

內湖高中 114 學年度上學期 高一第一次段考



御藍教育

範圍：數與式、直線方程式（實數與根式、絕對值、指數與算幾不等式、常用對數、斜率與直線方程式）
單選題 3 題（12 分）、多選題 3 題（15 分）、填充題 12 題共 13 格（65 分）、計算題 1 題（8 分）

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/nhsh-114a-g10-1

一、單選題（占 12 分） 說明：第 1 題至第 3 題，每題 4 分。

1 如圖所示， $\overline{AB}$ ， $\overline{BC}$ ， $\overline{CD}$ ， $\overline{DE}$ ， $\overline{EA}$ 其斜率分別為 m_1 ， m_2 ， m_3 ， m_4 ， m_5 ，試比較其斜率。

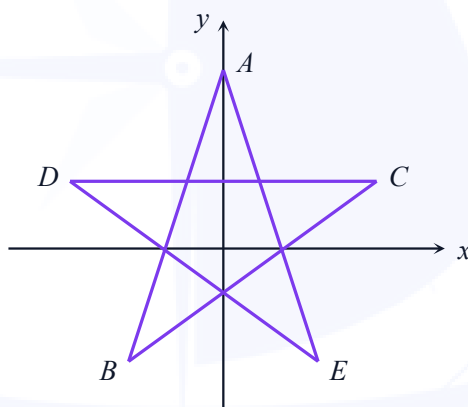
(1) $m_5 > m_2 > m_4 > m_1 > m_3$

(2) $m_4 > m_2 > m_5 > m_1 > m_3$

(3) $m_1 > m_2 > m_3 > m_4 > m_5$

(4) $m_3 > m_1 > m_5 > m_2 > m_4$

(5) $m_1 > m_2 > m_5 > m_3 > m_4$



2 設 a, b 是實數，且 $a < b$ ，試比較 $\frac{2a+b}{3}$ ， $\frac{2a+2b}{4}$ ， $\frac{3a+2b}{5}$ 三個數的大小。

(1) $\frac{2a+2b}{4} > \frac{3a+2b}{5} > \frac{2a+b}{3}$

(2) $\frac{2a+2b}{4} > \frac{3a+2b}{5} > \frac{2a+b}{3}$

(3) $\frac{3a+2b}{5} > \frac{2a+b}{3} > \frac{2a+2b}{4}$

(4) $\frac{2a+b}{3} > \frac{3a+2b}{5} > \frac{2a+2b}{4}$

(5) $\frac{2a+2b}{4} = \frac{3a+2b}{5} > \frac{2a+b}{3}$



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/nhsh-114a-g10-1

3 下列敘述中，哪個選項是正確的？

- (1) 若 a 是有理數，則 $\sqrt{a}$ 是無理數
- (2) 設 a, b 為無理數，則 ab 也是無理數
- (3) 設 a, b 為無理數， c, d 為有理數，若 $a + c = b + d$ ，則 $a = b$ 且 $c = d$
- (4) 設 a, b 為有理數，則 $a + b$ 與 ab 也是有理數
- (5) 若 a 是無理數，則 a^2 是有理數

二、多選題（占 15 分） 說明：第 4 題至第 6 題，每題 5 分。

4 下列關於科學記號及對數的敘述，請選出正確的選項。

- (1) 2.56×10^{-10} 的有效數字為三位
- (2) 3.14×10^9 為 9 位數
- (3) $10^{\log 58} = 58$
- (4) $\log 0.0041$ 介於 -4 與 -3 之間
- (5) $\log 3324$ 介於 3 與 4 之間

5 下列敘述中，選出正確的選項。

- (1) 若 x 為實數，則 $\sqrt{x^2} = x$
- (2) 若 x 為實數，則 $|x|$ 為正數
- (3) 設 a, b 為兩實數，則 $|a||b| = |ab|$
- (4) 在數線上， $A(a), B(b)$ 的距離等於 $|a - b|$
- (5) 設 a, b 為兩實數，則 $|a| + |b| = |a + b|$

6 下列關於直線方程式及其圖形的敘述，請選出正確的選項。

- (1) 直線 $4x + 5 = 0$ 的斜率為 0
- (2) $(2, 2), (6, 1), (14, -1)$ 三點在同一直線上
- (3) 直線 L_1, L_2 斜率分別為 $0.6, -3$ ，則 L_1 較陡
- (4) 直線 $L: \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 5$ 的 y 截距為 3
- (5) 斜率為 2， x 截距為 3 的直線方程式為 $y = 2x + 3$

三、填充題（占 65 分） 說明：第 7 題至第 18 題，每格 5 分。

7 設 $a > 0$ ，化簡 $\frac{\sqrt[5]{4a^{\frac{4}{5}}} \cdot a^{\frac{1}{2}}}{2^{-\frac{3}{5}} \cdot a \cdot \sqrt[10]{a^3}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



- 8 已知直線 $L: 3x - 2y = 0$ ，將 L 向左平移 5 單位，再向下平移 3 單位，得到直線 M ，則 M 方程式為 ____。(以一般式表示)

- 9 設 a, b 均為實數，若 $|ax - 6| \leq b$ 的解為 $-5 \leq x \leq 1$ ，則數對 $(a, b) =$ ____。

- 10 設 $\sqrt{14 + 4\sqrt{10}} = a + b$ ，其中 a 為正整數，且 $0 < b < 1$ ，則 $a + \frac{2}{b} =$ ____。

- 11 已知 $\log 2 \approx 0.3010$ ，試回答下列問題：(1) 將 2^{200} 乘開後是 ____ 位數。(2) 將 $\left(\frac{1}{2}\right)^{30}$ 化成小數，從小數點後第 ____ 位開始不為 0。

- 12 設 x, y, z 是實數， $xyz \neq 0$ ，且 $3^x = 7^y = (\sqrt[5]{21})^z$ ，求 $\frac{z}{x} + \frac{z}{y} =$ ____。

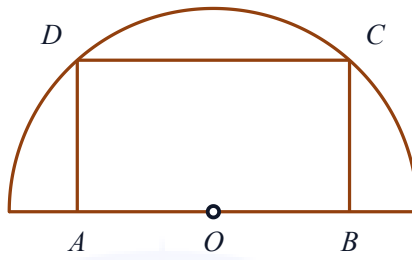
- 13 設 $a > 0, x$ 為實數，若 $a^{\frac{x}{2}} = \sqrt{5} + 2$ ，則 $\frac{a^{\frac{3x}{2}} - a^{\frac{-3x}{2}}}{a^x - a^{-x}} =$ ____。

- 14 已知 $A(9, 3), B(3, 7)$ ，則 $\overline{AB}$ 的中垂線之方程式為 ____。(以一般式表示)

- 15 已知 x 為有理數，若 $(15 + 2x) + x^2\sqrt{3} = (6 - x)\sqrt{3} + x^2$ ，則 $x =$ ____。



- 16 小娟打算在一個半徑為 6 公尺的半圓形花園內，用籬笆圍出一個矩形菜園，當此矩形菜園有最大面積為 M 平方公尺，此時菜園的長 $\overline{AB}$ 為 x 公尺，寬 $\overline{BC}$ 為 y 公尺，則數序 $(M, x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



- 17 放射性物質的質量會隨時間逐漸衰減，且無論從何時算起，質量衰減為原來的一半所經過的時間皆相同，稱為該物質的半衰期。設某種放射性物質的半衰期是 4 個月，且其質量目前是 2560 克，試問經過 4 年後，該放射性物質剩下的質量是 克。

- 18 目前國際使用芮氏規模來表示地震強度，設發生芮氏規模 M 時，地震震央所釋放出來的能量為 E （爾格），其關係為 $\log E = 11.8 + 1.5M$ 。已知 1964 年臺南白河地震的規模是 6.5，1935 年新竹關刀山地震的規模是 7.3，請問新竹關刀山地震所釋放出的能量是臺南白河地震的 倍。（四捨五入至整數位，已知 $10^{0.2} \approx 1.585$ ）

四、計算題（占 8 分） 說明：第 19 題，每題 8 分。

- 19 解不等式 $|x + 2| - 2|x - 1| \geq -6$ 。



網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/nhsh-114a-g10-1

答案一覽

- 第 1 題 (3)
第 2 題 (1)
第 3 題 (4)
第 4 題 (1)(3)(5)
第 5 題 (3)(4)
第 6 題 (2)
第 7 題 2
第 8 題 $3x - 2y + 9 = 0$
第 9 題 $(-3, 9)$
第 10 題 $11 + 2\sqrt{10}$
第 11 題 (1) 61 ; (2) 10
第 12 題 5
第 13 題 $\frac{19\sqrt{5}}{10}$
第 14 題 $3x - 2y - 8 = 0$
第 15 題 -3
第 16 題 $(36, 6\sqrt{2}, 3\sqrt{2})$
第 17 題 $\frac{5}{8}$
第 18 題 16
第 19 題 $-2 \leq x \leq 10$

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。(不用註冊)
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit (可以先把姓名、座號遮掉)



單選 1~3：斜率的大小、分點、有理數與無理數

- 1 答案 (3)。由左下往右上的線段斜率為正，越陡越大： $\overline{AB}$ 比 $\overline{BC}$ 陡，所以 $m_1 > m_2 > 0$ 。 $\overline{CD}$ 是水平線， $m_3 = 0$ 。由左上往右下的線段斜率為負，越陡越小： $\overline{EA}$ 比 $\overline{DE}$ 陡，所以 $m_5 < m_4 < 0$ 。合起來 $m_1 > m_2 > m_3 > m_4 > m_5$ 。

斜率為負時，越陡的線斜率越小（絕對值越大）。

- 2 答案 (1)。三個數都寫成「從 a 往 b 走幾分之幾」： $\frac{2a+b}{3} = a + \frac{1}{3}(b-a)$ ， $\frac{2a+2b}{4} = \frac{a+b}{2} = a + \frac{1}{2}(b-a)$ ， $\frac{3a+2b}{5} = a + \frac{2}{5}(b-a)$ 。因為 $b-a > 0$ 且 $\frac{1}{2} > \frac{2}{5} > \frac{1}{3}$ ，所以 $\frac{2a+b}{3} > \frac{3a+2b}{5} > \frac{2a+2b}{4}$ 。

流傳版本的選項 (1) 與 (2) 印成同一個式子，參考答案寫 (1)；本頁選項照卷面轉錄。

- 3 答案 (4)。(1) 錯： $a = 4$ 時 $\sqrt{a} = 2$ 是有理數。(2) 錯： $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$ 。(3) 錯：取 $a = \sqrt{2}$ 、 $c = 1$ 、 $b = \sqrt{2} + 1$ 、 $d = 0$ ，則 $a + c = b + d$ ，但 $a \neq b$ 。(4) 對：有理數對加法與乘法都有封閉性。(5) 錯： $a = \sqrt{2} + 1$ 時 $a^2 = 3 + 2\sqrt{2}$ 是無理數。

(3) 要成立，條件得是「 a 、 b 是同一個無理數的有理數倍」這一類，光說 a 、 b 是無理數不夠。

多選 4~6：科學記號與對數、絕對值、直線

- 4 答案 (1)(3)(5)。(1) 對：2.56 有三位有效數字。(2) 錯： $3.14 \times 10^9 = 3140000000$ 是 10 位數。(3) 對： $\log 58$ 就是「10 的幾次方等於 58」的那個次方。(4) 錯： $10^{-3} < 0.0041 < 10^{-2}$ ，所以 $\log 0.0041$ 介於 -3 與 -2 之間。(5) 對： $10^3 < 3324 < 10^4$ 。

$a \times 10^n$ ($1 \leq a < 10$, $n \geq 0$) 是 $n+1$ 位數。

- 5 答案 (3)(4)。(1) 錯： $\sqrt{x^2} = |x|$ ， $x = -1$ 時左邊是 1。(2) 錯： $x = 0$ 時 $|x| = 0$ 不是正數。(3) 對：這是絕對值的乘法性質。(4) 對：數線上兩點的距離就是坐標差的絕對值。(5) 錯： $a = 1$ 、 $b = -1$ 時左邊是 2、右邊是 0；一般只有 $|a| + |b| \geq |a+b|$ 。

- 6 答案 (2)。(1) 錯： $4x + 5 = 0$ 即 $x = -\frac{5}{4}$ ，是鉛直線，沒有斜率。(2) 對：前兩點的斜率 $\frac{1-2}{6-2} = -\frac{1}{4}$ ，後兩點的斜率 $\frac{-1-1}{14-6} = -\frac{1}{4}$ ，相等，三點共線。(3) 錯：陡不陡看斜率的絕對值， $|-3| > |0.6|$ ， L_2 較陡。(4) 錯：令 $x = 0$ 得 $-\frac{y}{3} = 5$ ， $y = -15$ ， y 截距是 -15 。(5) 錯： x 截距 3 表示過 $(3, 0)$ ，方程式是 $y = 2(x - 3) = 2x - 6$ 。

(4) 要先把右邊化成 1： $\frac{x}{10} + \frac{y}{-15} = 1$ ，才能直接讀出截距。

填充 7~10：指數律、平移、絕對值不等式、雙重根號

- 7 全部寫成指數：分子 $\sqrt[5]{4} = 2^{\frac{2}{5}}$ ， $a^{\frac{4}{5}} \cdot a^{\frac{1}{5}} = a^{\frac{13}{10}}$ ；分母 $a \cdot \sqrt[10]{a^3} = a^{1+\frac{3}{10}} = a^{\frac{13}{10}}$ 。 a 的部分約掉，剩下 $\frac{2^{\frac{2}{5}}}{2^{\frac{3}{5}}} = 2^{\frac{2}{5}+\frac{3}{5}} = 2$ 。

流傳版本題幹的根號橫線印得蓋到 a ，依答案應為根號只蓋住 4（即 $\sqrt[5]{4} \cdot a^{\frac{4}{5}}$ ），本頁題幹照此寫。

- 8 平移不改變斜率，所以 M 可設為 $3x - 2y = k$ 。 L 上的點 $(0, 0)$ 向左 5、向下 3 後到 $(-5, -3)$ ，代入得 $k = -15 + 6 = -9$ 。 $M: 3x - 2y + 9 = 0$ 。

也可以直接把 x 換成 $x+5$ 、 y 換成 $y+3$ ： $3(x+5) - 2(y+3) = 0$ 。



- 9 $|ax - 6| \leq b$ 即 $|x - \frac{6}{a}| \leq \frac{b}{|a|}$ ，解是以 $\frac{6}{a}$ 為中心、半徑 $\frac{b}{|a|}$ 的區間。 $-5 \leq x \leq 1$ 的中心是 -2 、半徑是 3 ，所以 $\frac{6}{a} = -2$ 得 $a = -3$ ； $\frac{b}{3} = 3$ 得 $b = 9$ 。 $(a, b) = (-3, 9)$ 。
驗算： $|-3x - 6| \leq 9$ 即 $|x + 2| \leq 3$ ，解為 $-5 \leq x \leq 1$ 。

- 10 $14 + 4\sqrt{10} = 14 + 2\sqrt{40}$ ，找兩數和 14 、積 40 ： 10 和 4 。所以 $\sqrt{14 + 4\sqrt{10}} = \sqrt{10} + 2$ 。 $3 < \sqrt{10} < 4$ ，故 $a = 5$ 、 $b = \sqrt{10} - 3$ 。 $\frac{2}{b} = \frac{2}{\sqrt{10} - 3} = \frac{2(\sqrt{10} + 3)}{10 - 9} = 2\sqrt{10} + 6$ ，所以 $a + \frac{2}{b} = 11 + 2\sqrt{10}$ 。

填充 11~15：位數、指數連等、乘法公式、中垂線

- 11 (1) $\log 2^{200} = 200 \times 0.3010 = 60.2$ ，所以 $10^{60} < 2^{200} < 10^{61}$ ，是 61 位數。(2) $\log \left(\frac{1}{2}\right)^{30} = -30 \times 0.3010 = -9.03 = -10 + 0.97$ ，所以 $\left(\frac{1}{2}\right)^{30} = 10^{0.97} \times 10^{-10}$ ，其中 $1 < 10^{0.97} < 10$ ，從小數點後第 10 位開始不為 0 。

負的對數值要拆成「負整數+介於 0 和 1 之間的小數」， -9.03 是 $-10 + 0.97$ ，不是 $-9 + 0.03$ 。

- 12 設 $3^x = 7^y = 21^{\frac{z}{x+y}} = k$ 。因為 $x \neq 0$ ，所以 $k \neq 1$ （且 $k > 0$ ）。各自開方： $3 = k^{\frac{1}{x}}$ ， $7 = k^{\frac{1}{y}}$ ， $21 = k^{\frac{z}{x+y}}$ 。
由 $3 \times 7 = 21$ 得 $k^{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} = k^{\frac{z}{x+y}}$ ，所以 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{z}{x+y}$ ，兩邊乘 z ： $\frac{z}{x} + \frac{z}{y} = 5$ 。

- 13 令 $t = a^{\frac{z}{x}} = \sqrt{5} + 2$ ，則 $t^{-1} = \frac{1}{\sqrt{5} + 2} = \sqrt{5} - 2$ 。所求 $= \frac{t^3 - t^{-3}}{t^2 - t^{-2}} = \frac{(t - t^{-1})(t^2 + 1 + t^{-2})}{(t - t^{-1})(t + t^{-1})} = \frac{t^2 + t^{-2} + 1}{t + t^{-1}}$ 。
 $t + t^{-1} = 2\sqrt{5}$ ， $t^2 + t^{-2} = (2\sqrt{5})^2 - 2 = 18$ ，所以答案是 $\frac{19}{2\sqrt{5}} = \frac{19\sqrt{5}}{10}$ 。

分子用立方差、分母用平方差，先約掉 $t - t^{-1}$ 再代數字。

- 14 中點 $\left(\frac{9+3}{2}, \frac{3+7}{2}\right) = (6, 5)$ 。 $\overline{AB}$ 的斜率 $\frac{7-3}{3-9} = -\frac{2}{3}$ ，中垂線與它垂直，斜率是 $\frac{3}{2}$ 。點斜式： $y - 5 = \frac{3}{2}(x - 6)$ ，整理得 $3x - 2y - 8 = 0$ 。

- 15 移項整理成 $(15 + 2x - x^2) + (x^2 + x - 6)\sqrt{3} = 0$ 。 x 是有理數，兩個括號都是有理數；若 $\sqrt{3}$ 的係數不為 0 ， $\sqrt{3}$ 就會等於有理數，矛盾。所以 $x^2 + x - 6 = 0$ 且 $x^2 - 2x - 15 = 0$ ，即 $(x + 3)(x - 2) = 0$ 且 $(x + 3)(x - 5) = 0$ ，共同解 $x = -3$ 。

兩個方程式要同時成立，只取共同的根。

填充 16~18：算幾不等式、半衰期、地震能量

- 16 矩形左右對稱於圓心 O 。設 $\overline{OB} = u$ 、 $\overline{BC} = v$ ， C 在半圓上，所以 $u^2 + v^2 = \overline{OC}^2 = 36$ ，面積是 $2uv$ 。由算幾不等式 $\frac{u^2 + v^2}{2} \geq \sqrt{u^2 v^2} = uv$ ，得 $uv \leq 18$ ，面積 $2uv \leq 36$ 。等號在 $u^2 = v^2 = 18$ ，即 $u = v = 3\sqrt{2}$ 時成立。所以 $M = 36$ ， $x = 2u = 6\sqrt{2}$ ， $y = v = 3\sqrt{2}$ 。

流傳版本題幹印作「寬 $\overline{AC}$ 」， $\overline{AC}$ 是對角線，依答案應為 $\overline{BC}$ 。

- 17 4 年是 48 個月，共經過 $48 \div 4 = 12$ 個半衰期。剩下 $2560 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{12} = \frac{2560}{4096} = \frac{5}{8}$ 克。
 $2560 = 5 \times 2^9$ ，除以 2^{12} 剩 $\frac{5}{2^3}$ 。

- 18 設新竹關刀山地震的能量為 E_1 、臺南白河地震為 E_2 。 $\log E_1 = 11.8 + 1.5 \times 7.3 = 22.75$ ， $\log E_2 = 11.8 + 1.5 \times 6.5 = 21.55$ 。所以 $\frac{E_1}{E_2} = \frac{10^{22.75}}{10^{21.55}} = 10^{1.2} = 10 \times 10^{0.2} \approx 15.85$ ，四捨五入為 16 倍。



計算 19：分段討論

- 19 以 $x = -2$ 、 $x = 1$ 分三段。① $x < -2$ ： $-(x+2) + 2(x-1) = x-4 \geq -6$ ，得 $x \geq -2$ ，與 $x < -2$ 沒有交集。② $-2 \leq x < 1$ ： $(x+2) + 2(x-1) = 3x \geq -6$ ，得 $x \geq -2$ ，這一段全部成立。③ $x \geq 1$ ： $(x+2) - 2(x-1) = 4-x \geq -6$ ，得 $x \leq 10$ ，即 $1 \leq x \leq 10$ 。合併得 $-2 \leq x \leq 10$ 。

流傳版本的參考答案寫 $-2 \leq x \leq 2$ ，但照卷面題幹代 $x = 5$ 得 $7 - 8 = -1 \geq -6$ 成立，本站重算為 $-2 \leq x \leq 10$ 。
。若題幹是 $|x+2| + 2|x-1| \leq 6$ ，解才會是 $-2 \leq x \leq 2$ 。

絕對值不等式分段時，每一段解出來的範圍都要和那一段的前提提取交集，最後再合併。



御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自內湖高中 114 學年度上學期高一第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。

御藍教育
ROYAL BLUE • EDUCATION



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/nhsh-114a-g10-1