3} = ?$

- (1) 486
- (2) 488
- (3) 490
- (4) 492
- (5) 494

5 已知 a, b 為有理數，且 $(5-2\sqrt{15})a + (2-\sqrt{15})b = \sqrt{31-8\sqrt{15}}$ ，則數對 $(a, b) = ?$

- (1) (2, 3)
- (2) (-2, 3)
- (3) (-2, -3)
- (4) (2, -3)
- (5) 以上皆非

二、多選題：(共 25 分) 說明：第 6 題至第 10 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯 3 個選項以上或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

6 數線上四點 $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $C(c)$ 和 $D(d)$ ，其中 $a = 4$ 、 $b = \frac{14}{3}$ 、 $c = 2\sqrt{5}$ 、 d 為有理數，下列選項何者正確？

- (1) $a + b + c + d$ 必為無理數
- (2) $abcd$ 可能為有理數
- (3) $\overline{CD}$ 不可能等於 $2\sqrt{5} + 4$
- (4) A 、 B 兩點的中點位在 C 點的右邊
- (5) 數線上共有 11 個整數和 B 點距離小於 6

7 下列哪些數滿足不等式 $3 < |2x - 1| < 7$ ？

- (1) $-\pi$
- (2) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$
- (3) $-3 + \log 2$
- (4) $4.\overline{1}$
- (5) -1



8 數線上三點 $A(-5)$ 、 $B(3)$ 、 $P(x)$ ，若 $\overline{PA} : \overline{PB} = 3 : 1$ ，則 x 可能是下列哪些數？

- (1) -1
- (2) 5
- (3) -7
- (4) 1
- (5) 7

9 已知 a 為實數且 $(\sqrt{10})^{3a} = 125$ ，下列選項何者正確？

- (1) $10^a = 25$
- (2) $100^a = 50$
- (3) $0 < a < 1$
- (4) $\frac{a}{2} = \log 5$
- (5) $0.1^a = \frac{1}{5}$

10 下列哪些敘述正確？

- (1) $a + b$ 為無理數、 $a - b$ 為無理數，則 a 、 b 皆為無理數
- (2) a 為無理數、 b 為無理數，則 ab 必為無理數
- (3) a 為有理數、 b 為無理數，則 $a^2 - b$ 為無理數
- (4) $0.\overline{6} + 0.\overline{4} = 1$
- (5) 0.12345 、 $0.6\overline{7}$ 、 $\frac{49}{70}$ 都是有理數

三、選填題：(共 50 分) 說明：1. 第 A 至 I 題，將答案劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (11~33)。2. 每題完全答對才給分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。須化簡為最簡分數。(本頁第 11~20 題依序為原卷 A、B、C(1)、C(2)、D、E、F、G、H、I)

11 已知 $|ax + 1| \geq b$ 的解為 $x \geq \frac{7}{3}$ 或 $x \leq -\frac{5}{3}$ ，則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

12 已知 $t = \log 4$ ，求 $(\sqrt{10})^t + \frac{1}{10^t} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

選填題 C 已知 $0 < a < 1$ 且 $a + a^{-1} = 2\sqrt{2}$ 。

13 求 (1) $a^2 + a^{-2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



14 求 (2) $a^1 - a^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

15 已知 $\left(\frac{1}{4}\right)^x = 5$ ，求 $\frac{8^x + 8^{-x}}{2^x - 2^{-x}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

16 化簡 $\left(\frac{16}{81}\right)^{0.25} \times \left(\frac{125}{64}\right)^{-\frac{2}{3}} \times 0.25^{1.5} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(化至最簡)

17 求 $2^{30} + 3^{27}$ 的位數 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。($2 \approx 10^{0.3010}$, $3 \approx 10^{0.4771}$, $10^{0.8817} \approx 7.6155$)

18 求 $\log \left(\frac{\sqrt[3]{10^4} \times \sqrt{\sqrt[3]{10^5}}}{\sqrt[6]{10}} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

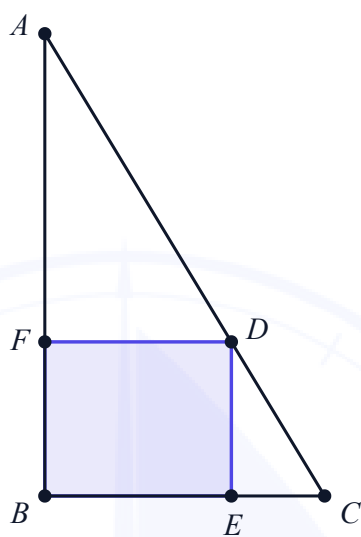
19 已知 $\log x = 2.7$, $\log y = 5.4$, 則 $5x^2 + y$ 的整數部分是幾位數? $\underline{\hspace{2cm}}$ ($2 \approx 10^{0.3010}$, $3 \approx 10^{0.4771}$)

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



- 20 如下圖，矩形 $FBED$ 內接於直角三角形 ABC ， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 3$ ，求矩形 $FBED$ 面積的最大值 _____。



御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



網頁版 (答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章) : royalblue-education.com/school-exams/pjhs-114a-g10-1

答案一覽

- 第 1 題 (5)
第 2 題 (4)
第 3 題 (3)
第 4 題 (2)
第 5 題 (4)
第 6 題 (1)(2)
第 7 題 (2)(3)
第 8 題 (4)(5)
第 9 題 (1)(4)
第 10 題 (3)(5)
第 11 題 $(-3, 6)$
第 12 題 $\frac{9}{4}$
第 13 題 6
第 14 題 -2
第 15 題 $-\frac{63}{10}$
第 16 題 $\frac{4}{75}$
第 17 題 13
第 18 題 2
第 19 題 7
第 20 題 $\frac{15}{4}$

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。(不用註冊)
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit (可以先把姓名、座號遮掉)



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/pjhs-114a-g10-1

單選 1~5：對數比大小、位數、絕對值與雙重根號

- 1 答案 (5)。五個選項的分母都是 6，只要比分子。從 (1) 到 (5)，分子每次多一個 $\log 2$ 、多一個 $\log 3$ ，也就是每次加上 $\log 2 + \log 3 > 0$ ，所以分子越來越大，(5) 最大。代數值檢查：(5) 的分子是 $-0.3010 + 5 \times 0.4771 = 2.0845$ ，除以 6 約 0.347。
- 先看相鄰兩個選項差多少，就不用五個都代數字。
- 2 答案 (4)。按三次後依序是 3^3 、 $(3^3)^3 = 3^9$ 、 $(3^9)^3 = 3^{27}$ 。 $\log 3^{27} = 27 \times 0.4771 = 12.8817$ ，所以 $10^{12} < 3^{27} < 10^{13}$ ，是 13 位數。
- 每按一次是指數乘以 3，不是加 $3: 3 \rightarrow 3^3 \rightarrow 3^9 \rightarrow 3^{27}$ 。 $\log 3$ 的值用第 1 題給的 0.4771。
- 3 答案 (3)。 $|2x - k| \leq x$ 等於 $-x \leq 2x - k \leq x$ (這時 $x \geq 0$ 自動成立)。左半 $-x \leq 2x - k$ 得 $x \geq \frac{k}{3}$ ；右半 $2x - k \leq x$ 得 $x \leq k$ 。解是 $\frac{k}{3} \leq x \leq k$ ，要成為長度 4 的區間必須 $k > 0$ ，長度 $k - \frac{k}{3} = \frac{2k}{3} = 4$ ， $k = 6$ 。驗算： $k = 6$ 時解為 $2 \leq x \leq 6$ ，長度 4。
- 右邊是 x 不是常數，不能直接套「中心、半徑」，要把絕對值拆成兩個不等式分別解。
- 4 答案 (2)。 $31 - 8\sqrt{15} = 31 - 2\sqrt{240}$ ，找兩數和 31、積 240：16 和 15，所以 $\sqrt{31 - 8\sqrt{15}} = \sqrt{16} - \sqrt{15} = 4 - \sqrt{15}$ 。 $3 < \sqrt{15} < 4$ ，所以 $0 < 4 - \sqrt{15} < 1$ ，整數部分是 0，小數部分 $x = 4 - \sqrt{15}$ 。
- $\frac{1}{x} = \frac{1}{4 - \sqrt{15}} = 4 + \sqrt{15}$ ， $x + \frac{1}{x} = 8$ 。 $x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 512 - 24 = 488$ 。
- $4 - \sqrt{15}$ 本身就介於 0 和 1 之間，小數部分就是它自己。
- 5 答案 (4)。右邊是 $4 - \sqrt{15}$ 。左邊整理成 $(5a + 2b) - (2a + b)\sqrt{15}$ 。 a 、 b 是有理數， $\sqrt{15}$ 是無理數，所以兩邊的有理數部分、 $\sqrt{15}$ 的係數要分別相等： $5a + 2b = 4$ ， $2a + b = 1$ 。由第二式 $b = 1 - 2a$ 代入第一式： $5a + 2 - 4a = 4$ ， $a = 2$ ， $b = -3$ 。
- 「 a 、 b 為有理數」這個條件就是用來比較係數的。

多選 6~10：數線、絕對值不等式、指數與對數互換

- 6 答案 (1)(2)。(1) 對： $a + b + d$ 是有理數，加上無理數 $2\sqrt{5}$ 一定是無理數。(2) 對：取 $d = 0$ ， $abcd = 0$ 是有理數。(3) 錯： $\overline{CD} = |d - 2\sqrt{5}|$ ，取 $d = -4$ 時 $\overline{CD} = 2\sqrt{5} + 4$ ， -4 是有理數，所以可能。(4) 錯：中點是 $\frac{4 + \frac{14}{3}}{2} = \frac{13}{3} \approx 4.33$ ，而 $2\sqrt{5} \approx 4.47$ ，中點在 C 的左邊。(5) 錯： $\left|n - \frac{14}{3}\right| < 6$ 即 $-\frac{4}{3} < n < \frac{32}{3}$ ，整數 $n = -1, 0, 1, \dots, 10$ 共 12 個。
- (2) 只要 $d = 0$ 就成立；(3) 的 D 可以在 C 的左邊，要兩個方向都考慮。
- 7 答案 (2)(3)。 $3 < |2x - 1| < 7$ 分成 $3 < 2x - 1 < 7$ 或 $-7 < 2x - 1 < -3$ ，也就是 $2 < x < 4$ 或 $-3 < x < -1$ 。(1) $-\pi \approx -3.14 < -3$ ，不滿足。(2) $\sqrt{3 + \sqrt{2}} \approx \sqrt{4.41} \approx 2.10$ ，在 2 和 4 之間，滿足。(3) $-3 + \log 2 \approx -2.70$ ，在 -3 和 -1 之間，滿足。(4) $4.\overline{1} > 4$ ，不滿足。(5) $x = -1$ 時 $|2x - 1| = 3$ ，不等式是嚴格的 $3 <$ ，不滿足。
- (2) 不用算近似值也可以： $4 < 3 + \sqrt{2} < 16$ ，開根號後介於 2 和 4 之間。



- 8 答案 (4)(5)。 $\overline{PA} = |x+5|$, $\overline{PB} = |x-3|$, 條件是 $|x+5| = 3|x-3|$ 。 $x+5 = 3(x-3)$ 得 $x=7$;
 $x+5 = -3(x-3)$ 得 $x=1$ 。 $x=1$ 是 $\overline{AB}$ 的內分點 ($\overline{PA}=6$ 、 $\overline{PB}=2$)， $x=7$ 是外分點 ($\overline{PA}=12$ 、 $\overline{PB}=4$)。

題目沒有說 P 在 A 、 B 之間，內分和外分兩種情形都要算。

- 9 答案 (1)(4)。 $(\sqrt{10})^{3a} = 10^{\frac{3a}{2}} = 125 = 5^3$ ，兩邊開三次方得 $10^{\frac{a}{2}} = 5$ 。(1) 對：兩邊平方， $10^a = 25$ 。
 (2) 錯： $100^a = (10^a)^2 = 625$ 。(3) 錯： $10^1 < 25 < 10^2$ ，所以 $1 < a < 2$ 。(4) 對： $10^{\frac{a}{2}} = 5$ 就是 $\frac{a}{2} = \log 5$ 。(5) 錯： $0.1^a = 10^{-a} = \frac{1}{25}$ 。

- 10 答案 (3)(5)。(1) 錯：取 $a=0$ 、 $b=\sqrt{2}$ ， $a+b=\sqrt{2}$ 、 $a-b=-\sqrt{2}$ 都是無理數，但 a 是有理數。(2) 錯： $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$ 。(3) 對：若 $a^2 - b = r$ 是有理數，則 $b = a^2 - r$ 是有理數，矛盾。(4) 錯： $0.\overline{6} = \frac{6}{9}$ 、 $0.\overline{4} = \frac{4}{9}$ ，相加是 $\frac{10}{9} = 1.\overline{1}$ 。(5) 對：有限小數、循環小數、分數都是有理數 ($0.6\overline{7} = \frac{61}{90}$)。
 (4) 如果寫成 $0.666\cdots + 0.444\cdots$ 逐位相加，每一位都是 10 要進位，結果是 $1.111\cdots$ ，不是 1。

選填 A~E (第 11~16 題)：絕對值、指數與對數的求值

- 11 解是「 $x \geq \frac{7}{3}$ 或 $x \leq -\frac{5}{3}$ 」，兩個端點的中點是 $\frac{1}{3}$ ，到中點的距離是 2，所以解等於 $\left|x - \frac{1}{3}\right| \geq 2$ 。兩邊乘以 3： $|3x-1| \geq 6$ ，也就是 $|-3x+1| \geq 6$ 。和 $|ax+1| \geq b$ 對照，常數項要是 +1，所以 $a=-3$ 、 $b=6$ 。

$|3x-1|$ 和 $|-3x+1|$ 相等，要配合題目的「+1」選後者；答案卡上 a 佔兩格，第一格是負號。

- 12 $t = \log 4$ 表示 $10^t = 4$ 。 $(\sqrt{10})^t = (10^t)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$ ， $\frac{1}{10^t} = \frac{1}{4}$ 。相加得 $2 + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$ 。

- 13 (1) 把 $a + a^{-1} = 2\sqrt{2}$ 兩邊平方： $a^2 + 2 + a^{-2} = 8$ ，所以 $a^2 + a^{-2} = 6$ 。

- 14 (2) $(a - a^{-1})^2 = a^2 - 2 + a^{-2} = 6 - 2 = 4$ ，所以 $a - a^{-1} = \pm 2$ 。因為 $0 < a < 1$ ， $a^{-1} = \frac{1}{a} > 1 > a$ ， $a - a^{-1}$ 是負的，答案 -2 。

平方之後有正負兩個可能，要用 $0 < a < 1$ 判斷正負。(實際上 $a = \sqrt{2} - 1$ ， $a^{-1} = \sqrt{2} + 1$ 。)

- 15 $\left(\frac{1}{4}\right)^x = 4^{-x} = 5$ ，所以 $4^x = \frac{1}{5}$ 。分子分母同乘以 8^x ：分子 $8^x(8^x + 8^{-x}) = 64^x + 1 = (4^x)^3 + 1 = \frac{1}{125} + 1 = \frac{126}{125}$ ；分母 $8^x(2^x - 2^{-x}) = 16^x - 4^x = \frac{1}{25} - \frac{1}{5} = -\frac{4}{25}$ 。相除： $\frac{126}{125} \times \left(-\frac{25}{4}\right) = -\frac{63}{10}$ 。
 $4^x = \frac{1}{5} < 1$ 表示 $x < 0$ ， $2^x < 2^{-x}$ ，分母是負的，所以答案是負數。

- 16 $\left(\frac{16}{81}\right)^{0.25} = \left(\frac{2^4}{3^4}\right)^{\frac{1}{4}} = \frac{2}{3}$ ； $\left(\frac{125}{64}\right)^{-\frac{2}{3}} = \left(\frac{64}{125}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$ ； $0.25^{1.5} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$ 。相乘： $\frac{2}{3} \times \frac{16}{25} \times \frac{1}{8} = \frac{4}{75}$ 。

指數求值題先把已知條件化成「某個底數的次方等於多少」($10^t = 4$ 、 $4^x = \frac{1}{5}$)，再把所求的每一項都改寫成它的次方。



選填 F~I (第 17~20 題)：位數與算幾不等式

- 17 $3^{27} = 10^{0.4771 \times 27} = 10^{12.8817} = 10^{0.8817} \times 10^{12} \approx 7.6155 \times 10^{12}$ ，是 13 位數。 $2^{30} = 10^{0.3010 \times 30} = 10^{9.03}$ ，是 10 位數，大約 $1.07 \times 10^9 \approx 0.001 \times 10^{12}$ 。相加約 7.617×10^{12} ，首位數沒有進位，仍是 13 位數。

兩數相加時位數由大的那個決定，但要確認加上小的那個之後不會進位。題目給 $10^{0.8817} \approx 7.6155$ 就是用來確認首位是 7。

- 18 全部化成 10 的次方： $\sqrt[3]{10^4} = 10^{\frac{4}{3}}$ ； $\sqrt{\sqrt[3]{10^5}} = \left(10^{\frac{5}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = 10^{\frac{5}{6}}$ ； $\sqrt[6]{10} = 10^{\frac{1}{6}}$ 。所以真數是 $10^{\frac{4}{3} + \frac{5}{6} - \frac{1}{6}} = 10^2$ ， $\log 10^2 = 2$ 。

- 19 $x = 10^{2.7}$ ，所以 $x^2 = 10^{5.4}$ ，而 $y = 10^{5.4}$ ，兩者相等。 $5x^2 + y = 6 \times 10^{5.4}$ 。 $6 = 2 \times 3 \approx 10^{0.3010 + 0.4771} = 10^{0.7781}$ ，所以 $5x^2 + y \approx 10^{0.7781 + 5.4} = 10^{6.1781}$ ，介於 10^6 和 10^7 之間，整數部分是 7 位數。

x^2 和 y 剛好相等，可以合併成 $6 \times 10^{5.4}$ ；題目給 2、3 的次方表示法就是為了算 6。

- 20 設 $\overline{BE} = x$ 、 $\overline{DE} = y$ ($x > 0$, $y > 0$)。 $\triangle DEC$ 和 $\triangle ABC$ 相似： $\frac{y}{3-x} = \frac{5}{3}$ ，整理得 $5x + 3y = 15$ 。
由算幾不等式 $\frac{5x + 3y}{2} \geq \sqrt{5x \cdot 3y}$ ，即 $\frac{15}{2} \geq \sqrt{15xy}$ ，兩邊平方得 $\frac{225}{4} \geq 15xy$ ， $xy \leq \frac{15}{4}$ 。等號在 $5x = 3y = \frac{15}{2}$ ，也就是 $x = \frac{3}{2}$ 、 $y = \frac{5}{2}$ 時成立，所以面積最大值是 $\frac{15}{4}$ 。

這時 D 是斜邊 $\overline{AC}$ 的中點，矩形面積剛好是三角形面積 $\frac{15}{2}$ 的一半。

判斷位數就是把數寫成 10 的次方，看指數的整數部分： $10^n \leq N < 10^{n+1}$ 時 N 的整數部分是 $n + 1$ 位數。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自平鎮高中 114 學年度上學期高一第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/pjhs-114a-g10-1