

# 高師大附中 114 學年度上學期 高一第一次段考



御藍教育

範圍：數與式（實數與根式、絕對值、算幾不等式、指數、常用對數） · 多重選擇題 5 題（40 分）、填充題 12 格（60 分），合計 100 分

班級 \_\_\_\_\_ 座號 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 得分 \_\_\_\_\_

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：[royalblue-education.com/school-exams/nknush-114a-g10-1](http://royalblue-education.com/school-exams/nknush-114a-g10-1)

## 一、多重選擇題（共 40 分。每題至少有一個選項正確，全對得 8 分，答錯一個選項得 5 分，答錯兩個選項得 2 分，其他情形得 0 分）

1 已知  $a, b$  均為實數。下列何者正確？

- (A) 若  $a, b$  均為無理數，則  $a + b, a - b$  至少有一個為無理數
- (B) 若  $a + b, ab$  均為無理數，則  $a, b$  均為無理數
- (C) 若  $a + b\sqrt{2} = 0$ ，則  $a = 0$  且  $b = 0$
- (D) 若  $a < b$ ，則必存在一個實數  $c$ ，使得  $a < c < b$
- (E) 若  $a$  為質數，則  $\sqrt{a}$  有可能是有理數

2 下列何者正確？

- (A)  $1 > 0.\overline{9}$
- (B)  $0.1\overline{23}$  為有理數
- (C)  $0^0 = 0$
- (D)  $(\sqrt{2})^0 = 1$
- (E)  $(-8)^{\frac{1}{3}} = -2$

3 數線上有四個點： $A(6)$ ， $B\left(\frac{20}{3}\right)$ ， $C(2\sqrt{10})$ ， $D(d)$ ，其中  $d$  是有理數。下列何者正確？

- (A)  $6 + \frac{20}{3} + 2\sqrt{10} + d$  必為一個無理數
- (B)  $6 \times \frac{20}{3} \times 2\sqrt{10} \times d$  必為一個無理數
- (C) 點  $D$  有可能與點  $C$  的距離等於  $2\sqrt{10} + 6$
- (D) 點  $A$  和點  $B$  的中點在點  $C$  的左邊
- (E) 數線上和點  $B$  距離小於 8 的所有點中，整數有 15 個



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：[royalblue-education.com/school-exams/nknush-114a-g10-1](http://royalblue-education.com/school-exams/nknush-114a-g10-1)

4 設  $a, b > 0$ ，令  $m = \left(a + \frac{3}{b}\right) \left(b + \frac{4}{a}\right)$ 。下列何者正確？

- (A)  $m$  有最大值為  $8\sqrt{3}$
- (B) 當  $m$  有最大值時， $ab = 4$
- (C) 當  $m$  有最小值時， $ab = 3$
- (D) 當  $m$  有最小值時， $ab = 2\sqrt{3}$
- (E)  $m > 8\sqrt{3}$

5 已知  $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ 。下列何者正確？

- (A)  $10^{0.3010} \approx 2$
- (B)  $2^{50}$  是 15 位數
- (C)  $2^{50}$  的首位數字是 2
- (D)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{30}$  在小數點後第 9 位開始不為 0
- (E)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{30}$  在小數點後第 1 個不為 0 的數字是 9

## 二、填充題（每格 5 分，共 60 分。全對才給分）（本頁第 6~17 題依序為原卷填充題第 1~12 題）

6 設  $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ，求  $x^3 + \frac{1}{x^3} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7 若  $\sqrt{11-6\sqrt{2}}$  的整數部分為  $a$ ，小數部分為  $b$  ( $0 \leq b < 1$ )，則  $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{5-b} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8 設  $a, b$  均為實數，若  $|ax-1| > b$  的解為  $x > 1$  或  $x < -4$ ，則數對  $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9 求  $|x-1| + |2x-3| \leq 8$  的解的範圍為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10 若函數  $f(x) = |x+3| + |x-2|$  與直線  $y = k$  兩圖形沒有交點，求實數  $k$  的範圍為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



11 已知  $\log 2 \approx 0.3010$ ,  $\log 3 \approx 0.4771$ , 若  $10^x = 12^{10}$ , 則  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

12 設  $n$  是自然數, 求  $2^n + \frac{225}{2^n}$  之最小值為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

13 已知  $\log 2 \approx 0.3010$ ,  $\log 3 \approx 0.4771$ ,  $\log 7 \approx 0.8451$ , 設  $(\sqrt[3]{49})^{100} = a \times 10^n$ , 其中  $1 \leq a < 10$ ,  $n$  為正整數。若  $a$  的整數部分為  $m$ , 則  $m + n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

14 若  $x > 0$ ,  $y > 0$ , 且  $x^{-\frac{1}{3}}y^2 = 1$ ,  $2\log y = 1$ , 則  $x + y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

15 已知  $\log 2 \approx 0.3010$ ,  $\log 3 \approx 0.4771$ , 若  $a = 2^{30}$ ,  $b = 5^{14}$ ,  $c = 6^{12}$ , 則  $a, b, c$  的大小關係為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

16 已知台灣高鐵的時速是 300 公里, 而光的速度是每秒  $3 \times 10^8$  公尺, 如果利用科學記號來表示, 光速約為台灣高鐵速度的  $a \times 10^n$  倍, 則  $a + n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

17 定義區間  $[a, b]$  的長度為  $b - a$ 。設  $|3x - a| \leq b$  的解所形成的區間長度為 8, 且  $x = 6$  不是這個不等式的解, 則  $a$  的範圍為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



網頁版 (答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章) : [royalblue-education.com/school-exams/nknush-114a-g10-1](http://royalblue-education.com/school-exams/nknush-114a-g10-1)

## 答案一覽

第 1 題 (A)(D)

第 2 題 (B)(D)

第 3 題 (A)(C)

第 4 題 (D)(E)

第 5 題 (A)(E)

第 6 題  $2\sqrt{5}$

第 7 題  $\frac{6}{7}$

第 8 題  $\left(-\frac{2}{3}, \frac{5}{3}\right)$

第 9 題  $-\frac{4}{3} \leq x \leq 4$

第 10 題  $k < 5$

第 11 題 10.791

第 12 題 30.0625

第 13 題 58

第 14 題  $1000 + \sqrt{10}$

第 15 題  $b > c > a$

第 16 題 9.6

第 17 題  $a < 6$  或  $a > 30$

### 對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。(不用註冊)
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：[royalblue-education.com/school-exams/submit](http://royalblue-education.com/school-exams/submit) (可以先把姓名、座號遮掉)



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：[royalblue-education.com/school-exams/nknush-114a-g10-1](http://royalblue-education.com/school-exams/nknush-114a-g10-1)

### 多選 1~3：有理數與無理數、循環小數、指數的規定、數線

- 1 答案 (A)(D)。(A) 對：假設  $a+b$ 、 $a-b$  都是有理數，兩式相加得  $2a$  是有理數， $a$  就是有理數，和「 $a$  是無理數」矛盾，所以至少有一個是無理數。(B) 錯：取  $a=1$ 、 $b=\sqrt{2}$ ， $a+b=1+\sqrt{2}$ 、 $ab=\sqrt{2}$  都是無理數，但  $a$  是有理數。(C) 錯：題目只說  $a$ 、 $b$  是實數，取  $a=-\sqrt{2}$ 、 $b=1$  就有  $a+b\sqrt{2}=0$ 。(D) 對：取  $c=\frac{a+b}{2}$ ，就有  $a < c < b$ 。(E) 錯：若  $\sqrt{a}=\frac{q}{p}$ （最簡分數），則  $ap^2=q^2$ ， $a$  必須是完全平方數；質數不是完全平方數，所以  $\sqrt{a}$  一定是無理數。

(C) 要在「 $a$ 、 $b$  是有理數」的前提下才成立，這題的前提是實數。

- 2 答案 (B)(D)。(A) 錯：設  $x=0.\overline{9}$ ，則  $10x=9.\overline{9}$ ，相減得  $9x=9$ ， $x=1$ ，所以  $1=0.\overline{9}$ 。(B) 對：循環小數都是有理數， $0.1\overline{23}=\frac{123-1}{990}=\frac{61}{495}$ 。(C) 錯：零次方只對不是 0 的底數規定， $0^0$  沒有定義。(D) 對： $\sqrt{2}\neq 0$ ，不是 0 的數的零次方都是 1。(E) 錯：分數指數  $a^{\frac{1}{n}}$  只對底數  $a>0$  規定，底數是  $-8$  時  $(-8)^{\frac{1}{3}}$  沒有定義。

(E) 和  $\sqrt[3]{-8}=-2$  不同：三次方根可以對負數開，但寫成分數指數時課本規定底數要是正數。

- 3 答案 (A)(C)。(A) 對： $6+\frac{20}{3}+d$  是有理數，加上無理數  $2\sqrt{10}$  一定是無理數。(B) 錯：取  $d=0$ ，乘積是 0，是有理數。(C) 對：距離是  $|d-2\sqrt{10}|$ ，取  $d=-6$  時等於  $2\sqrt{10}+6$ ，而  $-6$  是有理數。(D) 錯：中點是  $\frac{6+\frac{20}{3}}{2}=\frac{19}{3}$ ， $\left(\frac{19}{3}\right)^2=\frac{361}{9}>\frac{360}{9}=40=(2\sqrt{10})^2$ ，所以中點在  $C$  的右邊。(E) 錯： $\left|n-\frac{20}{3}\right|<8$  即  $-\frac{4}{3}<n<\frac{44}{3}$ ，整數  $n=-1, 0, 1, \dots, 14$  共 16 個。

(D) 的兩個數很接近 ( $6.333\dots$  和  $6.324\dots$ )，用平方比較才準。(C) 的  $D$  可以在  $C$  的左邊。

### 多選 4~5：算幾不等式、位數與首位數字

- 4 答案 (D)(E)。(A) 展開： $m=ab+4+3+\frac{12}{ab}=7+ab+\frac{12}{ab}$ 。 $ab>0$ ，由算幾不等式  $ab+\frac{12}{ab}\geq 2\sqrt{ab\cdot\frac{12}{ab}}=2\sqrt{12}=4\sqrt{3}$ ，所以  $m\geq 7+4\sqrt{3}$ ，等號在  $ab=\frac{12}{ab}$ ，也就是  $ab=2\sqrt{3}$  時成立。最小值是  $7+4\sqrt{3}$ ，(D) 對、(C) 錯。 $ab$  很大時  $m$  可以任意大，沒有最大值，(A)(B) 錯。(E)： $7+4\sqrt{3}>8\sqrt{3}$  等於  $7>4\sqrt{3}$ ，兩邊平方是  $49>48$ ，成立；所以  $m\geq 7+4\sqrt{3}>8\sqrt{3}$ ，(E) 對。

如果兩個括號各自用算幾不等式再相乘，會得到  $m\geq 2\sqrt{\frac{3a}{b}}\cdot 2\sqrt{\frac{4b}{a}}=8\sqrt{3}$ ，但兩個等號要  $ab=3$  和  $ab=4$  同時成立，做不到，所以  $8\sqrt{3}$  不是最小值，只知道  $m>8\sqrt{3}$ 。要先展開再用算幾。

- 5 答案 (A)(E)。(A) 對： $\log 2\approx 0.3010$  的意思就是  $10^{0.3010}\approx 2$ 。(B) 錯： $\log 2^{50}=50\times 0.3010=15.05$ ， $2^{50}=10^{0.05}\times 10^{15}$ ，是 16 位數。(C) 錯： $10^0<10^{0.05}<10^{0.3010}$ ，即  $1<10^{0.05}<2$ ，首位數字是 1。(D) 錯： $\log\left(\frac{1}{2}\right)^{30}=-30\times 0.3010=-9.03=-10+0.97$ ，所以  $\left(\frac{1}{2}\right)^{30}=10^{0.97}\times 10^{-10}$ ，在小數點後第 10 位開始不為 0。(E) 對： $\log 9=2\log 3\approx 0.9542<0.97<1$ ，所以  $9<10^{0.97}<10$ ，第一個不為 0 的數字是 9。

負的對數值要先改寫成「負整數+介於 0 和 1 之間的數」： $-9.03=-10+0.97$ ，不是  $-9+0.03$ 。

把數寫成  $10^{\text{小數}}\times 10^n$ ： $n$  決定位數（或小數點後第幾位開始不為 0）， $10^{\text{小數}}$  決定首位數字。



## 填充 1~5 (第 6~10 題)：根式求值與絕對值

- 6  $\frac{1}{x} = \frac{2}{\sqrt{5}-1} = \frac{2(\sqrt{5}+1)}{4} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ ，所以  $x + \frac{1}{x} = \sqrt{5} \cdot x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 5\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$ 。  
先算  $x + \frac{1}{x}$  再用乘法公式，不必把  $x^3$  直接乘開。
- 7  $11 - 6\sqrt{2} = 11 - 2\sqrt{18}$ ，找兩數和 11、積 18：9 和 2，所以  $\sqrt{11 - 6\sqrt{2}} = 3 - \sqrt{2} \approx 1.586$ 。整數部分  $a = 1$ ，小數部分  $b = 3 - \sqrt{2} - 1 = 2 - \sqrt{2}$ 。 $a + b = 3 - \sqrt{2}$ ， $5 - b = 3 + \sqrt{2}$ ，所以  $\frac{1}{3 - \sqrt{2}} + \frac{1}{3 + \sqrt{2}} = \frac{(3 + \sqrt{2}) + (3 - \sqrt{2})}{9 - 2} = \frac{6}{7}$ 。  
 $a + b$  就是原來的數  $3 - \sqrt{2}$ ，不用分開代。
- 8 解「 $x > 1$  或  $x < -4$ 」的兩個端點中點是  $-\frac{3}{2}$ ，到中點的距離是  $\frac{5}{2}$ ，所以解等於  $\left|x + \frac{3}{2}\right| > \frac{5}{2}$ 。要對照成  $|ax - 1| > b$ ，常數項要變成  $-1$ ：兩邊乘以  $\frac{2}{3}$  得  $\left|\frac{2}{3}x + 1\right| > \frac{5}{3}$ ，也就是  $\left|-\frac{2}{3}x - 1\right| > \frac{5}{3}$ 。所以  $a = -\frac{2}{3}$ 、 $b = \frac{5}{3}$ 。驗算： $x = 1$  時  $\left|-\frac{2}{3} - 1\right| = \frac{5}{3}$ ， $x = -4$  時  $\left|\frac{8}{3} - 1\right| = \frac{5}{3}$ 。  
 $\left|\frac{2}{3}x + 1\right|$  和  $\left|-\frac{2}{3}x - 1\right|$  相等，要配合題目的「 $-1$ 」選後者， $a$  是負的。
- 9 分界點是  $x = 1$  和  $x = \frac{3}{2}$ 。①  $x < 1$ ： $(1 - x) + (3 - 2x) \leq 8$ ， $4 - 3x \leq 8$ ， $x \geq -\frac{4}{3}$ ，得  $-\frac{4}{3} \leq x < 1$ 。②  $1 \leq x < \frac{3}{2}$ ： $(x - 1) + (3 - 2x) \leq 8$ ， $2 - x \leq 8$ ， $x \geq -6$ ，這一段全部成立。③  $x \geq \frac{3}{2}$ ： $(x - 1) + (2x - 3) \leq 8$ ， $3x \leq 12$ ， $x \leq 4$ ，得  $\frac{3}{2} \leq x \leq 4$ 。三段合起來是  $-\frac{4}{3} \leq x \leq 4$ 。  
 $|2x - 3|$  的分界點是  $\frac{3}{2}$  不是 3。每一段解出來要和該段的範圍取交集。
- 10  $|x + 3| + |x - 2|$  是數線上  $x$  到  $-3$  的距離加上  $x$  到 2 的距離。 $x$  在  $-3$  和 2 之間時，兩段距離的和剛好是 5； $x$  在外面時大於 5，而且離得越遠越大，可以任意大。所以  $f(x)$  的值是所有大於或等於 5 的數。 $y = k$  和圖形沒有交點，就是  $f(x) = k$  沒有解，所以  $k < 5$ 。  
 $k = 5$  時有交點 ( $-3 \leq x \leq 2$  整段都是)，所以不含等號。

絕對值不等式的解是「兩個端點之外」或「兩個端點之間」時，先找中點和半徑寫成  $|x - \text{中點}|$  的形式，再乘上適當的數去對照題目的係數。

## 填充 6~9 (第 11~14 題)：對數的意義、算幾不等式、科學記號

- 11  $12 = 2^2 \times 3 \approx 10^{0.3010 \times 2 + 0.4771} = 10^{1.0791}$ ，所以  $12^{10} \approx 10^{10.791}$ 。 $10^x = 12^{10}$ ， $x = 10.791$ 。
- 12 由算幾不等式  $2^n + \frac{225}{2^n} \geq 2\sqrt{225} = 30$ ，等號要  $2^n = 15$ ，但  $n$  是自然數時  $2^n$  不會是 15，所以取不到 30，要找  $2^n$  最接近 15 的兩個： $n = 3$  時  $8 + \frac{225}{8} = 36.125$ ； $n = 4$  時  $16 + \frac{225}{16} = 30.0625$ 。其他的  $n$ ： $n = 1$  是  $2 + 112.5 = 114.5$ ， $n = 2$  是  $4 + 56.25 = 60.25$ ， $n \geq 5$  時  $2^n \geq 32$ ，整個式子大於 32。所以最小值是 30.0625 ( $n = 4$ )。  
算幾不等式的等號條件  $2^n = 15$  不成立，30 不是答案。 $30.0625 = \frac{481}{16}$ 。



- 13  $\sqrt[3]{49} = 7^{\frac{2}{3}}$ ，所以  $(\sqrt[3]{49})^{100} = 7^{\frac{200}{3}} \approx 10^{0.8451 \times \frac{200}{3}} = 10^{56.34} = 10^{0.34} \times 10^{56}$ 。所以  $n = 56$ ， $a = 10^{0.34}$ 。  
 $0.3010 < 0.34 < 0.4771$ ，所以  $2 < a < 3$ ， $m = 2$ 。  $m + n = 58$ 。  
 $0.8451 \times 200 = 169.02$ ，除以 3 得 56.34。 $a$  的整數部分要拿 0.34 和  $\log 2$ 、 $\log 3$  比。

- 14  $2\log y = 1$  得  $\log y = \frac{1}{2}$ ， $y = 10^{\frac{1}{2}} = \sqrt{10}$ ， $y^2 = 10$ 。代入  $x^{-\frac{1}{3}}y^2 = 1$ ： $x^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{10}$ ，即  $x^{\frac{1}{3}} = 10$ ，兩邊三次方得  $x = 1000$ 。所以  $x + y = 1000 + \sqrt{10}$ 。

### 填充 10~12 (第 15~17 題)：比大小、單位換算、解區間

- 15 都化成 10 的次方比指數。 $a = 2^{30} \approx 10^{0.3010 \times 30} = 10^{9.03}$ 。 $5 = \frac{10}{2} \approx 10^{1-0.3010} = 10^{0.6990}$ ， $b = 5^{14} \approx 10^{0.6990 \times 14} = 10^{9.786}$ 。 $6 = 2 \times 3 \approx 10^{0.7781}$ ， $c = 6^{12} \approx 10^{0.7781 \times 12} = 10^{9.3372}$ 。 $9.786 > 9.3372 > 9.03$ ，所以  $b > c > a$ 。

$\log 5$  沒有給，用  $5 = 10 \div 2$  得到  $1 - 0.3010 = 0.6990$ 。

- 16 先把單位統一成「每秒幾公尺」。高鐵時速 300 公里  $= \frac{300 \times 1000}{3600} = \frac{250}{3}$  (公尺 / 秒)。光速是它的  $3 \times 10^8 \div \frac{250}{3} = \frac{9 \times 10^8}{250} = 3.6 \times 10^6$  倍。所以  $a = 3.6$ 、 $n = 6$ ， $a + n = 9.6$ 。  
 一個是時速、公里，一個是秒速、公尺，要先換成同一種單位再相除。

- 17 解要形成區間， $b \geq 0$ ； $|3x - a| \leq b$  即  $a - b \leq 3x \leq a + b$ ， $\frac{a-b}{3} \leq x \leq \frac{a+b}{3}$ 。區間長度  $\frac{a+b}{3} - \frac{a-b}{3} = \frac{2b}{3} = 8$ ，所以  $b = 12$ 。 $x = 6$  不是解，就是  $|18 - a| \leq 12$  不成立，即  $|a - 18| > 12$ ， $a - 18 > 12$  或  $a - 18 < -12$ ，所以  $a > 30$  或  $a < 6$ 。

題目裡區間定義的  $[a, b]$  只是說明「長度」的記號，和不等式  $|3x - a| \leq b$  裡的  $a$ 、 $b$  是兩回事。

比大小、位數這類題目都先化成 10 的次方；沒有給的  $\log 5$ 、 $\log 6$  用  $5 = 10 \div 2$ 、 $6 = 2 \times 3$  拼出來。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



## 孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

## 費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：[royalblue-education.com](https://royalblue-education.com)

LINE 客服：@royalblue\_edu

本卷題目取自高師大附中 114 學年度上學期高一第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。

御藍教育  
ROYAL BLUE • EDUCATION



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：[royalblue-education.com/school-exams/nknush-114a-g10-1](https://royalblue-education.com/school-exams/nknush-114a-g10-1)