

麗山高中 114 學年度上學期 高一第一次段考



御藍教育

範圍：數與式（實數與根式、乘法公式、絕對值、算幾不等式、常用對數） · 觀念題（是非）5 題（15 分）、
單選題 5 題（25 分）、多選題 3 題（24 分）、填充題（占 36 分，每題 6 分；流傳版本收錄第 14~18 題）

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/lssh-114a-g10-1

一、觀念題（占 15 分）說明：第 1 題至第 5 題，每題 3 分。（正確答○，錯誤答×）

- 1 任意兩相異有理數之間，至少有一個有理數。
- 2 已知 p, q 為有理數， r, s 為無理數，若 $p + r = q + s$ ，則 $p = q$ 且 $r = s$ 。
- 3 已知 $x > 0$ ，則 $\sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} + 2} + \sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} - 2} = 2x$ 。
- 4 若 x 為正實數，則 $\log x$ 也是正實數。
- 5 已知 $\log a = 4.1$ ，則 a 的整數部分為 4 位數。

二、單選題（占 25 分）說明：第 6 題至第 10 題，每題 5 分。

- 6 設 r, s 為實數，且 $r < s$ ，若 $a = \frac{2r + s}{3}$ ， $b = \frac{r + s}{2}$ ， $c = \frac{3r + 2s}{5}$ ，則 a, b, c 的大小順序為？
 - (1) $a > b > c$
 - (2) $a > c > b$
 - (3) $c > a > b$
 - (4) $b > c > a$
 - (5) $c > b > a$
- 7 下列各數何者最大？
 - (1) $\frac{13}{25}$
 - (2) 0.525
 - (3) $0.52\overline{5}$
 - (4) $0.5\overline{25}$
 - (5) $0.\overline{525}$



8 滿足絕對值不等式 $|3x - 5| \leq 2x$ 的整數解 x 有多少個？

- (1) 4
- (2) 5
- (3) 6
- (4) 7
- (5) 8

9 設 $a = 2\sqrt{2} + \sqrt{3}$, $b = \sqrt{7} + 2$, $c = \sqrt{6} + \sqrt{5}$, 則 a, b, c 的大小順序為？

- (1) $a > b > c$
- (2) $a > c > b$
- (3) $c > a > b$
- (4) $b > c > a$
- (5) $c > b > a$

10 已知 $\log 3 \approx 0.4771$, 請問 $10^{3.4771}$ 最接近下列哪一個選項？

- (1) 1000
- (2) 2000
- (3) 3000
- (4) 4000
- (5) 5000

三、多選題 (占 24 分) 說明：第 11 題至第 13 題，每題 8 分。(8-5-2-0)

11 下列各絕對值方程式，請選出有實數解的選項？

- (1) $|x + 2| + |x - 5| = 8$
- (2) $|x + 2| + |x - 5| = 6$
- (3) $|x + 2| - |x - 5| = 8$
- (4) $|x + 2| - |x - 5| = 6$
- (5) $|x + 2| - |x - 5| = -6$

12 假設 $x = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$, 則下列選項何者正確？

- (1) $x + \frac{1}{x} = 4$
- (2) $x - \frac{1}{x} = -2\sqrt{3}$
- (3) $x^2 - \frac{1}{x^2} = -8\sqrt{3}$
- (4) $x^3 - \frac{1}{x^3} = -26\sqrt{3}$
- (5) $x^4 + \frac{1}{x^4} = 194$



13 關於常用對數的敘述，下列哪些選項是正確的？

(1) $\log 0 = 1$

(2) $100^{\log 5} = 25$

(3) $10^{-\log 5} = -5$

(4) $\log(2 - \sqrt{3}) = -\log(2 + \sqrt{3})$

(5) $10^{\log 3} > 10^{\log 2}$

四、填充題（占 36 分）說明：第 14 題至第 19 題，每題 6 分。

14 不等式 $|x - 2| + |x - 9| \geq 15$ 的解為 $x \geq a$ 或 $x \leq b$ ，則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

15 設 a, b, c 為正數，若 $\frac{3a+2b}{2} = \sqrt{6ab}$ 且 $\frac{4b+5c}{2} = \sqrt{20bc}$ ，則 $\frac{8b+5c}{a}$ 之值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

16 已知 $\sqrt{23+8\sqrt{7}} = a + b$ ，其中 a 為正整數， $0 < b < 1$ ，請問 $\frac{3}{a+3b} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

17 有一正實數 a 滿足 $a + \frac{1}{a} = 3$ ，試求 $a^2 + \frac{1}{a^2} - \frac{a}{a^2+1} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

18 有兩個正實數 a, b ，已知 $ab^2 = 10^5$ ， $a^2b = 10^3$ ，則 $\log b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/lssh-114a-g10-1

答案一覽

是非題：1 = 正確、2 = 錯誤

1	2	3	4	5
1	2	2	2	2

第 6 題 (4)

第 7 題 (3)

第 8 題 (2)

第 9 題 (5)

第 10 題 (3)

第 11 題 (1)(4)(5)

第 12 題 (1)(2)(3)(5)

第 13 題 (2)(4)(5)

第 14 題 (13, -2)

第 15 題 18

第 16 題 $\frac{\sqrt{7}}{7}$

第 17 題 $\frac{20}{3}$

第 18 題 $\frac{7}{3}$

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。（不用註冊）
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit（可以先把姓名、座號遮掉）

觀念題 1~5：實數的性質與 log 的意義

- 1 1 設兩個相異有理數 $p < q$ ，它們的平均 $\frac{p+q}{2}$ 還是有理數（有理數對加法、除法封閉），而且 $p < \frac{p+q}{2} < q$ 。所以中間至少有一個有理數。答 ○。



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/lssh-114a-g10-1

- 2 舉反例：取 $p = 0$ 、 $r = \sqrt{2}$ 、 $q = 1$ 、 $s = \sqrt{2} - 1$ ，則 $p + r = q + s = \sqrt{2}$ ，但 $p \neq q$ 、 $r \neq s$ 。答 $\times$ 。

「 $p + r\sqrt{2} = q + s\sqrt{2}$ (p, q, r, s 都是有理數) 則 $p = q$ 、 $r = s$ 」才是對的；這裡 r 、 s 本身是無理數，不能這樣比較。

- 3 2 $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ ， $x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2$ ，所以左式 $= \left(x + \frac{1}{x}\right) + \left|x - \frac{1}{x}\right|$ 。當 $x \geq 1$ 時等於 $2x$ ；但 $0 < x < 1$ 時 $x - \frac{1}{x} < 0$ ，左式等於 $\frac{2}{x}$ 。例如 $x = \frac{1}{2}$ ：左式 $= \frac{5}{2} + \frac{3}{2} = 4$ ，而 $2x = 1$ 。答 $\times$ 。

$\sqrt{A^2} = |A|$ ，開根號後要看 A 的正負。

- 4 2 $\log 1 = 0$ 不是正數； $0 < x < 1$ 時 $\log x$ 還是負的，例如 $\log 0.1 = -1$ 。只有 $x > 1$ 時 $\log x$ 才是正數。答 $\times$ 。

- 5 2 $a = 10^{4.1}$ ，而 $10^4 < 10^{4.1} < 10^5$ ，所以 a 介於 10000 和 100000 之間，整數部分是 5 位數。答 $\times$ 。

$\log a$ 的整數部分是 n ($n \geq 0$) 時， a 的整數部分是 $n + 1$ 位數。

單選 6~10：分點、循環小數、絕對值、根式比大小、log

- 6 答案 (4)。把三個數都寫成「從 r 往 s 走幾分之幾」： $a = r + \frac{1}{3}(s - r)$ ， $b = r + \frac{1}{2}(s - r)$ ， $c = r + \frac{2}{5}(s - r)$ 。因為 $s - r > 0$ 且 $\frac{1}{2} > \frac{2}{5} > \frac{1}{3}$ ，所以 $b > c > a$ 。

也可以直接相減： $b - c = \frac{s - r}{10} > 0$ ， $c - a = \frac{s - r}{15} > 0$ 。

- 7 答案 (3)。把每個數展開：(1) $\frac{13}{25} = 0.52$ ；(2) 0.525 ；(3) $0.52\overline{5} = 0.52555\ldots$ ；(4) $0.5\overline{25} = 0.52525\ldots$ ；(5) $0.\overline{525} = 0.525525\ldots$ 。前三位除了 (1) 以外都是 0.525 ，比第四位小數：(2) 是 0、(3) 是 5、(4) 是 2、(5) 是 5；(3) 和 (5) 再比第五位： $5 > 2$ 。所以 (3) 最大。

- 8 答案 (2)。 $|3x - 5| \leq 2x$ 等同於 $-2x \leq 3x - 5 \leq 2x$ 。左半 $-2x \leq 3x - 5$ 得 $x \geq 1$ ；右半 $3x - 5 \leq 2x$ 得 $x \leq 5$ 。所以 $1 \leq x \leq 5$ ，整數解有 1, 2, 3, 4, 5 共 5 個。

右邊 $2x$ 要 ≥ 0 才可能有解；這裡解出的 $1 \leq x \leq 5$ 已經滿足。

- 9 答案 (5)。先把三個數都寫成兩個根號相加： $a = \sqrt{8} + \sqrt{3}$ ， $b = \sqrt{7} + \sqrt{4}$ ， $c = \sqrt{6} + \sqrt{5}$ 。三個都是正數，比平方就好： $a^2 = 11 + 2\sqrt{24}$ ， $b^2 = 11 + 2\sqrt{28}$ ， $c^2 = 11 + 2\sqrt{30}$ 。因為 $\sqrt{30} > \sqrt{28} > \sqrt{24}$ ，所以 $c > b > a$ 。

根號裡的兩數和都是 11，和固定時，兩數越接近，乘積越大。

- 10 答案 (3)。 $10^{3.4771} = 10^3 \times 10^{0.4771}$ 。由 $\log 3 \approx 0.4771$ 知 $10^{0.4771} \approx 3$ ，所以 $10^{3.4771} \approx 1000 \times 3 = 3000$ 。



多選 11~13：絕對值的範圍、乘法公式、常用對數

- 11 答案 (1)(4)(5)。|x+2| 是 x 到 -2 的距離，|x-5| 是 x 到 5 的距離，兩點相距 7。距離和 |x+2| + |x-5| ≥ 7 (x 在 -2 和 5 之間時剛好是 7，往外走可以任意大)，所以 (1) = 8 有解 (例如 x = 5.5)，(2) = 6 無解。距離差 |x+2| - |x-5| 的範圍是 -7 到 7 (x ≥ 5 時是 7，x ≤ -2 時是 -7，中間是 2x-3)，所以 (3) = 8 無解，(4) = 6 有解 (2x-3 = 6, x = 4.5)，(5) = -6 有解 (2x-3 = -6, x = -1.5)。

- 12 答案 (1)(2)(3)(5)。7 - 4√3 = 7 - 2√12 = (2 - √3)²，所以 x = 2 - √3， $\frac{1}{x} = 2 + \sqrt{3}$ 。(1) 對：x + $\frac{1}{x} = 4$ 。(2) 對：x - $\frac{1}{x} = -2\sqrt{3}$ 。(3) 對：x² - $\frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right) = 4 \times (-2\sqrt{3}) = -8\sqrt{3}$ 。(4) 錯：x² + $\frac{1}{x^2} = 4^2 - 2 = 14$ ，x³ - $\frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}\right) = -2\sqrt{3} \times 15 = -30\sqrt{3}$ 。(5) 對：x⁴ + $\frac{1}{x^4} = 14^2 - 2 = 194$ 。

立方差是 A³ - B³ = (A - B)(A² + AB + B²)，中間那項 AB = x · $\frac{1}{x} = 1$ 是加的；寫成 14 - 1 = 13 就會得到 -26√3。

- 13 答案 (2)(4)(5)。(1) 錯：10 的任何次方都是正數，log 0 沒有意義 (log 1 = 0 才對)。(2) 對：100^{log 5} = (10²)^{log 5} = (10^{log 5})² = 5² = 25。(3) 錯：10^{-log 5} = $\frac{1}{10^{\log 5}} = \frac{1}{5}$ ，而且 10 的次方不會是負數。(4) 對：(2 - √3)(2 + √3) = 1，所以 2 - √3 = $\frac{1}{2 + \sqrt{3}} = \frac{1}{10^{\log(2 + \sqrt{3})}} = 10^{-\log(2 + \sqrt{3})}$ ，即 log(2 - √3) = -log(2 + √3)。(5) 對：10^{log 3} = 3 > 2 = 10^{log 2}。

流傳版本題幹選項 (4) 印作 log(2 - √3) = -(2 + √3)，照這個式子左邊約 -0.57、右邊約 -3.73，並不相等；依答案應為 log(2 - √3) = -log(2 + √3)，本頁題幹已照此修正。

填充 14~18

- 14 |x-2| + |x-9| 是 x 到 2 和到 9 的距離和。x 在 2 和 9 之間時距離和是 7，不到 15，所以解在兩側。x ≥ 9 時：(x-2) + (x-9) = 2x-11 ≥ 15，得 x ≥ 13。x ≤ 2 時：(2-x) + (9-x) = 11-2x ≥ 15，得 x ≤ -2。所以 (a, b) = (13, -2)。

用距離看：要比 7 多出 8，往左右兩側各多走 4，就是 9 + 4 = 13 和 2 - 4 = -2。

- 15 由算幾不等式， $\frac{3a+2b}{2} \geq \sqrt{3a \cdot 2b} = \sqrt{6ab}$ ，等號只在 3a = 2b 時成立；題目給的正是等號，所以 3a = 2b。同理 $\frac{4b+5c}{2} \geq \sqrt{4b \cdot 5c} = \sqrt{20bc}$ ，等號成立表示 4b = 5c。於是 8b = 4 · 2b = 12a，5c = 4b = 2 · 2b = 6a， $\frac{8b+5c}{a} = \frac{12a+6a}{a} = 18$ 。

看到「算術平均 = 幾何平均」，就是在說那兩個數相等。

- 16 23 + 8√7 = 23 + 2√112，找兩數相加 23、相乘 112：16 和 7。所以 $\sqrt{23+8\sqrt{7}} = \sqrt{16} + \sqrt{7} = 4 + \sqrt{7}$ 。因為 2 < √7 < 3，4 + √7 介於 6 和 7 之間，a = 6，b = 4 + √7 - 6 = √7 - 2。a + 3b = 6 + 3√7 - 6 = 3√7，所以 $\frac{3}{a+3b} = \frac{3}{3\sqrt{7}} = \frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{7}$ 。



17 $a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 9 - 2 = 7$ 。第三項分子分母同除以 a ： $\frac{a}{a^2 + 1} = \frac{1}{a + \frac{1}{a}} = \frac{1}{3}$ 。所以所求

$$= 7 - \frac{1}{3} = \frac{20}{3}。$$

不用解出 a ；看到 $\frac{a}{a^2 + 1}$ 就同除以 a 換成 $a + \frac{1}{a}$ 。

18 消去 a ： $\frac{(ab^2)^2}{a^2b} = \frac{a^2b^4}{a^2b} = b^3$ ，而右邊是 $\frac{(10^5)^2}{10^3} = 10^7$ 。所以 $b^3 = 10^7$ ， $b = 10^{\frac{7}{3}}$ ， $\log b = \frac{7}{3}$ 。

驗算： $a = \frac{10^5}{b^2} = 10^{5 - \frac{14}{3}} = 10^{\frac{1}{3}}$ ，代回 $a^2b = 10^{\frac{2}{3} + \frac{7}{3}} = 10^3$ ，符合。

雙重根號先配成 $\sqrt{(\quad)^2}$ 、 $x \pm \frac{1}{x}$ 型用乘法公式一路推、算術平均等於幾何平均就是兩數相等，這三件事在這份卷子反覆出現。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自麗山高中 114 學年度上學期高一第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/lssh-114a-g10-1