

羅東高中 114 學年度上學期 高二第一次段考



御藍教育

範圍：三角函數（弧度量、三角函數的圖形、和差角與倍角公式、正餘弦的疊合） · 單選題 4 題（16 分）、
多選題 3 題（21 分）、填充題 10 題共 11 格（55 分）；流傳版本卷面所印配分合計 92 分

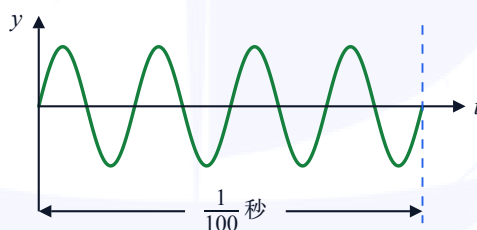
班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/ltsh-114a-g11a-1

一、單選題（占 16 分）說明：第 1 題至第 4 題，每題 4 分。

- 1 大部分的聲音，由好幾種頻率混合而成，波形複雜。而音叉振動時，只會發出單一頻率，波形最為單純，因此可做為調音的工具。下圖為音叉發出的聲音在儀器上的圖形，其中 y 為震動的位移（公分）， t 為時間（秒），假設其波形為正弦函數的圖形 $y = \sin at$ ，試回答以下問題：正弦函數 $y = \sin at$ 的圖形之週期為下列哪一個選項？

- (1) $\frac{1}{100}$ 秒
- (2) $\frac{1}{200}$ 秒
- (3) $\frac{1}{300}$ 秒
- (4) $\frac{1}{400}$ 秒
- (5) $\frac{1}{500}$ 秒



- 2 設 $a = \sin 2$ ，則下列選項何者正確？

- (1) $\frac{-\sqrt{3}}{2} < a < \frac{-1}{2}$
- (2) $\frac{-1}{2} < a < 0$
- (3) $0 < a < \frac{1}{2}$
- (4) $\frac{1}{2} < a < \frac{\sqrt{3}}{2}$
- (5) $\frac{\sqrt{3}}{2} < a < 1$



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/ltsh-114a-g11a-1

- 3 設函數 $f(x) = 2\sqrt{3}\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 4\cos x + 3$, $0 \leq x \leq \pi$, 若 $f(x)$ 的最大值為 M , 最小值為 m , 則 $M - m = ?$
- (1) 2
(2) 3
(3) 4
(4) 5
(5) 7

- 4 設 $0 \leq \theta \leq 2\pi$ 。已知所有滿足 $\sin 2\theta > \sin \theta$ 且 $\cos 2\theta > \cos \theta$ 的 θ 可表為 $a\pi < \theta < b\pi$, 其中 a, b 為實數, 試問 $b - a$ 值為何?
- (1) $\frac{1}{3}$
(2) $\frac{1}{2}$
(3) $\frac{2}{3}$
(4) $\frac{3}{4}$
(5) 1

二、多選題 (占 21 分) 說明：第 5 題至第 7 題，每題 7 分。(7-4.2-1.4-0)

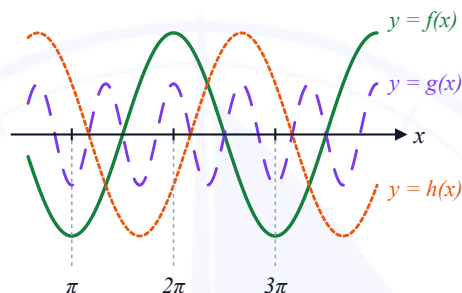
- 5 下列選項何者正確？
- (1) $\frac{\tan 80^\circ + \tan 40^\circ}{1 - \tan 80^\circ \tan 40^\circ} = -\sqrt{3}$
(2) $2 \sin 7.5^\circ \cos 7.5^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$
(3) $2 \sin^2 75^\circ - 1 = \cos 150^\circ$
(4) $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
(5) $\frac{\tan 10^\circ}{1 - \tan^2 10^\circ} = \tan 20^\circ$

御藍教育
ROYAL BLUE · EDUCATION



6 如圖是 $y = 2 \cos x$, $y = \cos 3x$, $y = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ 的部分圖形，下列哪些敘述正確？

- (1) $y = f(x)$ 與 $y = h(x)$ 的週期相同
- (2) $y = \cos 3x$ 圖形為 $y = f(x)$
- (3) $y = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ 圖形為 $y = f(x)$
- (4) $2 \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ 的圖形向左平移 $\frac{2\pi}{3}$ ，即得 $y = 2 \cos x$ 的圖形
- (5) $y = \cos 3x$ 的圖形水平伸縮 $\frac{1}{3}$ 倍，再鉛直伸縮 2 倍，即得 $y = 2 \cos x$ 的圖形

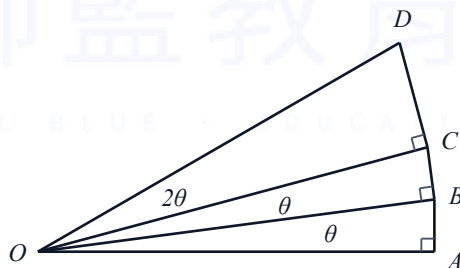


7 已知直線 $x = \frac{5\pi}{18}$ 為函數 $f(x) = a \sin 3x - \cos 3x$ 圖形的對稱軸，試選出正確的選項。

- (1) 函數 $f(x)$ 的圖形與 y 軸的交點為 $(0, 1)$
- (2) 函數 $f(x)$ 的週期為 $\frac{2\pi}{3}$
- (3) 函數 $f(x)$ 的振幅為 $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (4) 函數 $f(x)$ 的最大值為 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
- (5) 函數 $f(x)$ 的圖形對稱於點 $\left(\frac{4\pi}{9}, 0\right)$

三、填充題（占 55 分）說明：第 8 題至第 17 題，每格 5 分。

8 圖是由三個直角三角形堆疊而成的圖形，其中 $\theta = 7.5^\circ$ 。已知 $\overline{OD} = 16$ ， $\angle COB = \angle BOA = \theta$ ， $\angle DOC = 2\theta$ ，求 $\overline{AB}$ 長 = _____。



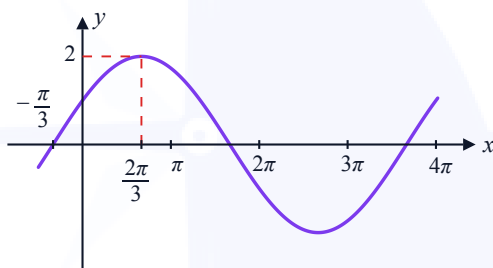
9 求 $\sqrt{2} \cos \frac{5\pi}{4} + \sin \frac{3\pi}{2} - \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \sin^2 \frac{2\pi}{3} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



- 10 方程式 $\sin x = \frac{-2}{3}$ ，試問：(1) 在 $0 \leq x \leq 4\pi$ 內有 ____ 個實根。(2) 承 (1)，這些實根總和為 ____ π 。

- 11 $y = \sin x$ 和 $y = \sin 2x$ 的函數圖形在 $-2\pi \leq x \leq 2\pi$ 時有 ____ 個交點。

- 12 若函數 $f(x) = 2 \sin\left(\frac{1}{2}x + \theta\right)$ 的部分圖形如圖所示，其中 $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ，則 θ 的值為 ____ π 。

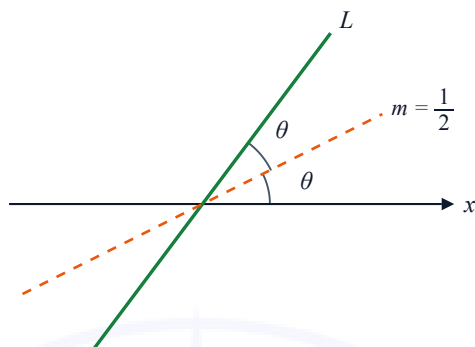


- 13 若 $0 \leq x \leq 2\pi$ ，解不等式 $4 \cos^2 x - 4 \cos x - 3 \geq 0$ ，試求 x 的範圍。Ans：____ $\pi \leq x \leq$ ____ π 。

- 14 已知 $0 \leq x \leq 2\pi$ ，求方程式 $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$ 的實數解。Ans： $x =$ ____ π 或 $x =$ ____ π 。



- 15 直線 L 與 x 軸有一條斜率為 $\frac{1}{2}$ 的角平分線，若 L 的斜率為正，試求 L 的斜率為 ____。



- 16 若有一扇形的面積為 25，則此扇形周長的最小值為 ____。

- 17 求函數 $y = 2 \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) - 2 \cos x$ 的最小值為 ____。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



網頁版 (答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章) : royalblue-education.com/school-exams/ltsh-114a-g11a-1

答案一覽

第 1 題 (4)

第 2 題 (5)

第 3 題 (2)

第 4 題 (1)

第 5 題 (1)(2)(4)

第 6 題 (1)(4)

第 7 題 (2)(4)(5)

第 8 題 2

第 9 題 $-\frac{3}{4}$

第 10 題 (1) 4 個 ; (2) 10π

第 11 題 9

第 12 題 $\theta = \frac{1}{6}\pi$

第 13 題 $\frac{2}{3}\pi \leq x \leq \frac{4}{3}\pi$

第 14 題 $x = \frac{1}{2}\pi$ 或 $x = \frac{11}{6}\pi$

第 15 題 $\frac{4}{3}$

第 16 題 20

第 17 題 -2

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。(不用註冊)
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit (可以先把姓名、座號遮掉)



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/ltsh-114a-g11a-1

單選題 (第 1~4 題)：讀週期、弧度的大小、疊合求極值、倍角不等式

- 1 答案 (4)。圖形從原點出發，到虛線為止剛好是 4 個完整的波（每個波一個山峰加一個山谷），這 4 個波共花 $\frac{1}{100}$ 秒。一個波所花的時間就是週期，所以週期 $= \frac{1}{100} \div 4 = \frac{1}{400}$ 秒。
 $\frac{1}{100}$ 秒是整段圖形的時間，不是一個波的時間。順帶一提，週期 $\frac{2\pi}{a} = \frac{1}{400}$ ，可得 $a = 800\pi$ 。
- 2 答案 (5)。這裡的 2 沒有度的記號，是 2 弧度。 $\frac{\pi}{2} \approx 1.571$ ， $\frac{2\pi}{3} \approx 2.094$ ，所以 $\frac{\pi}{2} < 2 < \frac{2\pi}{3}$ 。正弦函數在 $\frac{\pi}{2}$ 到 π 這段遞減，因此 $\sin \frac{2\pi}{3} < \sin 2 < \sin \frac{\pi}{2}$ ，即 $\frac{\sqrt{3}}{2} < a < 1$ 。
2 弧度約 114.6° ，在第二象限，正弦值是正的；實際值 $\sin 2 \approx 0.909$ 。
- 3 答案 (2)。先用和角公式展開： $2\sqrt{3}\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 2\sqrt{3}\left(\frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x\right) = \sqrt{3}\sin x + 3\cos x$ 。
所以 $f(x) = \sqrt{3}\sin x - \cos x + 3 = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x - \frac{1}{2}\cos x\right) + 3 = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 3$ 。 $0 \leq x \leq \pi$ 時
 $-\frac{\pi}{6} \leq x - \frac{\pi}{6} \leq \frac{5\pi}{6}$ ，這段裡正弦值最大是 1（角為 $\frac{\pi}{2}$ 時），最小是 $-\frac{1}{2}$ （角為 $-\frac{\pi}{6}$ 時）。 $M = 2 + 3 = 5$ ， $m = -1 + 3 = 2$ ， $M - m = 3$ 。
最小值不是 $-2 + 3 = 1$ ：角的範圍到不了 $-\frac{\pi}{2}$ ，正弦值最小只到 $-\frac{1}{2}$ （發生在 $x = 0$ ）。
- 4 答案 (1)。先看第二個不等式： $\cos 2\theta = 2\cos^2 \theta - 1$ ，所以 $2\cos^2 \theta - \cos \theta - 1 > 0$ ， $(2\cos \theta + 1)(\cos \theta - 1) > 0$ 。因為 $\cos \theta - 1 \leq 0$ ，要乘積為正只能 $2\cos \theta + 1 < 0$ ，即 $\cos \theta < -\frac{1}{2}$ ， $\frac{2\pi}{3} < \theta < \frac{4\pi}{3}$ 。再看第一個： $\sin 2\theta = 2\sin \theta \cos \theta$ ，所以 $\sin \theta(2\cos \theta - 1) > 0$ 。在上面的範圍內 $\cos \theta < -\frac{1}{2}$ ， $2\cos \theta - 1 < 0$ ，所以需要 $\sin \theta < 0$ ，即 $\pi < \theta < 2\pi$ 。兩者同時成立： $\pi < \theta < \frac{4\pi}{3}$ ， $a = 1$ 、 $b = \frac{4}{3}$ ， $b - a = \frac{1}{3}$ 。
流傳版本題幹第一句印作「設 $0 \leq x \leq 2\pi$ 」，題目裡的變數是 θ ，依題意應為 $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ，本頁題幹已更正。檢查：取 $\theta = \frac{7\pi}{6}$ ， $\sin 2\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} > -\frac{1}{2}$ ， $\cos 2\theta = \frac{1}{2} > -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，兩式都成立。

多選題 (第 5~7 題)：公式的形狀、三條圖形、對稱軸與疊合

- 5 答案 (1)(2)(4)。(1) 是正切和角公式的形狀，左式 $= \tan(80^\circ + 40^\circ) = \tan 120^\circ = -\sqrt{3}$ ，對。(2) 左式 $= \sin 15^\circ = \sin(45^\circ - 30^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ ，對。(3) $\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2 \theta$ ，所以 $2\sin^2 75^\circ - 1 = -\cos 150^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，而 $\cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，差一個負號，錯。(4) 左式 $= \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，對。(5) 正切的二倍角公式是 $\tan 2\theta = \frac{2\tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$ ，分子少了 2，左式只有 $\frac{1}{2}\tan 2\theta$ ，錯。
流傳版本選項 (2) 的右式印作 $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$ ，照這樣印 (2) 不成立 ($\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \approx 0.259$ ，而 $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} \approx 0.518$)，答案會是 (1)(4)；流傳版本的參考答案寫 (1)(2)(4)，依答案分母應為 4，本頁選項已更正。另外，選項 (3) 流傳版本印作「 $2\sin^2 75^\circ - = \cos 150^\circ$ 」，減號後漏印一個數，本頁依倍角公式的形狀補為 1；要讓等式成立得減去 $1 + \sqrt{3}$ ，補任何整數都不成立，不影響答案。



- 6 答案 (1)(4)。先認圖： $y = g(x)$ 的振幅是 1、起伏最密（週期 $\frac{2\pi}{3}$ ），是 $y = \cos 3x$ 。 $y = f(x)$ 振幅 2，在 $x = 2\pi$ 最高、在 $x = \pi$ 與 3π 最低，是 $y = 2\cos x$ 。剩下的 $y = h(x)$ 是 $y = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ 。(1) 對： f 、 h 的週期都是 2π 。(2)(3) 錯： $\cos 3x$ 是 g ， $2\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ 是 h 。(4) 對：向左平移 $\frac{2\pi}{3}$ 是把 x 換成 $x + \frac{2\pi}{3}$ ，得 $2\sin\left(x + \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right) = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 2\cos x$ 。(5) 錯：水平伸縮 $\frac{1}{3}$ 倍是把 x 換成 $3x$ ，得 $y = \cos 9x$ ，圖形更密；要從 $\cos 3x$ 變回 $\cos x$ ，水平方向應該伸縮 3 倍。

檢查 h ： $2\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ 在 $x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + 2\pi$ ，即 $x = \frac{8\pi}{3}$ 時最高，落在 2π 與 3π 之間，與圖中點線的山峰位置相符。

- 7 答案 (2)(4)(5)。疊合後 $f(x) = \sqrt{a^2 + 1} \sin(3x - \varphi)$ ，對稱軸一定通過最高點或最低點，所以 $f\left(\frac{5\pi}{18}\right) = \pm\sqrt{a^2 + 1}$ 。代入： $3x = \frac{5\pi}{6}$ ， $f\left(\frac{5\pi}{18}\right) = a \cdot \frac{1}{2} - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{a + \sqrt{3}}{2}$ 。兩邊平方： $(a + \sqrt{3})^2 = 4(a^2 + 1)$ ， $3a^2 - 2\sqrt{3}a + 1 = 0$ ， $(\sqrt{3}a - 1)^2 = 0$ ， $a = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 。於是 $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{3} \sin 3x - \cos 3x = \frac{2\sqrt{3}}{3} \left(\frac{1}{2} \sin 3x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 3x\right) = \frac{2\sqrt{3}}{3} \sin\left(3x - \frac{\pi}{3}\right)$ 。(1) 錯： $f(0) = -1$ ，交點是 $(0, -1)$ 。(2) 對：週期 $\frac{2\pi}{3}$ 。(3) 錯：振幅是 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 。(4) 對。(5) 對： $f\left(\frac{4\pi}{9}\right) = \frac{2\sqrt{3}}{3} \sin\left(\frac{4\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{2\sqrt{3}}{3} \sin \pi = 0$ ，圖形與 x 軸的交點就是對稱中心。 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 是 a 的值，不是振幅；振幅要算 $\sqrt{a^2 + 1} = \sqrt{\frac{1}{3} + 1} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ 。

填充題（第 8~12 題）：二倍角連用、特別角、根的個數與和、讀圖

- 8 從最外面的三角形往內算。直角三角形 OCD （直角在 C ）： $\overline{OC} = 16 \cos 2\theta$ 。直角三角形 OBC （直角在 B ）： $\overline{OB} = \overline{OC} \cos \theta = 16 \cos 2\theta \cos \theta$ 。直角三角形 OAB （直角在 A ）： $\overline{AB} = \overline{OB} \sin \theta = 16 \cos 2\theta \cos \theta \sin \theta$ 。用 $2 \sin \theta \cos \theta = \sin 2\theta$ 兩次： $16 \cos 2\theta \cdot \frac{1}{2} \sin 2\theta = 8 \sin 2\theta \cos 2\theta = 4 \sin 4\theta$ 。 $4\theta = 30^\circ$ ，所以 $\overline{AB} = 4 \sin 30^\circ = 2$ 。
7.5° 不是特別角，不要直接算 $\sin 7.5^\circ$ ；把式子收成 $\sin 4\theta$ 才會變成特別角 30° 。

- 9 逐項算： $\cos \frac{5\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，所以 $\sqrt{2} \cos \frac{5\pi}{4} = -1$ ； $\sin \frac{3\pi}{2} = -1$ ； $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$ ，前面有減號，變成 $+\frac{1}{2}$ ； $\sin \frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，平方是 $\frac{3}{4}$ 。合計 $-1 - 1 + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = -\frac{3}{4}$ 。
三個圈號格依序是負號、3、4。

- 10 (1) $\sin x = -\frac{2}{3}$ 是負的，解在正弦圖形的「山谷」裡。 $0 \leq x \leq 4\pi$ 有兩個山谷： $(\pi, 2\pi)$ 與 $(3\pi, 4\pi)$ ，水平線 $y = -\frac{2}{3}$ 與每個山谷各交 2 點，共 4 個實根。(2) 每個山谷對稱於它的最低點：第一個山谷的兩根對稱於 $x = \frac{3\pi}{2}$ ，和為 3π ；第二個山谷的兩根對稱於 $x = \frac{7\pi}{2}$ ，和為 7π 。總和 $3\pi + 7\pi = 10\pi$ 。
不必求出每個根的值；兩根對稱於 $x = c$ 時，和就是 $2c$ 。



- 11 交點的 x 坐標滿足 $\sin 2x = \sin x$ 。用二倍角公式： $2 \sin x \cos x - \sin x = 0$ ， $\sin x(2 \cos x - 1) = 0$ 。
 $\sin x = 0 : x = -2\pi, -\pi, 0, \pi, 2\pi$ ，共 5 個。 $\cos x = \frac{1}{2} : x = \pm \frac{\pi}{3}, \pm \frac{5\pi}{3}$ ，共 4 個。兩組沒有重複，
 合計 9 個交點。

不可以兩邊同除以 $\sin x$ ，那樣會漏掉 $\sin x = 0$ 的 5 個交點；兩個端點 $x = \pm 2\pi$ 也在範圍內。

- 12 圖形的最高點在 $x = \frac{2\pi}{3}$ ，此時正弦裡面的角是 $\frac{\pi}{2} + 2k\pi$ (k 為整數)： $\frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi}{3} + \theta = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ ， $\theta = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ 。 $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ，所以 $\theta = \frac{\pi}{6}$ ，格內填 $\frac{1}{6}$ 。

流傳版本題幹印作「其中 $0 \leq x \leq 2\pi$ 」，但圖形畫到 4π ，而且若不限制 θ ， θ 加上 2π 的整數倍都符合圖形；依答案應為 $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ，本頁題幹已更正。檢查另一個已知點： $x = -\frac{\pi}{3}$ 時 $2 \sin\left(-\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right) = 0$ ，與圖相符。

填充題 (第 13~17 題)：三角不等式、疊合解方程式、正切二倍角、扇形、疊合求極值

- 13 把 $\cos x$ 當成一個數來分解： $4 \cos^2 x - 4 \cos x - 3 = (2 \cos x - 3)(2 \cos x + 1) \geq 0$ ，所以 $\cos x \geq \frac{3}{2}$ 或 $\cos x \leq -\frac{1}{2}$ 。餘弦值不會超過 1，前者不可能；只剩 $\cos x \leq -\frac{1}{2}$ 。在 $0 \leq x \leq 2\pi$ 內， $\cos x = -\frac{1}{2}$ 發生在 $x = \frac{2\pi}{3}$ 與 $\frac{4\pi}{3}$ ，兩者之間餘弦值更小，所以 $\frac{2}{3}\pi \leq x \leq \frac{4}{3}\pi$ 。

$2 \cos x - 3$ 恆為負，所以原不等式其實就是 $2 \cos x + 1 \leq 0$ 。

- 14 疊合： $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2 \left(\frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x \right) = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ ，方程式變成 $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ 。
 $0 \leq x \leq 2\pi$ 時 $\frac{\pi}{3} \leq x + \frac{\pi}{3} \leq \frac{7\pi}{3}$ ；這個範圍內正弦值為 $\frac{1}{2}$ 的角是 $\frac{5\pi}{6}$ 與 $\frac{13\pi}{6}$ 。所以 $x = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$ 或 $x = \frac{13\pi}{6} - \frac{\pi}{3} = \frac{11\pi}{6}$ 。
 $\frac{\pi}{6}$ 比 $\frac{\pi}{3}$ 小，不在角的範圍內，要改取下一圈的 $\frac{13\pi}{6}$ 。驗算： $x = \frac{11\pi}{6}$ 時 $-\frac{1}{2} + \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1$ 。

- 15 設角平分線與 x 軸正向的夾角為 θ ，則 $\tan \theta = \frac{1}{2}$ 。角平分線把 x 軸與 L 的夾角平分，所以 L 與 x 軸正向的夾角是 2θ ， L 的斜率 $= \tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{2 \times \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{3}$ 。

斜率是正切值，角度變兩倍時斜率不是變兩倍（不是 1），要用正切的二倍角公式。

- 16 設半徑 r 、圓心角 θ 弧度。面積 $\frac{1}{2} r^2 \theta = 25$ ，所以弧長 $r\theta = \frac{50}{r}$ 。周長 $= 2r + r\theta = 2r + \frac{50}{r}$ 。由算幾不等式， $2r + \frac{50}{r} \geq 2\sqrt{2r \cdot \frac{50}{r}} = 2\sqrt{100} = 20$ ，等號在 $2r = \frac{50}{r}$ ，即 $r = 5$ 時成立。周長的最小值為 20。

確認取得到： $r = 5$ 時 $\theta = \frac{50}{r^2} = 2$ 弧度，小於 2π ，是一個真的扇形。

- 17 先用差角公式展開： $2 \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = 2 \left(\frac{1}{2} \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x \right) = \cos x - \sqrt{3} \sin x$ 。所以 $y = -\sqrt{3} \sin x - \cos x = -2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x \right) = -2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ 。 x 沒有限制範圍，正弦值可以取到 1，此時 y 最小，最小值為 -2 。

兩項的角不同 ($\frac{\pi}{6} - x$ 與 x)，要先展開成同一個角才能疊合。兩個圈號格依序是負號、2。



看到 $a \sin x + b \cos x$ 先疊合成單一正弦；角不同就先用和差角公式展開。有限制範圍時，把 x 的範圍換成整個角的範圍再找極值或解。



御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自羅東高中 114 學年度上學期高二第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。

御藍教育
ROYAL BLUE • EDUCATION



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/ltsh-114a-g11a-1