

# 興大附中 114 學年度上學期 高二第一次段考



御藍教育

範圍：三角函數（弧度量、三角函數的圖形、和差角與倍角公式、正餘弦的疊合） · 單選題 4 題（24 分）、多選題 2 題（16 分）、選填題 7 題（49 分）、混合題 1 題 3 小題（11 分）

班級 \_\_\_\_\_ 座號 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 得分 \_\_\_\_\_

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：[royalblue-education.com/school-exams/nchush-114a-g11a-1](http://royalblue-education.com/school-exams/nchush-114a-g11a-1)

**第壹部分：選擇題（占 40 分）一、單選題（占 24 分）：**第 1 題至第 4 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1  $\tan \pi^2$  的值落在以下哪一個區間？

- (1)  $(-\infty, -\sqrt{3}]$
- (2)  $(-\sqrt{3}, 0]$
- (3)  $(0, \frac{1}{\sqrt{3}})$
- (4)  $[\frac{1}{\sqrt{3}}, 1)$
- (5)  $[1, \infty)$

2 若小寶早上起床時發現時間為上午 7 點整，他覺得可以跟自己的自律來一場豪賭，決定再多睡一下，當他下一次睜開眼的時候發現還沒超過當日上午 8 點，且此刻時針跟分針恰好重合在一起，則小寶多睡的時間最接近幾分鐘？

- (1) 36
- (2) 37
- (3) 38
- (4) 39
- (5) 40

3 已知  $\frac{5\pi}{2} < \theta < 3\pi$ ，試化簡  $\sqrt{1 + \sin \theta} + \sqrt{1 - \sin \theta}$  的值為下列何者？

- (1) 2
- (2)  $-2 \cos \frac{\theta}{2}$
- (3)  $2 \cos \frac{\theta}{2}$
- (4)  $2 \sin \frac{\theta}{2}$
- (5)  $-2 \sin \frac{\theta}{2}$

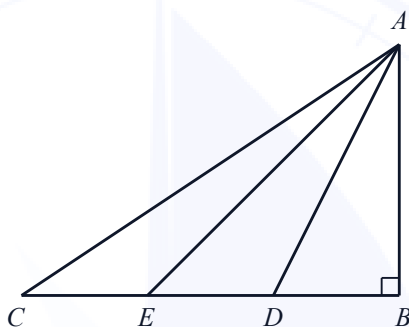


勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：[royalblue-education.com/school-exams/nchush-114a-g11a-1](http://royalblue-education.com/school-exams/nchush-114a-g11a-1)

- 4 如圖， $\triangle ABC$  中， $\angle B = 90^\circ$ ，且  $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{EC} = \frac{1}{2}\overline{AB}$ ，若  $\angle CAE = \alpha$ ， $\angle DAE = \beta$ ，則  $\tan(\beta - \alpha)$  為以下哪一個選項？

- (1)  $\frac{1}{8}$
- (2)  $\frac{1}{7}$
- (3)  $\frac{1}{6}$
- (4)  $\frac{1}{5}$
- (5)  $\frac{1}{4}$



二、多選題（占 16 分）：第 5 題至第 6 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

- 5 設函數  $y = f(x) = 2\sin \pi x + 2\cos\left(\pi x + \frac{\pi}{6}\right)$ ，其中  $x$  為任意實數，試選出正確的選項。

- (1)  $f\left(\frac{1}{\pi}\right) < 0$
- (2)  $y = f(x)$  的最大值為 2
- (3)  $y = f(x)$  週期為 1
- (4)  $y = f(x)$  圖形對稱於直線  $x = \frac{1}{6}$
- (5)  $y = f(x)$  和  $y = x^2 + \sqrt{3}$  恰有一交點



6 下列有關三角函數圖形的平移與伸縮，哪些敘述是正確的？

(1)  $y = \sin(x - 5)$  的圖形可利用  $y = \sin x$  向左平移 5 徑得到。

(2)  $y = \sin(2x - 5)$  的圖形可利用  $y = \sin x$  以  $y$  軸為中心縮小為原本的  $\frac{1}{2}$  倍，再向右平移 5 徑得到。

(3)  $y = \sin(2x - 5)$  的圖形可利用  $y = \sin x$  向右平移 5 徑，再以  $y$  軸為中心縮小為原本的  $\frac{1}{2}$  倍得到。

(4)  $y = 2 \sin x + 3$  的圖形可利用  $y = \sin x$  的圖形先向上平移 3 單位，再以  $x$  軸為中心，鉛直方向延伸為原本的 2 倍得到。

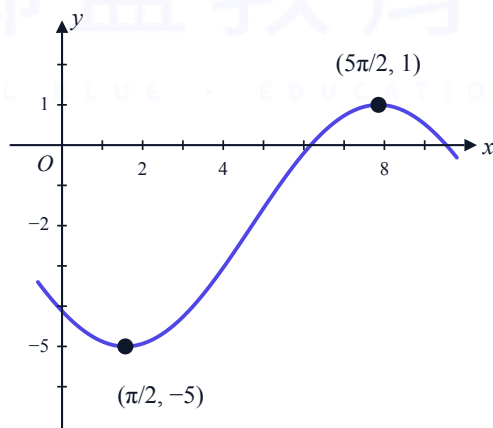
(5)  $y = 2 \sin x + 3$  的圖形可利用  $y = \sin x$  的圖形先以  $x$  軸為中心，鉛直方向延伸為原本的 2 倍，再向上平移 3 單位得到。

第貳部分：選填題 (49 分) 三、選填題 (占 49 分)：1. 第 A 至 G 題，將答案畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」所標示的列號 (7-23)。2. 每題完全答對給 7 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。3. 若答案為分數，皆須化為最簡分數；若答案內有根號，皆須化為最簡根式。(本頁第 7~13 題依序為原卷的 A~G 題)

7 計算  $\sin 115^\circ \cos 95^\circ + \cos 245^\circ \sin 85^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(原卷的答案格式為  $\frac{\circ\circ}{\circ}$ )

8 設  $\theta$  為兩直線  $L_1: x - 5y = 114$  與  $L_2: 2x - y = 2025$  的夾角，且  $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ，則  $\tan \theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(原卷的答案格式為  $\frac{\circ}{\circ}$ )

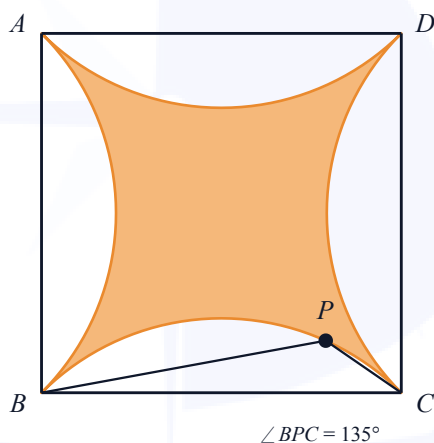
9 右圖為函數  $y = a \sin(bx - c) + d$  的部分圖形，其中  $a > 0, b > 0$  且  $0 < c < \pi$ ，則  $a + b + c + d = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(原卷的答案格式為  $\frac{\circ}{\circ} + \frac{\circ}{\circ}\pi$ ；圖中標出的兩點為最低點  $(\frac{\pi}{2}, -5)$  與最高點  $(\frac{5\pi}{2}, 1)$ )



- 10 設  $0 < \theta < \frac{3\pi}{2}$ ，試求滿足  $\sin 2\theta = \sqrt{3} \cos \theta$  之  $\theta$  總和為 \_\_\_\_。(原卷的答案格式為  $\frac{\bigcirc}{\bigcirc}\pi$ )

- 11 已知  $0 \leq x \leq 4\pi$ ，則方程式  $\sin x = \frac{1}{5}$  的所有實數解總和為 \_\_\_\_。(原卷的答案格式為  $\bigcirc\pi$ )

- 12 如圖中，正方形  $ABCD$  之每邊長為 1，每一弓形的內接角均為  $135^\circ$  (如圖中所示： $\angle BPC = 135^\circ$ ， $P$  為  $\widehat{BC}$  上任意一點)，試求中央部分鋪色區域的面積為 \_\_\_\_。(原卷的答案格式為  $\bigcirc - \frac{\bigcirc}{\bigcirc}\pi$ )



- 13 在  $\triangle ABC$  中，已知  $\angle A, \angle B, \angle C$  的對邊長度分別為  $a, b, c$ ，且  $a = 7$ ， $\sin A = \frac{7}{25}$ ， $\cos B = -\frac{3}{5}$ ，則  $\triangle ABC$  的面積之值為 \_\_\_\_。

第參部分：混合題 (11 分)：1. 第 1 小題請將答案畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」所標示的列號 (24-25)。2. 第 2 至 3 小題請使用黑色或藍色原子筆在標示題號手寫卷內作答。請由左而右



橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分，只寫答案不予計分。(本頁第 14~16 題依序為原卷混合題的第 1~3 小題)

混合題 已知  $f(x) = 5 \sin^2 x + 12 \sin x \cos x + 17 \cos^2 x$ ， $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 。

- 14 1. (2 分) 請將  $f(x)$  化為  $f(x) = a \sin 2x + b \cos 2x + c$  的形式，其中  $a, b, c$  為實數。則  $a + b + c =$  \_\_\_\_。(請於答案卡上劃記答案)

- 15 2. (非選擇題，3 分) 請將  $f(x)$  化為  $f(x) = p \sin(2x + \theta) + q$  的形式，其中  $p > 0$ ， $0 \leq \theta < 2\pi$ ，試求  $(p, \theta, q)$ 。

- 16 3. (非選擇題，6 分) 試求  $f(x)$  的最大值與最小值，並求其對應的  $x$  值。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：[royalblue-education.com/school-exams/nchush-114a-g11a-1](http://royalblue-education.com/school-exams/nchush-114a-g11a-1)

## 答案一覽

第 1 題 (3)

第 2 題 (3)

第 3 題 (5)

第 4 題 (1)

第 5 題 (2)(4)

第 6 題 (3)(5)

第 7 題  $-\frac{1}{2}$

第 8 題  $\frac{9}{7}$

第 9 題  $\frac{3}{2} + \frac{3}{4}\pi$

第 10 題  $\frac{3}{2}\pi$

第 11 題  $6\pi$

第 12 題  $2 - \frac{1}{2}\pi$

第 13 題 42

第 14 題 23

第 15 題  $(p, \theta, q) = (6\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}, 11)$

第 16 題  $x = \frac{\pi}{8}$  時有最大值  $11 + 6\sqrt{2}$  ;  $x = \frac{\pi}{2}$  時有最小值 5

### 對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。(不用註冊)
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：[royalblue-education.com/school-exams/submit](http://royalblue-education.com/school-exams/submit) (可以先把姓名、座號遮掉)



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：[royalblue-education.com/school-exams/nchush-114a-g11a-1](http://royalblue-education.com/school-exams/nchush-114a-g11a-1)

## 單選 1~4：弧度的估計、時鐘、倍角配方、正切的差角公式

- 1 答案 (3)。  $\pi^2$  是弧度。正切函數的週期是  $\pi$ ，所以  $\tan \pi^2 = \tan(\pi^2 - 3\pi) = \tan(\pi(\pi - 3))$ 。因為  $3 < \pi < 3 + \frac{1}{6}$ ，所以  $0 < \pi - 3 < \frac{1}{6}$ ， $0 < \pi(\pi - 3) < \frac{\pi}{6}$ 。正切函數在 0 到  $\frac{\pi}{2}$  之間遞增，所以  $\tan 0 < \tan \pi^2 < \tan \frac{\pi}{6}$ ，即  $0 < \tan \pi^2 < \frac{1}{\sqrt{3}}$ 。

$\pi^2 \approx 9.87$ ， $3\pi \approx 9.42$ ，相差約 0.45 弧度（約  $25.5^\circ$ ）。先減去週期的整數倍，把角度搬到熟悉的範圍再比。

- 2 答案 (3)。分針每分鐘轉  $\frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$ ，時針每分鐘轉  $\frac{30^\circ}{60} = 0.5^\circ$ 。7 點整時，時針在分針前方  $7 \times 30^\circ = 210^\circ$ 。設過了  $t$  分鐘兩針重合，分針要多轉  $210^\circ$ ： $6t - 0.5t = 210$ ， $t = \frac{420}{11} = 38\frac{2}{11} \approx 38.2$ 。這個時刻在 8 點之前，最接近 38 分鐘。

時針在這段時間也在走，不能只算分針走到「7」的位置（那是 35 分鐘）。

- 3 答案 (5)。由  $\sin^2 \frac{\theta}{2} + \cos^2 \frac{\theta}{2} = 1$  與倍角公式  $\sin \theta = 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}$ ， $1 \pm \sin \theta = \left( \sin \frac{\theta}{2} \pm \cos \frac{\theta}{2} \right)^2$ ，所以原式 =  $\left| \sin \frac{\theta}{2} + \cos \frac{\theta}{2} \right| + \left| \sin \frac{\theta}{2} - \cos \frac{\theta}{2} \right|$ 。由  $\frac{5\pi}{2} < \theta < 3\pi$  得  $\frac{5\pi}{4} < \frac{\theta}{2} < \frac{3\pi}{2}$ ，在第三象限， $\sin \frac{\theta}{2} < 0$ 、 $\cos \frac{\theta}{2} < 0$ ，且在這個範圍內  $\sin \frac{\theta}{2} < \cos \frac{\theta}{2}$ （例如  $\frac{\theta}{2}$  接近  $\frac{3\pi}{2}$  時，正弦接近  $-1$ 、餘弦接近 0）。所以第一個絕對值為  $-\sin \frac{\theta}{2} - \cos \frac{\theta}{2}$ ，第二個為  $\cos \frac{\theta}{2} - \sin \frac{\theta}{2}$ ，相加得  $-2 \sin \frac{\theta}{2}$ 。

$\sqrt{A^2} = |A|$ ，去絕對值要看  $\frac{\theta}{2}$  的範圍而不是  $\theta$  的範圍。第三象限以  $\frac{5\pi}{4}$  為界：超過  $\frac{5\pi}{4}$  之後正弦比餘弦小。

- 4 答案 (1)。設  $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{EC} = 1$ ，則  $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{BE} = 2$ ， $\overline{BC} = 3$ 。在直角三角形中， $\tan \angle BAD = \frac{1}{2}$ ， $\tan \angle BAE = \frac{2}{2} = 1$ ， $\tan \angle BAC = \frac{3}{2}$ 。 $\beta = \angle BAE - \angle BAD$ ， $\tan \beta = \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + 1 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$ ； $\alpha = \angle BAC - \angle BAE$ ， $\tan \alpha = \frac{\frac{3}{2} - 1}{1 + \frac{3}{2} \cdot 1} = \frac{1}{5}$ 。所以  $\tan(\beta - \alpha) = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{5}}{1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}} = \frac{\frac{2}{15}}{\frac{16}{15}} = \frac{1}{8}$ 。

$\alpha$ 、 $\beta$  都不在直角三角形裡，先寫成「以  $\overline{AB}$  為一邊的兩個角相減」，那些角的正切值可以直接從邊長讀出來。

不在直角三角形裡的角，拆成兩個讀得出正切值的角相減，再用差角公式。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



## 多選 5~6：疊合後的函數性質、平移與伸縮的順序

- 5 答案 (2)(4)。先用和角公式展開： $2 \cos\left(\pi x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \cos \pi x - \sin \pi x$ ，所以  $f(x) = \sin \pi x + \sqrt{3} \cos \pi x = 2 \left( \frac{1}{2} \sin \pi x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \pi x \right) = 2 \sin\left(\pi x + \frac{\pi}{3}\right)$ 。(1)  $f\left(\frac{1}{\pi}\right) = 2 \sin\left(1 + \frac{\pi}{3}\right)$ ， $1 + \frac{\pi}{3} \approx 2.05$  在 0 與  $\pi$  之間，正弦值為正，錯。(2) 最大值為 2，對。(3) 週期為  $\frac{2\pi}{\pi} = 2$ ，錯。(4)  $x = \frac{1}{6}$  時  $\pi x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$ ， $f\left(\frac{1}{6}\right) = 2$  是最大值，圖形對稱於通過最高點的鉛直線  $x = \frac{1}{6}$ ，對。(5)  $x = 0$  時兩者都等於  $\sqrt{3}$ ，是一個交點； $x = \frac{1}{6}$  時  $f = 2$ ，而  $x^2 + \sqrt{3} = \frac{1}{36} + \sqrt{3} \approx 1.76$ ，正弦曲線在上； $x = \frac{1}{2}$  時  $f = 2 \sin \frac{5\pi}{6} = 1$ ，而  $x^2 + \sqrt{3} \approx 1.98$ ，拋物線在上。兩個圖形都連續不斷，所以在  $\frac{1}{6}$  與  $\frac{1}{2}$  之間還有一個交點，交點不只一個，錯。

(5) 兩個圖形在  $x = 0$  只是相交，不是相切：過了  $x = 0$  之後正弦曲線先跑到拋物線上方，之後降下來時一定會再交一次。(1) 的  $\frac{1}{\pi}$  代入後角度是  $1 + \frac{\pi}{3}$  弧度，這裡的 1 是 1 弧度。

- 6 答案 (3)(5)。向右平移  $h$  是把  $x$  換成  $x - h$ ；以  $y$  軸為中心水平縮小為  $\frac{1}{2}$  倍是把  $x$  換成  $2x$ ；每一步都只對  $x$  本身代換。(1)  $y = \sin(x - 5)$  是向右平移 5，錯。(2) 先縮小得  $y = \sin 2x$ ，再向右平移 5 得  $y = \sin 2(x - 5) = \sin(2x - 10)$ ，錯。(3) 先向右平移 5 得  $y = \sin(x - 5)$ ，再縮小得  $y = \sin(2x - 5)$ ，對。(4) 先向上平移 3 得  $y = \sin x + 3$ ，再鉛直伸長 2 倍得  $y = 2(\sin x + 3) = 2 \sin x + 6$ ，錯。(5) 先鉛直伸長 2 倍得  $y = 2 \sin x$ ，再向上平移 3 得  $y = 2 \sin x + 3$ ，對。

若要先縮小再平移得到  $y = \sin(2x - 5) = \sin 2\left(x - \frac{5}{2}\right)$ ，平移量是  $\frac{5}{2}$  而不是 5。

平移與伸縮換了順序，結果通常不同；一步一步把式子寫出來最不會錯。

## 選填 7~10（原卷 A~D）：和角公式、兩直線夾角、由圖形定係數、三角方程式

- 7 把角度都換成  $65^\circ$  與  $85^\circ$ ： $\sin 115^\circ = \sin(180^\circ - 65^\circ) = \sin 65^\circ$ ， $\cos 95^\circ = \cos(180^\circ - 85^\circ) = -\cos 85^\circ$ ， $\cos 245^\circ = \cos(180^\circ + 65^\circ) = -\cos 65^\circ$ 。原式  $= -\sin 65^\circ \cos 85^\circ - \cos 65^\circ \sin 85^\circ = -\sin(65^\circ + 85^\circ) = -\sin 150^\circ = -\frac{1}{2}$ 。

答案格式的三个圓圈依序填負號、1、2。

- 8  $L_1$  的斜率為  $\frac{1}{5}$ ， $L_2$  的斜率為 2。設兩直線的斜角分別為  $\theta_1$ 、 $\theta_2$ ，則  $\tan \theta_1 = \frac{1}{5}$ ， $\tan \theta_2 = 2$ 。  
 $\tan(\theta_2 - \theta_1) = \frac{2 - \frac{1}{5}}{1 + 2 \cdot \frac{1}{5}} = \frac{\frac{9}{5}}{\frac{7}{5}} = \frac{9}{7}$ 。這個值是正的， $\theta_2 - \theta_1$  就是兩直線所夾的銳角，所以  $\tan \theta = \frac{9}{7}$ 。

夾角只跟斜率有關，常數項 114、2025 不影響。若算出來是負的，表示算到的是鈍角那一個夾角，取絕對值就是銳角的正切值。



- 9 最高點的  $y$  坐標是 1，最低點是  $-5$ ，所以  $d = \frac{1+(-5)}{2} = -2$ ， $a = \frac{1-(-5)}{2} = 3$ 。相鄰的最低點與最高點相距半個週期： $\frac{5\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = 2\pi$ ，週期為  $4\pi$ ， $b = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2}$ 。最高點在  $x = \frac{5\pi}{2} : \frac{1}{2} \cdot \frac{5\pi}{2} - c = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$  ( $k$  為整數)， $c = \frac{3\pi}{4} - 2k\pi$ ；由  $0 < c < \pi$  得  $c = \frac{3\pi}{4}$ 。所以  $a + b + c + d = 3 + \frac{1}{2} + \frac{3\pi}{4} - 2 = \frac{3}{2} + \frac{3}{4}\pi$ 。  
 驗算： $x = \frac{\pi}{2}$  時  $\frac{\pi}{4} - \frac{3\pi}{4} = -\frac{\pi}{2}$ ， $y = 3 \cdot (-1) - 2 = -5$ ，確實是最低點。

- 10 用倍角公式  $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$ ，移項得  $\cos\theta(2\sin\theta - \sqrt{3}) = 0$ ，所以  $\cos\theta = 0$  或  $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 。在  $0 < \theta < \frac{3\pi}{2}$  內： $\cos\theta = 0$  得  $\theta = \frac{\pi}{2}$  ( $\frac{3\pi}{2}$  不在範圍內)； $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$  得  $\theta = \frac{\pi}{3}$  或  $\frac{2\pi}{3}$ 。總和為  $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} = \frac{3}{2}\pi$ 。  
 兩邊不能直接約掉  $\cos\theta$ ，否則會漏掉  $\cos\theta = 0$  的解  $\theta = \frac{\pi}{2}$ 。

解三角方程式時把式子移到同一邊分解，不要約掉可能為 0 的因式。

### 選填 11~13 (原卷 E~G)：解的對稱性、弓形面積、三角形的第三個角

- 11 在  $0 \leq x \leq 2\pi$  內， $y = \sin x$  的圖形與水平線  $y = \frac{1}{5}$  交於兩點，這兩點對稱於直線  $x = \frac{\pi}{2}$ ，設較小的解為  $\alpha$  ( $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ )，另一個解為  $\pi - \alpha$ ，兩解的和為  $\pi$ 。正弦函數的週期是  $2\pi$ ，在  $2\pi \leq x \leq 4\pi$  內的兩個解為  $2\pi + \alpha$  與  $3\pi - \alpha$ ，和為  $5\pi$ 。四個解的總和為  $\pi + 5\pi = 6\pi$ 。

不必求出  $\alpha$  是多少；成對的解相加時  $\alpha$  會消掉。端點  $0$ 、 $2\pi$ 、 $4\pi$  的正弦值是  $0$ ，都不是解。

- 12 看  $\overline{BC}$  上的弓形。圓周角  $\angle BPC = 135^\circ$  所對的弧 (不含  $P$  的那一段) 為  $270^\circ$ ，所以含  $P$  的弧  $BC$  為  $90^\circ$ ，圓心角為  $90^\circ = \frac{\pi}{2}$ 。設半徑為  $r$ ，圓心與  $B$ 、 $C$  構成等腰直角三角形，斜邊  $\overline{BC} = 1$ ，所以  $r = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ， $r^2 = \frac{1}{2}$ 。一個弓形的面積 = 扇形 - 三角形 =  $\frac{1}{2}r^2 \cdot \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}r^2 = \frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}$ 。四個弓形共  $\frac{\pi}{2} - 1$ ，鋪色區域的面積 =  $1 - (\frac{\pi}{2} - 1) = 2 - \frac{1}{2}\pi$ 。

原卷題幹印作「 $P$  為  $\overline{BC}$  上任意一點」；依附圖， $P$  在弓形的弧上 (弧  $BC$ )，本頁題幹已寫成弧。相鄰兩個弓形的弧在正方形的頂點相切 (兩弧在頂點處的切線都與邊夾  $45^\circ$ ，恰為對角線方向)，在正方形內不重疊，所以四個弓形的面積可以直接相加。

- 13  $\cos B < 0$ ，所以  $\angle B$  是鈍角， $\sin B = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$ ；三角形只能有一個鈍角，所以  $\angle A$  是銳角， $\cos A = \sqrt{1 - \frac{49}{625}} = \frac{24}{25}$ 。由正弦定理  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ ： $b = 7 \cdot \frac{4}{5} \div \frac{7}{25} = 20$ 。 $\sin C = \sin(180^\circ - A - B) = \sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B = \frac{7}{25} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) + \frac{24}{25} \cdot \frac{4}{5} = \frac{75}{125} = \frac{3}{5}$ 。面積 =  $\frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 20 \cdot \frac{3}{5} = 42$ 。  
 $\sin A = \frac{7}{25}$  本身看不出  $\angle A$  是銳角還是鈍角，要靠「 $\angle B$  已經是鈍角」來決定  $\cos A$  取正。

三角形的第三個角用  $180^\circ$  減去另外兩角，正弦值就是另外兩角和的正弦。



混合題 14~16 (原卷混合題第 1~3 小題)：降次、疊合、限制範圍的極值

- 14 用倍角公式降次： $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$ ， $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$ ， $\sin x \cos x = \frac{\sin 2x}{2}$ 。  $f(x) = 5 \cdot \frac{1 - \cos 2x}{2} + 12 \cdot \frac{\sin 2x}{2} + 17 \cdot \frac{1 + \cos 2x}{2} = 6 \sin 2x + 6 \cos 2x + 11$ 。所以  $a = 6$ ， $b = 6$ ， $c = 11$ ， $a + b + c = 23$ 。

$\cos 2x$  的係數是  $\frac{17-5}{2} = 6$ ，常數項是  $\frac{17+5}{2} = 11$ 。

- 15 由上一小題， $f(x) = 6 \sin 2x + 6 \cos 2x + 11$ 。 $\sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}$ ，提出來： $f(x) = 6\sqrt{2} \left( \sin 2x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \cos 2x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right) + 11 = 6\sqrt{2} \left( \sin 2x \cos \frac{\pi}{4} + \cos 2x \sin \frac{\pi}{4} \right) + 11 = 6\sqrt{2} \sin \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right) + 11$ 。所以  $(p, \theta, q) = (6\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}, 11)$ 。

$\theta$  要同時滿足  $\cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$  與  $\sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，在  $0 \leq \theta < 2\pi$  內只有  $\frac{\pi}{4}$ 。原卷評分標準：有寫出疊合過程 1 分，三個數全寫對 2 分。

- 16  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  時， $\frac{\pi}{4} \leq 2x + \frac{\pi}{4} \leq \frac{5\pi}{4}$ 。在這個範圍內， $\sin \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right)$  的最大值是 1，發生在  $2x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ ，即  $x = \frac{\pi}{8}$ ，此時  $f(x)$  有最大值  $6\sqrt{2} + 11$ 。最小值發生在右端點  $2x + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$ ，即  $x = \frac{\pi}{2}$ ， $\sin \frac{5\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，此時  $f(x)$  有最小值  $6\sqrt{2} \cdot \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \right) + 11 = 5$ 。

角度只走到  $\frac{5\pi}{4}$ ，到不了  $\frac{3\pi}{2}$ ，所以最小值不是  $11 - 6\sqrt{2}$ 。驗算： $x = \frac{\pi}{2}$  代回原式， $f = 5 \cdot 1 + 0 + 0 = 5$ ；另一個端點  $x = 0$  時  $f = 17$ ，介於兩者之間。

疊合之後先把括號裡的角度範圍算出來，再看正弦值在那一段的最高與最低。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



## 孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

## 費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：[royalblue-education.com](https://royalblue-education.com)

LINE 客服：@royalblue\_edu

本卷題目取自興大附中 114 學年度上學期高二第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。

御藍教育  
ROYAL BLUE • EDUCATION



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：[royalblue-education.com/school-exams/nchush-114a-g11a-1](https://royalblue-education.com/school-exams/nchush-114a-g11a-1)