

高師大附中 114 學年度上學期 高三第一次段考



御藍教育

範圍：機率分布（離散型隨機變數、期望值、變異數與標準差、二項分布、幾何分布） · 多重選擇題 4 題
(28 分，每題 7 分，計分 7-5-2-0)、填充題 14 題 (72 分，依答對格數計分)；測驗時間 70 分鐘

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版 (答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章)：royalblue-education.com/school-exams/nknush-114a-g12jia-1

一、多重選擇題：每題答對得 7 分，只錯一個選項可獲 5 分，錯兩個選項可獲 2 分，錯兩個選項以上不給分，未作答不給分。共 28 分。

- 1 投擲一顆標示 1, 2, 3, 4 點的正四面體骰子，觀察底面出現的點數，其擲出 1 ~ 4 點的機率與該點數成正比，令隨機變數 X 表示擲骰子一次所出現的點數， X 的期望值為 $E(X)$ ，變異數為 $\text{Var}(X)$ ，則下列選項何者正確？

(1) $P(X = 1) = \frac{1}{4}$

(2) $E(X) = \frac{5}{2}$

(3) $\text{Var}(X) = 1$

(4) $E(2X + 5) = 11$

(5) $\text{Var}(2X + 5) = 2$

- 2 小澄在籃球賽中罰球的情況，若每次罰球的結果都是獨立的，依過去經驗：小澄在籃球賽中罰一球的命中率為 p ；令隨機變數 X 表示小澄罰球 n 次中命中次數，若已知期望值 $E(X) = \frac{8}{3}$ ，變異數 $\text{Var}(X) = \frac{8}{9}$ ，則下列選項何者正確？

(1) $n = 5$

(2) $p = \frac{2}{3}$

(3) 小澄 n 次罰球中恰投中 2 次的機率為 $\frac{8}{27}$

(4) 小澄 n 次罰球中至少投中 2 次的機率 $\frac{16}{27}$

(5) 在機率函數圖中最高點會發生在 $X = 2$



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/nknush-114a-g12jia-1

- 3 小明參加一個投擲硬幣換獎金的遊戲，遊戲規則為同時投擲 3 枚均勻硬幣一次，並在投擲之前先從以下三個方案中選出一個方案。方案一：若出現 k 枚正面，則可得獎金 k 元。方案二：若出現 k 枚正面，則可得獎金 $(2k + 1)$ 元。方案三：若出現 k 枚正面，則可得獎金 k^2 元。設隨機變數 X, Y, Z 分別表示方案一、二、三所得到的獎金，則下列選項何者正確？

(1) $E(X) = \frac{3}{2}$

(2) $E(Y) = \frac{7}{2}$

(3) $E(Z) = (E(X))^2$

(4) $\text{Var}(Y) = 3$

(5) 若由期望值的大小來做決策，則小明應選擇方案三比較有利

- 4 甲乙兩人相約比賽跳棋，當比賽進行到其中一人比另一人多贏 2 局或比完 5 局時，則比賽結束。每局比賽皆須分出勝負，而每局比賽的勝負皆不受之前已賽結果影響。假設甲在任一局中獲勝的機率均為 $\frac{1}{3}$ ，且隨機變數 X 表示在比賽結束時，兩人所比賽的局數，則下列選項何者正確？

(1) 隨機變數 X 所有可能的取值共有 4 個

(2) $P(X = 2) = \frac{5}{9}$

(3) 兩人共比賽 4 局且甲比乙多贏 2 局的機率為 $\frac{8}{81}$

(4) $P(X = 5) = \frac{20}{81}$

(5) $E(X) = \frac{250}{81}$

二、填充題：答案全對才給分。依答對格數計分：答對 1~14 格依序得 7、14、21、28、34、40、45、50、55、60、64、68、70、72 分。(原卷題號 1~14，本頁接續編為第 5~18 題)

- 5 擲一枚公正的硬幣 3 次，每出現一次正面可得 20 元，每出現一次反面則輸 m 元。若其期望值為 15 元，則 m 的值為 ____。

- 6 某商店為回饋顧客，舉辦擲骰子比賽。排隊的參賽者投擲一粒公正的骰子一次，只要點數為 1 或 6 即可獲得獎品一份。已知獎品共有 3 份，則排在第 5 位的大熊獲得獎品的機率為 ____。

- 7 保險公司銷售旅遊平安險，每名保額 200 萬元，保費 800 元，公司的管理與行銷成本為 200 元，根據統計得知，出險的機率為 $\frac{2}{10000}$ ，則對每一保戶，保險公司獲利的期望值為 ____ 元。



- 8 大仁參加某種比賽，每一次比賽得勝之機率為 $\frac{1}{3}$ ，失敗之機率為 $\frac{2}{3}$ ，若得勝可得 1000 元，不幸敗北則須交出 300 元。若大仁連續比賽 6 次，則至少贏得 3400 元之機率為 ____。

- 9 箱中有黑球 2 顆、白球 1 顆，從箱中每次取出一球，取出的球不再放回箱中，且每球被取到的機會均等。當取出的球為白球時，則停止取球；當取出的球為黑球時，則必須將 1 顆白球放入箱中，即箱中仍有 3 顆球，再從箱中繼續取球，直到取出白球為止。設隨機變數 X 表示取球的總次數，則 X 的期望值 $E(X) =$ ____。

- 10 袋中裝有大小相同的代幣 1 元與 5 元各 2 枚。從袋中任取 2 枚代幣，並令隨機變數 X 表示取 2 枚代幣所得的總金額。已知每個代幣被取到的機會均等， X 的期望值與標準差分別為 μ 及 σ ，則數對 $(\mu, \sigma) =$ ____。

- 11 一次投擲兩顆公正的骰子，重複此試驗 36 次，若隨機變數 X 表 36 次投擲中，點數和大於 9 的次數，若 $Y = X^2$ ，則 Y 的期望值為 ____。

- 12 袋中有 2 白球 1 紅球，今從袋中每次取一球，看其顏色後放回。若共取球 6 次，設 X 是 6 次試驗中取出白球的次數，且 X 的期望值為 μ ，標準差為 σ ，則 $P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) =$ ____。 ($\sqrt{3} \approx 1.73$)

- 13 從 3 人中選出 1 人買飲料。選法如下：這 3 人各丟一枚均勻硬幣 1 次，稱為一輪；每一輪中，若有 1 人與另 2 人丟出的硬幣不同面，則此人獲選，否則進行下一輪，直到有人獲選為止。若決定人選所需輪數的期望值與標準差分別為 μ 及 σ ，則數對 $(\mu, \sigma) =$ ____。

- 14 若將 5 本不同的書，任意放入三個抽屜，則空抽屜個數的期望值為 ____。

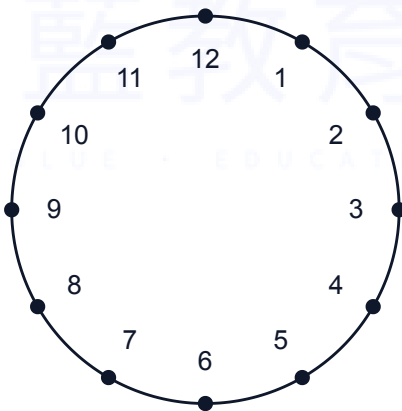


- 15 隨機變數 X 滿足 $E(3X + 1) = 10$, $E((X + 2)^2) = 100$, 則 $\text{Var}(3X + 4) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- 16 有兩個箱子，每個箱子中各有數字 1, 2, 3, 4 的卡片各一張，同時從兩箱子中各取出一張卡片，觀察出現是否數字差為 m 的情形，再將卡片放回箱子中。若直到第 3 次取出的兩張卡片，才出現「數字差為 m 」的機率為 $\frac{9}{64}$ ，則 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- 17 已知一個不均勻銅板，投擲時出現正面的機率為 $\frac{2}{3}$ ，出現反面的機率為 $\frac{1}{3}$ 。今在坐標平面上有一顆棋子，依投擲此銅板的正反面結果，前進至下一個位置，規則如下：(一) 若擲出為正面，則從目前位置依著向量 $(-1, 2)$ 的方向與長度，前進至下一個位置；(二) 若擲出為反面，則從目前位置依著向量 $(1, 0)$ 的方向與長度，前進至下一個位置。例如：棋子目前位置在坐標 $(2, 4)$ ，若擲出反面，則棋子前進至坐標 $(3, 4)$ 。假設棋子以原點 $(0, 0)$ 為起始點，依上述規則，連續投擲此銅板 7 次，且每次投擲均互相獨立，則經過 7 次移動後，棋子停在坐標 $\underline{\hspace{2cm}}$ 的機率最大。

- 18 有一個依順時針方向依序標示 1, 2, ..., 12 數字的圓形時鐘（如圖所示）。一開始在此時鐘「12」點鐘位置擺設一枚棋子，然後每次投擲一枚均勻銅板，依投擲結果，照以下規則移動這枚棋子的位置：(I) 若出現正面，將棋子從當時位置依順時針方向移動 5 個鐘點。(II) 若出現反面，將棋子從當時位置依逆時針方向移動 5 個鐘點。例如：若投擲銅板三次均為正面，則棋子第一次移動到「5」點鐘位置、第二次移動到「10」點鐘位置，第三次移動到「3」點鐘位置。令隨機變數 X 代表依上述規則經過 6 次移動後棋子所在的點鐘位置，則 X 的期望值 $E(X) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。





御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/nknush-114a-g12jia-1

答案一覽

第 1 題 (3)(4)

第 2 題 (2)(3)

第 3 題 (1)(4)

第 4 題 (2)(5)

第 5 題 10

第 6 題 $\frac{8}{27}$

第 7 題 200

第 8 題 $\frac{73}{729}$

第 9 題 $\frac{17}{9}$

第 10 題 $\left(6, \frac{4\sqrt{3}}{3}\right)$

第 11 題 41

第 12 題 $\frac{716}{729}$

第 13 題 $\left(\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right)$

第 14 題 $\frac{32}{81}$

第 15 題 675

第 16 題 0 或 2

第 17 題 $(-3, 10)$

第 18 題 $\frac{63}{8}$

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。（不用註冊）
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit（可以先把姓名、座號遮掉）



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/nknush-114a-g12jia-1

多選 1、2 (第 1、2 題)：由分布求期望值與變異數、反求二項分布

- 1 答案 (3)(4)。機率與點數成正比，設 $P(X = k) = ck$ ，由 $c(1 + 2 + 3 + 4) = 1$ 得 $c = \frac{1}{10}$ ，所以 $P(X = k) = \frac{k}{10}$ 。(1) 錯： $P(X = 1) = \frac{1}{10}$ 。(2) 錯： $E(X) = \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2}{10} = 3$ 。(3) 對： $E(X^2) = \frac{1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3}{10} = 10$ ， $\text{Var}(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = 10 - 9 = 1$ 。(4) 對： $E(2X + 5) = 2E(X) + 5 = 11$ 。(5) 錯： $\text{Var}(2X + 5) = 2^2 \text{Var}(X) = 4$ 。
 $\text{Var}(aX + b) = a^2 \text{Var}(X)$ ：係數要平方，常數 b 不影響。
- 2 答案 (2)(3)。 X 服從二項分布， $np = \frac{8}{3}$ 、 $np(1-p) = \frac{8}{9}$ 。兩式相除得 $1-p = \frac{1}{3}$ ， $p = \frac{2}{3}$ ， $n = 4$ ；(1) 錯、(2) 對。各取值的機率為 $P(X = k) = C_k^4 \left(\frac{2}{3}\right)^k \left(\frac{1}{3}\right)^{4-k}$ ：

k	0	1	2	3	4
$P(X = k)$	$\frac{1}{81}$	$\frac{8}{81}$	$\frac{24}{81}$	$\frac{32}{81}$	$\frac{16}{81}$

(3) 對： $P(X = 2) = \frac{24}{81} = \frac{8}{27}$ 。(4) 錯： $P(X \geq 2) = 1 - \frac{1}{81} - \frac{8}{81} = \frac{72}{81} = \frac{8}{9}$ 。(5) 錯：機率最大的是 $X = 3$ ($\frac{32}{81}$)。
期望值 $\frac{8}{3}$ 不是整數，最高點要把相鄰的 $X = 2$ 、 $X = 3$ 都算出來比較。

多選 3、4 (第 3、4 題)：一次變換的期望值、逐局列出分布

- 3 答案 (1)(4)。正面枚數 k 服從二項分布 ($n = 3$ 、 $p = \frac{1}{2}$)， $X = k$ ，所以 $E(X) = 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ 、 $\text{Var}(X) = 3 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$ ；(1) 對。(2) 錯： $Y = 2X + 1$ ， $E(Y) = 2 \times \frac{3}{2} + 1 = 4$ 。(3) 錯： $Z = X^2$ ， $E(Z) = E(X^2) = \text{Var}(X) + (E(X))^2 = \frac{3}{4} + \frac{9}{4} = 3$ ，而 $(E(X))^2 = \frac{9}{4}$ 。(4) 對： $\text{Var}(Y) = 2^2 \times \frac{3}{4} = 3$ 。(5) 錯：三個期望值依序是 $\frac{3}{2}$ 、4、3，方案二最大。
 $E(X^2)$ 與 $(E(X))^2$ 不相等，兩者的差就是變異數。
- 4 答案 (2)(5)。兩人勝局數的差每局改變 1，只有在偶數局後才可能差 2，所以比賽只可能在第 2、4、5 局結束；(1) 錯 (共 3 個取值)。(2) 對：前兩局同一人連勝， $P(X = 2) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{5}{9}$ 。前兩局一勝一負的機率是 $1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$ ；接著第 3、4 局若同一人連勝就在第 4 局結束， $P(X = 4) = \frac{4}{9} \times \frac{5}{9} = \frac{20}{81}$ 。(3) 錯：其中甲多贏 2 局的機率是 $\frac{4}{9} \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{4}{81}$ 。(4) 錯： $P(X = 5) = \frac{4}{9} \times \frac{4}{9} = \frac{16}{81}$ 。(5) 對：

X	2	4	5
P	$\frac{45}{81}$	$\frac{20}{81}$	$\frac{16}{81}$

 $E(X) = \frac{2 \times 45 + 4 \times 20 + 5 \times 16}{81} = \frac{250}{81}$ 。
打到第 5 局就結束，不管第 5 局誰贏；所以 $P(X = 5)$ 只要前四局是「一勝一負、再一勝一負」。

分布不是現成的二項分布時，先列出所有可能的取值，再一段一段算機率，最後檢查機率總和是 1。

填充 1~4 (第 5~8 題)：期望值的應用、重複試驗的機率

- 5 每擲一次，所得金額的期望值是 $20 \times \frac{1}{2} + (-m) \times \frac{1}{2} = \frac{20-m}{2}$ 元。擲 3 次的期望值是 $3 \times \frac{20-m}{2} = 15$ ，所以 $20 - m = 10$ ， $m = 10$ 。
也可設正面次數 k 服從二項分布 ($n = 3$ 、 $p = \frac{1}{2}$)，所得為 $20k - m(3 - k)$ ，用 $E(k) = \frac{3}{2}$ 代入，結果相同。



- 6 每人得獎的機率是 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ 。大熊要得獎，必須輪到他時還有獎品（前 4 人中至多 2 人得獎），而且他自己擲出 1 或 6。前 4 人中得獎人數服從二項分布（ $n = 4$ 、 $p = \frac{1}{3}$ ），3 人得獎的機率 $C_3^4 \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{81}$ ，4 人得獎的機率 $\frac{1}{81}$ ，所以至多 2 人得獎的機率是 $1 - \frac{9}{81} = \frac{8}{9}$ 。所求 $= \frac{8}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{8}{27}$ 。

前 4 人中恰 3 人得獎時獎品就發完了，大熊沒有機會，這一段要扣掉。

- 7 公司每張保單先收保費 800 元、付成本 200 元。不出險（機率 $\frac{9998}{10000}$ ）時獲利 600 元；出險（機率 $\frac{2}{10000}$ ）時再賠 2000000 元，獲利 $600 - 2000000$ 元。期望值 $= 600 - 2000000 \times \frac{2}{10000} = 600 - 400 = 200$ 元。

- 8 設 6 次中勝 k 次，淨得 $1000k - 300(6 - k) = 1300k - 1800$ 元。由 $1300k - 1800 \geq 3400$ 得 $k \geq 4$ 。
 k 服從二項分布（ $n = 6$ 、 $p = \frac{1}{3}$ ），所求 $= C_4^6 \left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{2}{3}\right)^2 + C_5^6 \left(\frac{1}{3}\right)^5 \left(\frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)^6 = \frac{60 + 12 + 1}{729} = \frac{73}{729}$ 。

$k = 4$ 時剛好是 3400 元，「至少」包含等號。

填充 5~8（第 9~12 題）：列分布求期望值與標準差、二項分布

- 9 第 1 次：箱中 2 黑 1 白，取到白球的機率 $\frac{1}{3}$ ，就停， $X = 1$ 。取到黑球（機率 $\frac{2}{3}$ ）後補 1 顆白球，箱中變成 1 黑 2 白；第 2 次取到白球的機率 $\frac{2}{3}$ ， $X = 2$ ；再取到黑球（機率 $\frac{1}{3}$ ）後箱中是 3 顆白球，第 3 次一定是白球， $X = 3$ 。
- | | | | |
|-----|---------------|--|--|
| X | 1 | 2 | 3 |
| P | $\frac{1}{3}$ | $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$ | $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$ |
- $E(X) = 1 \times \frac{3}{9} + 2 \times \frac{4}{9} + 3 \times \frac{2}{9} = \frac{17}{9}$ 。

黑球只有 2 顆且取出後不放回，所以最多取 3 次。

- 10 4 枚取 2 枚共 $C_2^4 = 6$ 種：兩枚 1 元（1 種）得 2 元，一枚 1 元一枚 5 元（ $2 \times 2 = 4$ 種）得 6 元，兩枚 5 元（1 種）得 10 元。
- | | | | |
|-----|---------------|---------------|---------------|
| X | 2 | 6 | 10 |
| P | $\frac{1}{6}$ | $\frac{4}{6}$ | $\frac{1}{6}$ |
- $\mu = \frac{2 + 24 + 10}{6} = 6$ ； $\text{Var}(X) = (2 - 6)^2 \times \frac{1}{6} + 0 + (10 - 6)^2 \times \frac{1}{6} = \frac{16}{3}$ ， $\sigma = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ 。所以 $(\mu, \sigma) = \left(6, \frac{4\sqrt{3}}{3}\right)$ 。

- 11 兩顆骰子點數和大於 9：和為 10 有 3 種、11 有 2 種、12 有 1 種，機率 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ 。 X 服從二項分布（ $n = 36$ 、 $p = \frac{1}{6}$ ）， $E(X) = 36 \times \frac{1}{6} = 6$ ， $\text{Var}(X) = 36 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = 5$ 。 $E(Y) = E(X^2) = \text{Var}(X) + (E(X))^2 = 5 + 36 = 41$ 。

$E(X^2)$ 不是 $(E(X))^2 = 36$ ；要把變異數加回去。

- 12 每次取到白球的機率 $\frac{2}{3}$ ， X 服從二項分布（ $n = 6$ 、 $p = \frac{2}{3}$ ）。 $\mu = 6 \times \frac{2}{3} = 4$ ， $\sigma^2 = 6 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$ ， $\sigma = \frac{2\sqrt{3}}{3} \approx 1.15$ ， $2\sigma \approx 2.31$ 。範圍是 $1.69 \leq X \leq 6.31$ ，即 $X = 2, 3, 4, 5, 6$ 。所求 $= 1 - P(X = 0) - P(X = 1) = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^6 - C_1^6 \left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{1}{3}\right)^5 = 1 - \frac{1 + 12}{729} = \frac{716}{729}$ 。

X 只取整數，先把區間換成整數範圍，再用「1 減去不在範圍內的」比較省事。

看到「重複做 n 次、每次成功機率相同且互相獨立」就是二項分布：期望值 np 、變異數 $np(1 - p)$ 可以直接用，不必重列分布。



填充 9~12 (第 13~16 題)：幾何分布、期望值與變異數的運算

- 13 一輪中 3 枚硬幣共 $2^3 = 8$ 種結果，只有「全正」「全反」2 種選不出人，所以一輪選出人的機率 $p = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ 。所需輪數服從幾何分布， $\mu = \frac{1}{p} = \frac{4}{3}$ ，變異數 $\frac{1-p}{p^2} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{9}{16}} = \frac{4}{9}$ ， $\sigma = \frac{2}{3}$ 。所以 $(\mu, \sigma) = \left(\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right)$ 。

題目問的是標準差，變異數 $\frac{4}{9}$ 要再開根號。

- 14 每本書有 3 種放法，共 $3^5 = 243$ 種。空抽屜個數 X 可能是 0, 1, 2。 $X = 2$ ：5 本全在同一個抽屜，3 種。 $X = 1$ ：先選哪一個抽屜空 (3 種)，5 本放進另外兩個抽屜且兩個都不空， $2^5 - 2 = 30$ 種，共 90 種。 $X = 0$ ： $243 - 3 - 90 = 150$ 種。
- | | | | |
|-----|-------------------|------------------|-----------------|
| X | 0 | 1 | 2 |
| P | $\frac{150}{243}$ | $\frac{90}{243}$ | $\frac{3}{243}$ |
- $E(X) = \frac{90 + 2 \times 3}{243} = \frac{96}{243} = \frac{32}{81}$
- 。

驗算：某一個指定的抽屜是空的機率為 $\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{32}{243}$ ，三個抽屜合計 $3 \times \frac{32}{243} = \frac{32}{81}$ ，與上面相同。

- 15 由 $E(3X + 1) = 3E(X) + 1 = 10$ 得 $E(X) = 3$ 。由 $E((X + 2)^2) = E(X^2) + 4E(X) + 4 = 100$ 得 $E(X^2) = 100 - 12 - 4 = 84$ 。 $\text{Var}(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = 84 - 9 = 75$ ，所以 $\text{Var}(3X + 4) = 3^2 \times 75 = 675$ 。

- 16 設一次取卡出現「數字差為 m 」的機率為 p ，則直到第 3 次才出現的機率是 $(1 - p)^2 p$ 。兩箱各取一張共 16 種：差為 0 有 4 種、差為 1 有 6 種、差為 2 有 4 種、差為 3 有 2 種。

m	0	1	2	3
p	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{2}{16}$
$(1 - p)^2 p$	$\frac{9}{16} \times \frac{4}{16}$	$\frac{4}{16} \times \frac{6}{16} \times 2$	$\frac{4}{16} \times \frac{4}{16}$	$\frac{2}{16} \times \frac{2}{16}$

等於 $\frac{9}{64}$ 的是 $m = 0$ 或 $m = 2$ 。

差為 0 (兩張相同) 也算一種情形，兩個答案都要寫。

填充 13、14 (第 17、18 題)：把位置換成正面次數

- 17 設 7 次中正面 k 次、反面 $7 - k$ 次，棋子停在 $k(-1, 2) + (7 - k)(1, 0) = (7 - 2k, 2k)$ ；不同的 k 對應不同的點，所以只要找機率最大的 k 。 k 服從二項分布 ($n = 7, p = \frac{2}{3}$)， $P(k) = C_k^7 \left(\frac{2}{3}\right)^k \left(\frac{1}{3}\right)^{7-k} = \frac{C_k^7 2^k}{3^7}$ 。比較分子 $C_k^7 2^k$ ：
- | | | | | |
|-------------|---|----|----|-----|
| k | 0 | 1 | 2 | 3 |
| $C_k^7 2^k$ | 1 | 14 | 84 | 280 |
- | | | | | |
|-------------|-----|-----|-----|-----|
| k | 4 | 5 | 6 | 7 |
| $C_k^7 2^k$ | 560 | 672 | 448 | 128 |
- 最大在 $k = 5$ ，棋子停在 $(7 - 10, 10) = (-3, 10)$ 。

也可比較相鄰兩項： $\frac{P(k+1)}{P(k)} = \frac{2(7-k)}{k+1}$ ，在 $k \leq 4$ 時大於 1、 $k \geq 5$ 時小於 1，所以 $P(5)$ 最大。

- 18 設 6 次中正面 k 次、反面 $6 - k$ 次，棋子從「12」順時針走了 $5k - 5(6 - k) = 10k - 30$ 個鐘點，再除以 12 取餘數定位置 (餘 0 就是「12」)。 k 服從二項分布 ($n = 6, p = \frac{1}{2}$)， $P(k) = \frac{C_k^6}{64}$ 。

k	0	1	2	3
$10k - 30$	-30	-20	-10	0
X	6	4	2	12
P	$\frac{1}{64}$	$\frac{6}{64}$	$\frac{15}{64}$	$\frac{20}{64}$
$6 + 24 + 30 + 240 + 150 + 48 + 6 = \frac{504}{64} = \frac{63}{8}$				

k	4	5	6
$10k - 30$	10	20	30
X	10	8	6
P	$\frac{15}{64}$	$\frac{6}{64}$	$\frac{1}{64}$

$E(X) = \frac{63}{8}$ 。

$k = 3$ 時棋子回到起點，位置是 12 不是 0；這一項占 240，漏掉答案會差很多。

移動的結果只跟正面出現幾次有關、跟順序無關，所以先用正面次數 k 表示位置，再套二項分布的機率。



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自高師大附中 114 學年度上學期高三第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。

御藍教育
ROYAL BLUE • EDUCATION



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/nknush-114a-g12jia-1