

高雄中學 114 學年度上學期 高二第一次段考



御藍教育

範圍：三角函數（三角函數的圖形與週期、和差角與倍角半角公式、正餘弦的疊合） · 單選題 4 題、多選題 2 題、填充題 9 題共 11 格（流傳版本未印配分）

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/kshs-114a-g11a-soc-1

一、單選題（原卷單選第 1~4 題）

1 $a = \sin 157^\circ \cos 157^\circ$, $b = \frac{\sin 51^\circ}{\sin 17^\circ} - \frac{\cos 51^\circ}{\cos 17^\circ}$, $c = 1 - 2\sin^2 21^\circ$, $d = 4\cos^3 21^\circ - 3\cos 21^\circ$, $e = \frac{2\tan 67^\circ}{1 - \tan^2 67^\circ}$, 則這五個數的中位數為

- (A) a
- (B) b
- (C) c
- (D) d
- (E) e

2 化簡 $\frac{\sqrt{3}}{\sin 70^\circ} - \frac{3}{\cos 70^\circ}$ 的值為

- (A) $-4\sqrt{3}$
- (B) -4
- (C) 2
- (D) 4
- (E) $4\sqrt{3}$

3 當 $-2\pi \leq x \leq 2\pi$, $y = |\cos x| - \cos x$ 和 $y = |\tan x|$ 兩個函數圖形的交點個數為

- (A) 8 個
- (B) 7 個
- (C) 6 個
- (D) 5 個
- (E) 4 個



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/kshs-114a-g11a-soc-1

- 4 已知函數 $g_5(x)$ 的圖形是由函數 $g_1(x) = \cos x$ 經過以下步驟變換得到：(步驟 1) 將 $g_1(x)$ 圖形上所有點向上平移 1 單位長，得到 $g_2(x)$ ；(步驟 2) 將 $g_2(x)$ 圖形上所有的縱坐標伸長為原來的 7 倍（橫坐標不變），得到 $g_3(x)$ ；(步驟 3) 將 $g_3(x)$ 圖形上所有點的橫坐標伸長為原來的 4 倍（縱坐標不變），得到 $g_4(x)$ ；(步驟 4) 將 $g_4(x)$ 圖形上所有點向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 單位長，得到 $g_5(x) = a \cdot \cos(bx + c) + d$ 。求序組 (a, b, c, d) 為何？

- (A) $(7, 4, -\frac{\pi}{2}, 1)$
(B) $(7, \frac{1}{4}, -\frac{\pi}{2}, 1)$
(C) $(7, \frac{1}{4}, -\frac{\pi}{8}, 1)$
(D) $(7, \frac{1}{4}, -\frac{\pi}{2}, 7)$
(E) $(7, \frac{1}{4}, -\frac{\pi}{8}, 7)$

二、多選題（原卷多選第 1~2 題，本頁編為第 5~6 題）

- 5 關於函數 $f(x) = 4 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + 5$ 的敘述，請選出正確的選項
- (A) 對於任意實數 x ， $f(x) = f(x + \pi)$ 恆成立
(B) $y = f(x)$ 的圖形對稱於直線 $x = -\frac{\pi}{3}$
(C) $y = f(x)$ 的圖形對稱於點 $(\frac{5\pi}{12}, 5)$
(D) 若 $0 \leq x \leq 2\pi$ ，則 $y = f(x)$ 的圖形與水平線 $y = 2$ 有 3 個交點
(E) 函數 $y = 4 \sin 2x$ 的圖形向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 單位，再向上平移 5 單位可得 $y = f(x)$ 的圖形

- 6 判斷下列函數的週期哪些為 π ？

- (A) $f(x) = \cos |2x|$
(B) $f(x) = |\sin x + \cos x|$
(C) $f(x) = (\cos x - \sin x)^2$
(D) $f(x) = \left|\sin \frac{x}{2}\right| + \left|\cos \frac{x}{2}\right|$
(E) $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$

三、填充題（原卷填充第 1~9 題，本頁編為第 7~15 題）

- 7 (1) 將 $f(x) = \sqrt{3} \sin x - \cos x$ 疊合成 $r \cdot \sin(x - \theta)$ ，其中 $r > 0$ ， $0 < \theta < 2\pi$ ，則數對 $(r, \theta) =$ ____。(2) 已知 $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{4\pi}{3}$ ，若當 $x = a$ 時， $f(x) = \sqrt{3} \sin x - \cos x$ 有最小值 k ，則數對 $(a, k) =$ ____。(3) 已知 $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{4\pi}{3}$ ，若 $g(x) = (\sqrt{3} \sin x - \cos x)^2 - 2(\sqrt{3} \sin x - \cos x)$ 之最小值為 m 及最大值為 M ，則數對 $(m, M) =$ ____。

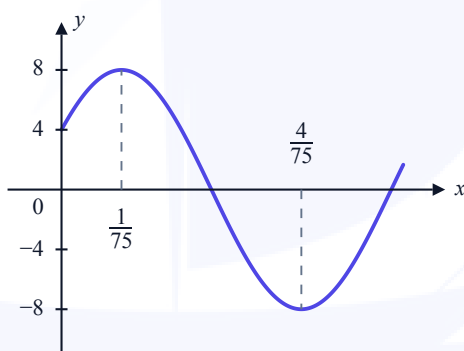


8 設 $\sin \theta = \frac{6}{5} \cos \frac{\theta}{2}$ ，求 $\cos \theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9 已知 θ 為兩直線 $L_1: 7x + 9y + 3 = 0$ 和 $L_2: 2x - 3y + 4 = 0$ 所夾的銳角，則 $\tan \theta$ 的值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10 在 $\triangle ABC$ 中，設 $\sin A = \frac{5}{13}$ ， $\tan B = -\frac{4}{3}$ ，且 $\triangle ABC$ 的周長為 110，則 $\triangle ABC$ 的面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

11 右圖為電流強度 I （安培）隨時間 x （秒）變化的函數 $I(x) = a \cos(bx + c)$ 部分圖形，其中 $a > 0$ ， $b > 0$ ， $0 \leq c \leq 2\pi$ ，當 $x = \frac{1}{75}$ 時有最大值 8；當 $x = \frac{4}{75}$ 時 $I(x)$ 有最小值 -8 ，則序組 $(a, b, c) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

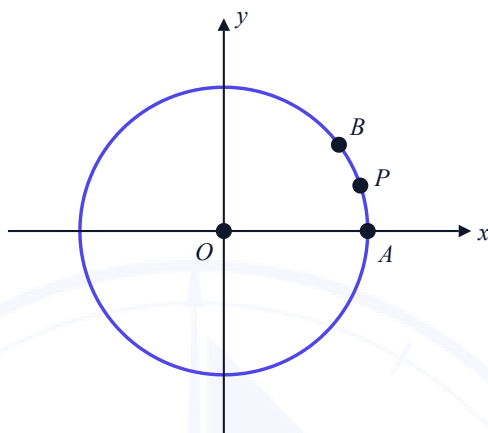


御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION

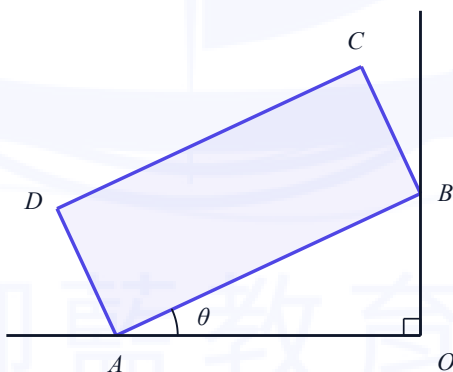


- 12 在 xy 平面座標上，如圖所示， $A(1,0)$ 、 $B\left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$ 、 $P(x', y')$ 是圓心為 $O(0,0)$ 之單位圓上的三點，且 $\overline{PA} = \overline{PB}$ ，則 P 點坐標為 _____。



- 13 若 $\sin x - \cos x = \frac{1}{3}$ ，求 $\sin 3x + \cos 3x$ 的值為 _____。

- 14 如圖（僅供參考），矩形木塊靠在牆壁上，且 $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{BC} = 5$ ， $\angle OAB = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)，若 C 點到地面距離為 12 時，則此時 $\cos \theta$ 之值為 _____。



- 15 在 $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ 範圍內，求不等式 $\sin^2 x + 2 \sin x \cos x - \cos^2 x \leq -1$ 的解為 _____。



網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/kshs-114a-g11a-soc-1

答案一覽

第 1 題 (D)

第 2 題 (A)

第 3 題 (B)

第 4 題 (E)

第 5 題 (A)(B)(C)

第 6 題 (A)(B)(C)(D)(E)

第 7 題 (1) $\left(2, \frac{\pi}{6}\right)$; (2) $\left(\frac{4\pi}{3}, -1\right)$; (3) $(-1, 3)$

第 8 題 -1 或 $\frac{7}{25}$

第 9 題 3

第 10 題 330

第 11 題 $\left(8, 25\pi, \frac{5\pi}{3}\right)$

第 12 題 $\left(\frac{3\sqrt{10}}{10}, \frac{\sqrt{10}}{10}\right)$

第 13 題 $-\frac{25}{27}$

第 14 題 $\frac{120}{169}$

第 15 題 $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq 0$

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。（不用註冊）
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit（可以先把姓名、座號遮掉）



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/kshs-114a-g11a-soc-1

單選 1~4：公式逆用、圖形交點、平移伸縮

- 1 答案 (D)。逐一化簡： $a = \frac{1}{2} \sin 314^\circ = -\frac{1}{2} \sin 46^\circ$ ，介於 $-\frac{1}{2}$ 與 0 之間。 $b = \frac{\sin 51^\circ \cos 17^\circ - \cos 51^\circ \sin 17^\circ}{\sin 17^\circ \cos 17^\circ} = \frac{\sin 34^\circ}{\frac{1}{2} \sin 34^\circ} = 2$ 。 $c = \cos 42^\circ$ 。 $d = \cos(3 \times 21^\circ) = \cos 63^\circ$ 。 $e = \tan 134^\circ = -\tan 46^\circ < -1$ 。餘弦在 0° 到 90° 遞減，所以 $0 < \cos 63^\circ < \cos 42^\circ < 1$ 。由小到大為 $e < a < d < c < b$ ，中位數是 d 。
 d 用到三倍角公式 $\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$ (把 $\cos(2\theta + \theta)$ 用和角與倍角公式展開即得)。
- 2 答案 (A)。通分：原式 $= \frac{\sqrt{3} \cos 70^\circ - 3 \sin 70^\circ}{\sin 70^\circ \cos 70^\circ}$ 。分子 $= 2\sqrt{3} \left(\frac{1}{2} \cos 70^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 70^\circ \right) = 2\sqrt{3} \cos(70^\circ + 60^\circ) = 2\sqrt{3} \cos 130^\circ = -2\sqrt{3} \sin 40^\circ$ 。分母 $= \frac{1}{2} \sin 140^\circ = \frac{1}{2} \sin 40^\circ$ 。相除得 $-4\sqrt{3}$ 。
- 3 答案 (B)。 $\tan x$ 在 $\cos x = 0$ 處沒有定義，分兩種情形。① $\cos x > 0$ ： $|\cos x| - \cos x = 0$ ，要 $|\tan x| = 0$ ，即 $\sin x = 0$ 且 $\cos x > 0$ ，在範圍內有 $x = -2\pi, 0, 2\pi$ 共 3 個。② $\cos x < 0$ ： $|\cos x| - \cos x = -2\cos x$ ，方程式為 $-2\cos x = \frac{|\sin x|}{-\cos x}$ ，即 $2\cos^2 x = |\sin x|$ 。令 $s = |\sin x|$ ， $2(1 - s^2) = s$ ， $2s^2 + s - 2 = 0$ ， $s = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4} \approx 0.78$ (負根不合)。 $\cos x < 0$ 的範圍是 $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ 與 $-\frac{3\pi}{2} < x < -\frac{\pi}{2}$ ；在每一段裡 $|\sin x|$ 由 1 降到 0 再升回 1，取到 s 各 2 次，共 4 個。合計 $3 + 4 = 7$ 個。
 $x = \pm\pi$ 雖然 $\tan x = 0$ ，但那裡 $\cos x = -1$ ，左邊的函數值是 2，不是交點。
- 4 答案 (E)。步驟 1： $g_2(x) = \cos x + 1$ 。步驟 2：縱坐標乘 7， $g_3(x) = 7\cos x + 7$ 。步驟 3：橫坐標變 4 倍，把 x 換成 $\frac{x}{4}$ ， $g_4(x) = 7\cos \frac{x}{4} + 7$ 。步驟 4：向右平移 $\frac{\pi}{2}$ ，把 x 換成 $x - \frac{\pi}{2}$ ， $g_5(x) = 7\cos \left(\frac{1}{4} \left(x - \frac{\pi}{2} \right) \right) + 7 = 7\cos \left(\frac{x}{4} - \frac{\pi}{8} \right) + 7$ 。所以 $(a, b, c, d) = \left(7, \frac{1}{4}, -\frac{\pi}{8}, 7 \right)$ 。
先平移再伸長，常數 1 也跟著變 7 倍；先伸長再平移，平移量 $\frac{\pi}{2}$ 要乘上 $\frac{1}{4}$ 才是 c 。

看到 $\sin \theta \cos \theta$ 、 $1 - 2\sin^2 \theta$ 、 $\frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$ 這些形狀，先認出它是哪個公式的右邊，逆著用回單一個角。

多選 5~6：正弦型函數的性質、週期

- 5 答案 (A)(B)(C)。(A) 對：週期 $= \frac{2\pi}{2} = \pi$ 。(B) 對： $x = -\frac{\pi}{3}$ 時 $2x + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{2}$ ， $\sin$ 值為 -1 ，是最低點，圖形對稱於過最低點的鉛直線。(C) 對： $x = \frac{5\pi}{12}$ 時 $2x + \frac{\pi}{6} = \pi$ ， $\sin$ 值為 0， $f\left(\frac{5\pi}{12}\right) = 5$ ，圖形對稱於這個點。(D) 錯： $f(x) = 2$ 即 $\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{3}{4}$ ； $0 \leq x \leq 2\pi$ 時 $2x + \frac{\pi}{6}$ 由 $\frac{\pi}{6}$ 到 $4\pi + \frac{\pi}{6}$ ，剛好兩個週期，每個週期有 2 個解，共 4 個交點。(E) 錯：向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 得 $4\sin 2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 4\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ ；應該向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 。
對稱軸通過最高點或最低點；對稱中心在圖形與中線 $y = 5$ 的交點。



- 6 答案 (A)(B)(C)(D)(E)。 (A) $\cos |2x| = \cos 2x$ (餘弦是偶函數)，週期 π 。 (B) $|\sin x + \cos x| = \sqrt{2} \left| \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \right|$ ，正弦取絕對值後週期由 2π 變成 π 。 (C) $(\cos x - \sin x)^2 = 1 - 2\sin x \cos x = 1 - \sin 2x$ ，週期 π 。 (D) $f(x) > 0$ ，且 $f(x)^2 = 1 + 2 \left| \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} \right| = 1 + |\sin x|$ ，所以 $f(x) = \sqrt{1 + |\sin x|}$ ，週期與 $|\sin x|$ 相同，為 π 。 (E) $\cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$ ，週期 π 。五個都是。
- (D) 直接看 $\left| \sin \frac{x}{2} \right|$ 的週期是 2π ，但兩項相加後更短；平方之後才看得出來。

填充 7~10：疊合與極值、倍角方程式、夾角、三角形

- 7 (1) $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 2 \left(\sin x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \cos x \cdot \frac{1}{2} \right) = 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right)$ ， $(r, \theta) = \left(2, \frac{\pi}{6} \right)$ 。 (2) $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{4\pi}{3}$ 時 $\frac{\pi}{6} \leq x - \frac{\pi}{6} \leq \frac{7\pi}{6}$ ，在這個範圍 $\sin$ 的最小值是 $\sin \frac{7\pi}{6} = -\frac{1}{2}$ ，最大值是 1。所以 $x = \frac{4\pi}{3}$ 時 $f(x)$ 有最小值 -1 ， $(a, k) = \left(\frac{4\pi}{3}, -1 \right)$ 。 (3) 令 $t = \sqrt{3} \sin x - \cos x$ ，由 (2) 知 $-1 \leq t \leq 2$ 。 $g = t^2 - 2t = (t - 1)^2 - 1$ ： $t = 1$ 時最小值 -1 ； $t = -1$ 時最大值 3 ($t = 2$ 時只有 0)。 $(m, M) = (-1, 3)$ 。

流傳版本 (1) 的題幹印作「將 $f(x)\sqrt{3} \sin x - \cos x$ 疊合成」，漏了等號，依 (2) 的寫法應為 $f(x) = \sqrt{3} \sin x - \cos x$ 。

- 8 由倍角公式 $\sin \theta = 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}$ ，原式為 $2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} = \frac{6}{5} \cos \frac{\theta}{2}$ ，即 $\cos \frac{\theta}{2} \left(2 \sin \frac{\theta}{2} - \frac{6}{5} \right) = 0$ 。① $\cos \frac{\theta}{2} = 0$ ： $\cos \theta = 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} - 1 = -1$ 。② $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{3}{5}$ ： $\cos \theta = 1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} = 1 - \frac{18}{25} = \frac{7}{25}$ 。所以 $\cos \theta = -1$ 或 $\frac{7}{25}$ 。

兩邊不可以直接約掉 $\cos \frac{\theta}{2}$ ，它可能是 0 (例如 $\theta = \pi$ ，兩邊都是 0)。

- 9 L_1 的斜率 $m_1 = -\frac{7}{9}$ ， L_2 的斜率 $m_2 = \frac{2}{3}$ 。設兩直線的斜角分別為 α 、 β ，則 $\tan \alpha = -\frac{7}{9}$ ， $\tan \beta = \frac{2}{3}$ ，由差角公式 $\tan(\alpha - \beta) = \frac{-\frac{7}{9} - \frac{2}{3}}{1 + \left(-\frac{7}{9}\right)\left(\frac{2}{3}\right)} = \frac{-\frac{13}{9}}{\frac{13}{27}} = -3$ 。兩直線的夾角是 $\alpha - \beta$ 與它的補角，正切值分別為 -3 與 3 ；銳角的正切為正，所以 $\tan \theta = 3$ 。

- 10 $\tan B < 0$ ，所以 B 是鈍角： $\sin B = \frac{4}{5}$ ， $\cos B = -\frac{3}{5}$ 。 A 只能是銳角： $\cos A = \frac{12}{13}$ 。 $\sin C = \sin(A + B) = \frac{5}{13} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) + \frac{12}{13} \cdot \frac{4}{5} = \frac{33}{65}$ 。由正弦定理， $a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C = \frac{25}{65} : \frac{52}{65} : \frac{33}{65} = 25 : 52 : 33$ 。 $25 + 52 + 33 = 110$ 恰為周長，所以 $a = 25$ ， $b = 52$ ， $c = 33$ 。面積 = $\frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} \times 25 \times 52 \times \frac{33}{65} = 330$ 。

三角形最多一個鈍角， B 已經是鈍角， $\cos A$ 只能取正。

疊合之後先把角的範圍換算好，再看正弦在那一段的最大、最小值；極值不一定發生在端點，也不一定在 ± 1 。



填充 11~15：讀圖求函數、半角、三倍角、疊合解方程式與不等式

- 11 $a > 0$ 且最大值為 8，所以 $a = 8$ 。由圖， $x = \frac{1}{75}$ 的最高點與 $x = \frac{4}{75}$ 的最低點相鄰，相距半個週期：
 $\frac{4}{75} - \frac{1}{75} = \frac{1}{25}$ ，週期 $= \frac{2}{25} = \frac{2\pi}{b}$ ， $b = 25\pi$ 。 $x = \frac{1}{75}$ 時取最大值： $25\pi \cdot \frac{1}{75} + c = 2n\pi$ (n 為整數)， $c = 2n\pi - \frac{\pi}{3}$ ；在 $0 \leq c \leq 2\pi$ 內只有 $c = \frac{5\pi}{3}$ 。所以 $(a, b, c) = \left(8, 25\pi, \frac{5\pi}{3}\right)$ 。

驗算： $I(0) = 8 \cos \frac{5\pi}{3} = 4$ ，與圖上 y 軸的截距 4 相符。

- 12 設 $\angle AOB = \varphi$ ，由 $B\left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$ 知 $\cos \varphi = \frac{4}{5}$ ， φ 為銳角。 $\overline{PA} = \overline{PB}$ ，等弦對等圓心角，而圖中 P 在 A 、 B 之間的弧上，所以 $\angle AOP = \frac{\varphi}{2}$ ， $P = \left(\cos \frac{\varphi}{2}, \sin \frac{\varphi}{2}\right)$ 。由半角公式 $\cos \frac{\varphi}{2} = \sqrt{\frac{1 + \frac{4}{5}}{2}} = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$ ， $\sin \frac{\varphi}{2} = \sqrt{\frac{1 - \frac{4}{5}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$ 。 P 點坐標為 $\left(\frac{3\sqrt{10}}{10}, \frac{\sqrt{10}}{10}\right)$ 。
 圓上另一點 $\left(-\frac{3\sqrt{10}}{10}, -\frac{\sqrt{10}}{10}\right)$ 到 A 、 B 也等距，但依附圖 P 在第一象限的弧 AB 上。

- 13 兩邊平方： $1 - 2 \sin x \cos x = \frac{1}{9}$ ， $\sin x \cos x = \frac{4}{9}$ 。由三倍角公式 $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$ 、
 $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$ ， $\sin 3x + \cos 3x = 3(\sin x - \cos x) - 4(\sin^3 x - \cos^3 x)$ 。其中 $\sin^3 x - \cos^3 x = (\sin x - \cos x)(\sin^2 x + \sin x \cos x + \cos^2 x) = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{4}{9}\right) = \frac{13}{27}$ 。所以所求 $= 3 \times \frac{1}{3} - 4 \times \frac{13}{27} = 1 - \frac{52}{27} = -\frac{25}{27}$ 。

三倍角公式由 $\sin(2x + x)$ 、 $\cos(2x + x)$ 用和角與倍角公式展開即得。

- 14 B 在牆上，離地面的高度是 $\overline{AB} \sin \theta = 12 \sin \theta$ 。 $\overline{BC} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{AB}$ 與地面夾 θ ，所以 $\overline{BC}$ 與鉛直線夾 θ ， C 比 B 高 $5 \cos \theta$ 。條件為 $12 \sin \theta + 5 \cos \theta = 12$ 。疊合： $13 \sin(\theta + \alpha) = 12$ ，其中 $\cos \alpha = \frac{12}{13}$ 、 $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ ， $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$ 。於是 $\sin(\theta + \alpha) = \frac{12}{13} = \cos \alpha = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ 。 $\theta + \alpha$ 介於 α 與 $\frac{\pi}{2} + \alpha$ 之間，所以 $\theta + \alpha = \frac{\pi}{2} - \alpha$ 或 $\frac{\pi}{2} + \alpha$ ；後者得 $\theta = \frac{\pi}{2}$ ，不合。故 $\theta = \frac{\pi}{2} - 2\alpha$ ， $\cos \theta = \sin 2\alpha = 2 \times \frac{5}{13} \times \frac{12}{13} = \frac{120}{169}$ 。

流傳版本題幹印作「 $\angle OAB = \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ 」，漏了 θ ，依題意應為 $\angle OAB = \theta$ 。驗算： $\sin \theta = \frac{119}{169}$ ， $12 \times \frac{119}{169} + 5 \times \frac{120}{169} = \frac{2028}{169} = 12$ 。附圖依原卷為示意圖（取 $\theta = 25^\circ$ ）。

- 15 $\sin^2 x - \cos^2 x = -\cos 2x$ ， $2 \sin x \cos x = \sin 2x$ ，不等式為 $\sin 2x - \cos 2x \leq -1$ 。疊合：
 $\sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) \leq -1$ ，即 $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 。 $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ 時 $-\frac{3\pi}{4} \leq 2x - \frac{\pi}{4} \leq \frac{\pi}{4}$ ；在這一段裡， $\sin$ 值不大於 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的部分是 $-\frac{3\pi}{4} \leq 2x - \frac{\pi}{4} \leq -\frac{\pi}{4}$ 。解得 $-\frac{\pi}{2} \leq 2x \leq 0$ ，即 $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq 0$ 。

$a \sin \theta + b \cos \theta = k$ 這種方程式或不等式，疊合成單一個正弦後，把角的範圍一起換過去再解。



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自高雄中學 114 學年度上學期高二第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/kshs-114a-g11a-soc-1