

林口高中 114 學年度上學期 高一第一次段考



御藍教育

範圍：數與式（實數與根式、乘法公式、絕對值、指數與算幾不等式、常用對數、有效數字） · 單選題 4 題、多選題 3 題、填充題 15 題，共 22 格；依答對格數對照計分（第 1~3 格每格 8 分、第 4~7 格每格 6 分、第 8~18 格每格 4 分、第 19~22 格每格 2 分），22 格全對 100 分

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/lksh-114a-g10-1

一、單選題（每題答對得 1 格）

1 若 $\log x = 2.3456$ ，則 x 的整數部分為 n 位數，則 $n = ?$

- (1) 1
- (2) 2
- (3) 3
- (4) 4
- (5) 5

2 設 $3^{0.6} = a$ ， $3^{0.03} = b$ ，則 $3^{1.54}$ 之值為下列哪一個選項？

- (1) $8a^3b^{-4}$
- (2) $8a^3b^{-2}$
- (3) $3a^2b$
- (4) $3a^2b^{-3}$
- (5) $3ab^{-2}$

3 若有某種細菌 delta，每經過 5 天，數量就會變為 3 倍，且假設該細菌沒有其他因素造成死亡。經過 10 天後，該細菌數量為原來數量的多少倍？

- (1) 3
- (2) 6
- (3) 9
- (4) 12
- (5) 15



4 設 $A = \sqrt{11 + \sqrt{34}}$ ，則 A 值在下列哪兩個連續整數之間？

- (1) 3 與 4
- (2) 4 與 5
- (3) 5 與 6
- (4) 6 與 7
- (5) 7 與 8

二、多選題（五個選項全對得 1 格，只錯 1 個選項得 0.5 格，錯 2 個或 2 個以上選項不給分）

5 數線上，有 $A(a)$ ， $B(b)$ ， $C\left(\frac{2a+3b}{5}\right)$ ， $D\left(\frac{3a+2b}{5}\right)$ 四點且 A 點在 B 點左方，下列選項何者正確？

- (1) $\overline{AB} = |a - b|$
- (2) B 點在 C 點右方
- (3) D 點在 C 點右方
- (4) $\overline{AB} : \overline{CD} = 2 : 3$
- (5) $\overline{AC} = \overline{BD}$

6 下列選項何者正確？

- (1) $\sqrt{3} + \sqrt{14} > \sqrt{4} + \sqrt{13}$
- (2) 兩個相異有理數之間必至少有一無理數
- (3) 若 p 為質數，則 $\sqrt{p}$ 必為無理數
- (4) a, b 為實數，若 $a + b\sqrt{5} = 0$ ，則 a, b 均為零
- (5) 循環小數為有理數

7 試問下列選項何者的方程式有解？

- (1) $|x + 2| + |x - 1| = 5$
- (2) $|x + 2| - |x - 1| = -4$
- (3) $|x + 2| + |x - 1| = 2$
- (4) $|x + 2| - |x - 1| = 5$
- (5) $2|x + 2| + |x - 1| = 4$

三、填充題（共 15 格，每格全對才給分）

8 將 $x^4 - 625$ 分解因式到最簡式子 _____。



- 9 已知科學記號表示 $a = 5.6 \times 10^5$ 為 2 位有效數字， $b = 1.27 \times 10^5$ 為 3 位有效數字，則 $a + b$ 運算後結果為 ____。

- 10 設 a, b 為有理數，若 $a\sqrt{7+2\sqrt{12}} - b\sqrt{4-2\sqrt{3}} = 7 - \sqrt{3}$ ，試求 $a + b$ 的值 ____。

- 11 試求 $10^{2\log 3 + \frac{1}{2}\log 25}$ 的值 ____。

- 12 設 $x = \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}$ ，試求 $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 的值 ____。

- 13 設 $A(-3), B(7), P(x)$ 為數線上三點，且 $\overline{AP} : \overline{BP} = 3 : 2$ ，當 P 點在 $\overline{AB}$ 外時，求 x 值 ____。

- 14 求絕對值不等式 $1 \leq |2x - 1| < 5$ 解的範圍 ____。

- 15 化簡 $\left[\left(3^{\sqrt{2}} \right)^{\sqrt{2}} \right] \cdot 27^{\frac{2}{3}} \cdot \left[\frac{\left(3^{\frac{1}{2}} \right)^3}{3^{\frac{1}{2}}} \right] = \text{____}。$

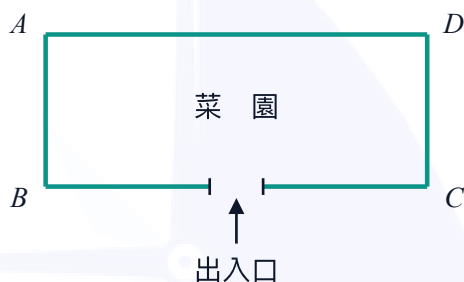
- 16 A 放射性元素之半衰期為 15 天，B 放射性元素之半衰期為 10 天，若一金屬礦石中 A, B 兩元素之質量比為 3 : 5，則 30 天後 A, B 兩元素之質量比為 ____。

- 17 設 a, b 為實數，若絕對值不等式 $|ax + 3| \leq b$ 之解為 $-1 \leq x \leq 5$ ，試求 $a + b$ 的值 ____。



- 18 聲音的強度是用每平方公尺多少瓦特 (W/m^2) 來衡量，一般人能感覺出聲音的最小強度為 $I_0 = 10^{-12}$ (W/m^2)；當測得聲音強度為 I (W/m^2) 時，所產生噪音分貝數 d 且滿足下列數學式： $d = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$ 。試問 80 分貝的聲音等於多少強度 (W/m^2) ____。

- 19 農夫想用長 56 公尺的竹籬笆圍成一座矩形的菜園，如下圖所示，其中 $\overline{BC}$ 邊的中央留著寬 4 公尺的出入口。若菜園圍出面積為 A ，試問面積 A 的最大值是多少平方公尺 ____。



- 20 小林想要將 $3^{1141021} - 1$ 的數字列印出來，若每張 A4 紙張可印 2000 個數字，則他需要準備 ____ 張紙。(已知 $\log 3 = 0.4771$)

- 21 設 x 為實數，求絕對值 $|x - 1| + |x - 2| + |x - 3| + \cdots + |x - 2023| + |x - 2024| + |x - 2025|$ 的最小值 ____。(註：總共有 2025 個絕對值)

- 22 若 $x > 4$ ， $y > 3$ ，且 $xy - 3x - 4y = 4$ ，試求 $x + y$ 的最小值 ____。



網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/lksh-114a-g10-1

答案一覽

- 第 1 題 (3)
第 2 題 (5)
第 3 題 (3)
第 4 題 (2)
第 5 題 (1)(2)(5)
第 6 題 (2)(3)(5)
第 7 題 (1)(5)
第 8 題 $(x-5)(x+5)(x^2+25)$
第 9 題 6.9×10^5
第 10 題 5
第 11 題 45
第 12 題 5778
第 13 題 27
第 14 題 $-2 < x \leq 0$ 或 $1 \leq x < 3$
第 15 題 243
第 16 題 6 : 5
第 17 題 3
第 18 題 10^{-4}
第 19 題 225
第 20 題 273
第 21 題 1025156
第 22 題 15

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。（不用註冊）
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit（可以先把姓名、座號遮掉）



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練
網頁版：royalblue-education.com/school-exams/lksh-114a-g10-1

單選 1~4：位數、指數律與根式估計

- 1 答案 (3)。 $\log x = 2.3456$ 表示 $x = 10^{2.3456}$ ，而 $10^2 < 10^{2.3456} < 10^3$ ，也就是 $100 < x < 1000$ ，整數部分是 3 位數， $n = 3$ 。
 $\log x$ 的整數部分是 2，位數要再加 1。
- 2 答案 (5)。把 1.54 用 1、0.6、0.03 湊出來： $1.54 = 1 + 0.6 - 0.06 = 1 + 0.6 - 2 \times 0.03$ 。所以 $3^{1.54} = 3^1 \times 3^{0.6} \times (3^{0.03})^{-2} = 3ab^{-2}$ 。
可以逐一檢查其他選項的指數：(3) 是 $1 + 1.2 + 0.03 = 2.23$ ，(4) 是 $1 + 1.2 - 0.09 = 2.11$ ，都不是 1.54；(1)(2) 的係數 8 不是 3 的整數次方，也湊不出來。
- 3 答案 (3)。每 5 天變為 3 倍，10 天是兩個 5 天，所以變為 $3 \times 3 = 3^2 = 9$ 倍。
倍數是連乘，不是相加：兩個週期是 $3^2 = 9$ 倍，不是 $3 + 3 = 6$ 倍。
- 4 答案 (2)。 $25 < 34 < 36$ ，所以 $5 < \sqrt{34} < 6$ ， $16 < 11 + \sqrt{34} < 17$ 。開根號得 $4 < A < \sqrt{17} < 5$ ， A 在 4 與 5 之間。(數值約 4.10)

多選 5~7：數線上的分點、有理數與無理數、絕對值方程式

- 5 答案 (1)(2)(5)。 A 在 B 左方表示 $a < b$ ，令 $d = b - a > 0$ 。 C 的坐標是 $\frac{2a+3b}{5} = a + \frac{3}{5}d$ ， D 的坐標是 $\frac{3a+2b}{5} = a + \frac{2}{5}d$ ，所以四點由左到右是 A 、 D 、 C 、 B 。(1) 對：數線上兩點的距離就是坐標差的絕對值。(2) 對： $b - \left(a + \frac{3}{5}d\right) = \frac{2}{5}d > 0$ 。(3) 錯： D 在 C 的左方。(4) 錯： $\overline{AB} = d$ ， $\overline{CD} = \frac{3}{5}d - \frac{2}{5}d = \frac{1}{5}d$ ，比是 5:1。(5) 對： $\overline{AC} = \frac{3}{5}d$ ， $\overline{BD} = d - \frac{2}{5}d = \frac{3}{5}d$ 。
 C 是把 $\overline{AB}$ 分成 3:2 的內分點， D 是分成 2:3 的內分點。取 $a = 0$ 、 $b = 5$ 檢查： $C(3)$ 、 $D(2)$ 。
- 6 答案 (2)(3)(5)。(1) 錯：兩邊都是正數，比較平方。左邊平方是 $17 + 2\sqrt{42}$ ，右邊平方是 $17 + 2\sqrt{52}$ ，左邊比較小。(2) 對：設有理數 $r < s$ ，取 $r + \frac{s-r}{\sqrt{2}}$ ，它是無理數，而且因為 $0 < \frac{1}{\sqrt{2}} < 1$ ，它落在 r 和 s 之間。(3) 對：若 $\sqrt{p} = \frac{m}{n}$ (最簡分數)，則 $m^2 = pn^2$ ， p 整除 m ；設 $m = pk$ ，得 $n^2 = pk^2$ ， p 也整除 n ，和最簡分數矛盾。(4) 錯：條件只說 a 、 b 是實數，取 $a = -\sqrt{5}$ 、 $b = 1$ 就有 $a + b\sqrt{5} = 0$ 。(5) 對：循環小數都可以化成分數。
(4) 如果條件是「 a 、 b 為有理數」才會成立；題目寫的是實數。
- 7 答案 (1)(5)。 $|x+2|$ 是 x 到 -2 的距離， $|x-1|$ 是 x 到 1 的距離， -2 和 1 相距 3。兩距離的和最小是 3 (x 在 -2 和 1 之間時)，往兩側可以任意大；兩距離的差介於 -3 和 3 之間。(1) 有解： $5 \geq 3$ ，解是 $x = 2$ 或 $x = -3$ 。(2) 無解： $-4 < -3$ 。(3) 無解： $2 < 3$ 。(4) 無解： $5 > 3$ 。(5) 有解：在 $-2 \leq x \leq 1$ 時式子是 $2(x+2) + (1-x) = x+5$ ，令它等於 4 得 $x = -1$ ，在範圍內。(另一個解是 $x = -\frac{7}{3}$ 。)
- (5) 左邊的最小值是 3 (在 $x = -2$)，而 $4 \geq 3$ ，所以有解。

$|x-p| + |x-q|$ 的值最小是 p 、 q 的距離； $|x-p| - |x-q|$ 的值介於正負這個距離之間。右邊的數在不在這個範圍內，就決定方程式有沒有解。



填充 8~12：因式分解、有效數字、雙重根號與求值

- 8 $x^4 - 625 = (x^2)^2 - 25^2 = (x^2 - 25)(x^2 + 25) = (x - 5)(x + 5)(x^2 + 25)$ 。 $x^2 + 25$ 在實數範圍內恆為正，不能再分解。
平方差公式要用兩次， $x^2 - 25$ 還可以再分解。
- 9 直接相加： $5.6 \times 10^5 + 1.27 \times 10^5 = 6.87 \times 10^5$ 。 a 只有 2 位有效數字，準確到 10^5 的小數第一位（也就是萬位）； b 準確到小數第二位（千位）。相加的結果只能保留到兩者中比較不準確的那一位，所以把 6.87 四捨五入到小數第一位，得 6.9×10^5 。
加減法看的是「準確到哪一位」，不是有效數字的個數。
- 10 $\sqrt{7+2\sqrt{12}}$ ：找兩數和 7、積 12，是 4 和 3，所以等於 $\sqrt{4} + \sqrt{3} = 2 + \sqrt{3}$ 。 $\sqrt{4-2\sqrt{3}}$ ：和 4、積 3，是 3 和 1，所以等於 $\sqrt{3} - 1$ 。原式變成 $a(2 + \sqrt{3}) - b(\sqrt{3} - 1) = (2a + b) + (a - b)\sqrt{3} = 7 - \sqrt{3}$ 。 a 、 b 是有理數，比較兩邊： $2a + b = 7$ ， $a - b = -1$ 。兩式相加得 $3a = 6$ ， $a = 2$ ， $b = 3$ ， $a + b = 5$ 。
 $\sqrt{4-2\sqrt{3}}$ 要寫成大減小 $\sqrt{3} - 1$ ，才是正數。
- 11 指數相加就是底數相同的數相乘： $10^{2\log 3 + \frac{1}{2}\log 25} = (10^{\log 3})^2 \times (10^{\log 25})^{\frac{1}{2}}$ 。由 $\log$ 的意義， $10^{\log 3} = 3$ 、 $10^{\log 25} = 25$ ，所以原式 $= 3^2 \times 25^{\frac{1}{2}} = 9 \times 5 = 45$ 。
- 12 分子分母同乘以 $\sqrt{5} - 2$ ： $x = \frac{(\sqrt{5} - 2)^2}{5 - 4} = 9 - 4\sqrt{5}$ 。同理 $\frac{1}{x} = \frac{\sqrt{5} + 2}{\sqrt{5} - 2} = (\sqrt{5} + 2)^2 = 9 + 4\sqrt{5}$ 。
所以 $x + \frac{1}{x} = 18$ 。由 $\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = x^3 + \frac{1}{x^3} + 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$ ，得 $x^3 + \frac{1}{x^3} = 18^3 - 3 \times 18 = 5832 - 54 = 5778$ 。
 x 和 $\frac{1}{x}$ 互為倒數、乘積是 1，所以只要先求出兩者的和。

填充 13~18：外分點、絕對值不等式、指數律、半衰期與分貝

- 13 $\overline{AP} = |x + 3|$ ， $\overline{BP} = |x - 7|$ ，條件是 $2|x + 3| = 3|x - 7|$ 。 P 在 $\overline{AB}$ 外，而且 $\overline{AP} > \overline{BP}$ ，表示 P 離 B 比較近，所以 P 在 B 的右側， $x > 7$ 。這時 $2(x + 3) = 3(x - 7)$ ， $2x + 6 = 3x - 21$ ， $x = 27$ 。
驗算： $\overline{AP} = 30$ ， $\overline{BP} = 20$ ，比是 3:2。
另一個解 $x = 3$ 是內分點（在 A 、 B 之間），題目指定在線段外，所以不取。
- 14 分成兩種情形。 $2x - 1 \geq 0$ 時： $1 \leq 2x - 1 < 5$ ， $2 \leq 2x < 6$ ， $1 \leq x < 3$ 。 $2x - 1 < 0$ 時： $1 \leq -(2x - 1) < 5$ ，也就是 $-5 < 2x - 1 \leq -1$ ， $-4 < 2x \leq 0$ ， $-2 < x \leq 0$ 。合起來是 $-2 < x \leq 0$ 或 $1 \leq x < 3$ 。
左邊是 $\leq$ 、右邊是 $<$ ，端點有沒有等號要分清楚： $x = 0$ 、 $x = 1$ 有包含， $x = -2$ 、 $x = 3$ 不包含。
- 15 分三段算。 $(3^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}} = 3^{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = 3^2 = 9$ 。 $27^{\frac{2}{3}} = (3^3)^{\frac{2}{3}} = 3^2 = 9$ 。 $\frac{(3^{\frac{1}{2}})^3}{3^{\frac{1}{2}}} = 3^{\frac{3}{2} - \frac{1}{2}} = 3^1 = 3$ 。相乘：
 $9 \times 9 \times 3 = 243$ （就是 3^5 ）。



- 16 設原來 A、B 的質量是 $3k$ 、 $5k$ 。30 天是 A 的 2 個半衰期，A 剩下 $3k \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}k$ 。30 天是 B 的 3 個半衰期，B 剩下 $5k \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{5}{8}k$ 。質量比是 $\frac{3}{4} : \frac{5}{8} = 6 : 5$ 。
兩個元素經過的半衰期個數不同（2 個和 3 個），要分別算。

- 17 解 $-1 \leq x \leq 5$ 的中點是 2，端點到中點的距離是 3，所以它就是 $|x - 2| \leq 3$ 。和 $|ax + 3| \leq b$ 對照：兩邊同乘以 $\frac{3}{2}$ 得 $\left|\frac{3}{2}x - 3\right| \leq \frac{9}{2}$ ，也就是 $\left|-\frac{3}{2}x + 3\right| \leq \frac{9}{2}$ 。常數項要是 +3，所以 $a = -\frac{3}{2}$ ， $b = \frac{9}{2}$ ， $a + b = 3$ 。驗算： $x = -1$ 時 $\left|\frac{3}{2} + 3\right| = \frac{9}{2}$ ， $x = 5$ 時 $\left|-\frac{15}{2} + 3\right| = \frac{9}{2}$ 。
絕對值裡面整個變號不影響大小，要配合題目的「+3」決定 a 的正負。

- 18 把 $d = 80$ 代入： $80 = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$ ， $\log \frac{I}{I_0} = 8$ ，由 $\log$ 的意義得 $\frac{I}{I_0} = 10^8$ 。所以 $I = 10^8 \times 10^{-12} = 10^{-4}$ (W/m²)。
原卷參考答案寫 10^{-4} 或 $\frac{1}{10000}$ ，兩者相同。

絕對值不等式 $|x - c| \leq r$ 的解是以 c 為中點、左右各 r 的區間；反過來，看到解的區間就先找中點和半徑。

填充 19~22：算幾不等式、位數與絕對值的最小值

- 19 設 $\overline{AB} = x$ 公尺、 $\overline{BC} = y$ 公尺。籬笆圍 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AD}$ 、 $\overline{DC}$ 三邊，以及 $\overline{BC}$ 邊扣掉 4 公尺出入口的部分，所以 $x + y + x + (y - 4) = 56$ ， $x + y = 30$ 。由算幾不等式 $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$ ，得 $\sqrt{xy} \leq 15$ ， $xy \leq 225$ 。等號在 $x = y = 15$ 時成立（這時 $\overline{BC} = 15 > 4$ ，留得出出入口），所以面積最大值是 225 平方公尺。

出入口不用籬笆，所以矩形的周長是 $56 + 4 = 60$ 公尺，不是 56 公尺。

- 20 先算 $3^{1141021}$ 的位數： $\log 3^{1141021} = 1141021 \times 0.4771 = 544381.1191$ ，所以 $10^{544381} < 3^{1141021} < 10^{544382}$ ，是 544382 位數。 $3^{1141021}$ 不是 10 的整數次方，減 1 之後仍然不小於 10^{544381} ，位數不變。
 $544382 \div 2000 = 272$ 餘 382，前 272 張印滿後還剩 382 個數字，要再一張，共 273 張。

乘法分段算： $1141021 \times 0.4 = 456408.4$ ， $\times 0.07 = 79871.47$ ， $\times 0.007 = 7987.147$ ， $\times 0.0001 = 114.1021$ ，加起來是 544381.1191。有餘數就要多準備一張紙。題目給的 $\log 3$ 只有四位小數，用更精確的值算，實際位數是 544406，同樣需要 273 張。

- 21 頭尾兩兩配對。 $|x - 1| + |x - 2025|$ 是 x 到 1 和到 2025 的距離和，最小是 2024（ x 在 1 和 2025 之間時）；同理 $|x - 2| + |x - 2024| \geq 2022$ ，……， $|x - 1012| + |x - 1014| \geq 2$ ；中間剩下的 $|x - 1013| \geq 0$ 。當 $x = 1013$ 時每一個等號同時成立，所以最小值是 $2024 + 2022 + \cdots + 2 + 0 = 2 \times (1 + 2 + \cdots + 1012) = 2 \times \frac{1012 \times 1013}{2} = 1012 \times 1013 = 1025156$ 。

絕對值有奇數個（2025 個）時，最小值發生在正中間那一個數，也就是第 1013 個數 $x = 1013$ 。



22 把條件配成乘積： $(x-4)(y-3) = xy - 3x - 4y + 12 = 4 + 12 = 16$ 。因為 $x > 4$ 、 $y > 3$ ， $x-4$ 和 $y-3$ 都是正數，由算幾不等式 $\frac{(x-4) + (y-3)}{2} \geq \sqrt{(x-4)(y-3)} = 4$ ，得 $x + y - 7 \geq 8$ ， $x + y \geq 15$ 。等號在 $x-4 = y-3 = 4$ ，也就是 $x = 8$ 、 $y = 7$ 時成立（代回 $56 - 24 - 28 = 4$ ，符合），所以最小值是 15。

條件 $x > 4$ 、 $y > 3$ 就是在提示要用 $x-4$ 和 $y-3$ 這兩個正數。

用算幾不等式求極值，先找出「和是定值」或「積是定值」的兩個正數，最後一定要檢查等號成立的條件是否做得到。



御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自林口高中 114 學年度上學期高一第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/lksh-114a-g10-1