

基隆高中 114 學年度上學期 高一第一次段考



御藍教育

範圍：數與式（有理數與無理數、乘法公式與根式、絕對值、指數與算幾不等式、常用對數） · 單一選擇題 4 題（20 分）、多重選擇題 4 題（20 分）、選填題 8 格（48 分）、計算題 1 題（12 分）

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/klsh-114a-g10-1

一、單一選擇題（每題 5 分，共 20 分。）

1 下列何者為循環小數？

- (A) π
- (B) 2^{-3}
- (C) $\frac{2}{21}$
- (D) $\sqrt{2.56}$

2 $\sqrt{20} + \sqrt{19}$ 介於哪兩個整數之間？

- (A) 3 ~ 4 之間
- (B) 4 ~ 5 之間
- (C) 5 ~ 6 之間
- (D) 6 ~ 7 之間

3 試比較 $a = \frac{\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{3}$ 、 $b = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{3}}{4}$ 、 $c = \frac{2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}}{5}$ 的大小？

- (A) $a > b > c$
- (B) $a > c > b$
- (C) $b > a > c$
- (D) $b > c > a$

4 某放射性元素原來的質量為 96 克，其半衰期為 100 年，試問經過幾年後，這個放射性元素僅剩 3 公克？

- (A) 350 年
- (B) 400 年
- (C) 450 年
- (D) 500 年



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/klsh-114a-g10-1

二、多重選擇題（每題 5 分，共 20 分。錯一個選項得 3 分，錯兩個選項得 1 分，錯三個選項以上不給分。）

5 已知 $a, b > 0$ ，下列何者為真？

- (A) $(a^{-3})^2 \times (a^{-4})^{-3} = a^6$
- (B) $(a^2b^{-1})^{-2} \cdot (a^3b^4)^2 = a^2b^{10}$
- (C) $9^{\frac{3}{2}} = 27$
- (D) $8^{\frac{2}{3}} \cdot 4^{-\frac{1}{2}} = 2$
- (E) $32^{-\frac{3}{5}} = 8$

6 設 a 為非零之有理數， b 為無理數。請從下列敘述中，選出所有正確選項：

- (A) b^2 為有理數
- (B) $\frac{a}{b}$ 為無理數
- (C) $\frac{2a+b}{3}$ 為無理數
- (D) $\frac{\sqrt{2}a+b}{\sqrt{2}+1}$ 為無理數
- (E) 若 $a + b\sqrt{2} = 0$ ，則 $a = b = 0$

7 下列選項何者正確？

- (A) $\sqrt{8+2\sqrt{15}} = \sqrt{5} + \sqrt{3}$
- (B) $\sqrt{21-4\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} - 1$
- (C) $5^{\sqrt{3}} \times 5^{2-\sqrt{3}} = -25$
- (D) $(a-b+2)^2 = a^2 - 2ab + b^2 + 4a - 4b + 4$
- (E) $(2x+y)^3 = 8x^3 + 12x^2y + 6xy^2 + y^3$

8 關於常用對數的敘述，下列哪些選項是正確的？

- (A) $\log 1 = 0$
- (B) $\log 10 = 1$
- (C) $10^{\log 0.5} > 1$
- (D) $\log 100^{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$
- (E) $10^{2\log 3} > 10^{3\log 2}$

三、選填題（每格 6 分，共 48 分。）（本頁第 9~16 題依序為原卷甲(1)、甲(2)、乙(1)、乙(2)、丙、丁、戊第一格、戊第二格）

選填題甲 設 $a + b = 4$ ， $ab = 2$ ，試求下列各式的值：

9 (1) $a^2 + b^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



10 (2) $a^3 + b^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

選填題乙 試化簡下列各式：

11 (1) $\sqrt{18} + \sqrt{8} - \sqrt{72} + \sqrt{2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

12 (2) $\frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}-2} + \frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}+2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

13 已知 a 是位於區間 $(0, 10)$ 內的整數，且 $\frac{290+a}{140}$ 可以化為有限小數，則將 $\frac{290+a}{140}$ 化為有限小數後的值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

14 設 a, b 均為實數。若 $|ax - 3| \geq b$ 之解為 $x \leq -6$ 或 $x \geq 4$ ，則 $b - a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

選填題戊 基中數學科團隊為慶祝基中 100 週年校慶，打算設計一款底面為長方形的四角柱水杯（無握柄），經數學老師討論後，希望此水杯高度為 10 公分，最大容量為 360 ml（把水杯裝滿的情況下），且在杯壁厚度忽略不計的情況下，底面和側邊四個面的表面積總和要最小。

15 試問：底面和側邊四個面的表面積總和最小是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 平方公分；

16 此時水杯底面的長是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 公分。



四、計算題（共 12 分，請詳列計算過程，否則不予計分。）（本頁第 17 題為原卷己）

- 17 已知小叮噹、小夫、胖虎三人住在同一直線街道上。將他們的家標示在座標上，小叮噹家標示為 $A(-1)$ ，小夫家標示為 $B(3)$ ，胖虎家標示為 $C(x)$ ，若不確定胖虎家在哪，只知胖虎家到小叮噹家的距離與胖虎家到小夫家的距離和為 6，試求以下問題：(1) 請將上述句子轉換成 x 的方程式。（4 分）(2) 請解出上述之方程式。（將數線分成三段來討論解的情況）（8 分）



御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/klsh-114a-g10-1

答案一覽

- 第 1 題 (C)
第 2 題 (B)
第 3 題 (B)
第 4 題 (D)
第 5 題 (A)(B)(C)(D)
第 6 題 (B)(C)
第 7 題 (A)(B)(D)(E)
第 8 題 (A)(B)(D)(E)
第 9 題 12
第 10 題 40
第 11 題 0
第 12 題 -14
第 13 題 2.1
第 14 題 18
第 15 題 276
第 16 題 6
第 17 題 (1) $|x + 1| + |x - 3| = 6$; (2) $x = -2$ 或 $x = 4$

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。(不用註冊)
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit（可以先把姓名、座號遮掉）



單選 1~4：循環小數、根式估算與比大小、半衰期

- 1 答案 (C)。(A) π 是無理數，是不循環的無限小數。(B) $2^{-3} = \frac{1}{8} = 0.125$ ，是有限小數。(C) $\frac{2}{21}$ 已是最簡分數，分母 $21 = 3 \times 7$ 含有 2、5 以外的質因數，所以化成小數是循環小數 ($\frac{2}{21} = 0.\overline{095238}$)。(D) $\sqrt{2.56} = 1.6$ ，是有限小數。

最簡分數的分母只含質因數 2、5 時是有限小數，含有其他質因數就是循環小數。

- 2 答案 (B)。 $16 < 19 < 25$ ，所以 $4 < \sqrt{19} < 5$ ， $24 < 20 + \sqrt{19} < 25$ 。開根號： $\sqrt{24} < \sqrt{20 + \sqrt{19}} < 5$ ，而 $\sqrt{24} > \sqrt{16} = 4$ ，所以它介於 4 和 5 之間。

先估裡面的 $\sqrt{19}$ ，再估外面那一層。

- 3 答案 (B)。兩兩相減看正負。 $a - c = \frac{5(\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) - 3(2\sqrt{2} + 3\sqrt{3})}{15} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{15} > 0$ ，所以 $a > c$ 。
 $c - b = \frac{4(2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}) - 5(3\sqrt{2} + \sqrt{3})}{20} = \frac{7\sqrt{3} - 7\sqrt{2}}{20} > 0$ ，所以 $c > b$ 。合起來 $a > c > b$ 。

另一個看法： a 、 b 、 c 都是數線上 $\sqrt{2}$ 與 $\sqrt{3}$ 之間的分點， $\sqrt{3}$ 佔的比重分別是 $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{3}{5}$ ，比重越大越靠近 $\sqrt{3}$ ，也就越大； $\frac{2}{3} > \frac{3}{5} > \frac{1}{4}$ 。

- 4 答案 (D)。每經過一個半衰期 (100 年) 質量變成一半。 $\frac{3}{96} = \frac{1}{32} = \left(\frac{1}{2}\right)^5$ ，要經過 5 個半衰期，也就是 500 年。逐次檢查： $96 \rightarrow 48 \rightarrow 24 \rightarrow 12 \rightarrow 6 \rightarrow 3$ ，剛好 5 次。

多選 5~8：指數律、有理數與無理數、乘法公式、常用對數

- 5 答案 (A)(B)(C)(D)。(A) 對： $(a^{-3})^2 \times (a^{-4})^{-3} = a^{-6} \times a^{12} = a^6$ 。(B) 對： $(a^2b^{-1})^{-2} = a^{-4}b^2$ ， $(a^3b^4)^2 = a^6b^8$ ，相乘得 a^2b^{10} 。(C) 對： $9^{\frac{3}{2}} = (3^2)^{\frac{3}{2}} = 3^3 = 27$ 。(D) 對： $8^{\frac{2}{3}} = (2^3)^{\frac{2}{3}} = 4$ ， $4^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$ ，相乘得 2。(E) 錯： $32^{-\frac{3}{5}} = (2^5)^{-\frac{3}{5}} = 2^{-3} = \frac{1}{8}$ 。

(E) 的指數是負的，結果是 8 的倒數。

- 6 答案 (B)(C)。(A) 錯：取 $b = \sqrt{2} + 1$ ， $b^2 = 3 + 2\sqrt{2}$ 是無理數。(B) 對：假設 $\frac{a}{b} = r$ 是有理數，因為 $a \neq 0$ 所以 $r \neq 0$ ，於是 $b = \frac{a}{r}$ 是有理數，矛盾。(C) 對：假設 $\frac{2a+b}{3} = r$ 是有理數，則 $b = 3r - 2a$ 是有理數，矛盾。(D) 錯：取 $a = 1$ 、 $b = \sqrt{2} + 2$ ，分子是 $\sqrt{2} + \sqrt{2} + 2 = 2(\sqrt{2} + 1)$ ，整個式子等於 2，是有理數。(E) 錯：取 $a = 2$ 、 $b = -\sqrt{2}$ ， $a + b\sqrt{2} = 2 - 2 = 0$ 成立，但 a 、 b 都不是 0。

(E) 的結論「 $a = b = 0$ 」要在 a 、 b 都是有理數時才成立；這裡 b 是無理數，不能用。(D) 的反例是讓分子變成分母的有理數倍。

- 7 答案 (A)(B)(D)(E)。(A) 對：兩數和 8、積 15 是 5 和 3， $\sqrt{8 + 2\sqrt{15}} = \sqrt{5} + \sqrt{3}$ 。(B) 對： $21 - 4\sqrt{5} = 21 - 2\sqrt{20}$ ，兩數和 21、積 20 是 20 和 1，所以等於 $\sqrt{20} - 1 = 2\sqrt{5} - 1$ 。(C) 錯： $5^{\sqrt{3}} \times 5^{2-\sqrt{3}} = 5^{\sqrt{3}+2-\sqrt{3}} = 5^2 = 25$ ，不是 -25 。(D) 對：把 $a - b$ 看成一項， $((a - b) + 2)^2 = (a - b)^2 + 4(a - b) + 4 = a^2 - 2ab + b^2 + 4a - 4b + 4$ 。(E) 對： $(2x + y)^3 = (2x)^3 + 3(2x)^2y + 3(2x)y^2 + y^3 = 8x^3 + 12x^2y + 6xy^2 + y^3$ 。

(B) 要先把 $4\sqrt{5}$ 改寫成 $2\sqrt{20}$ 才能找兩數；(C) 正數的任何次方都是正的，不可能是負數。



- 8 答案 (A)(B)(D)(E)。(A) 對： $10^0 = 1$ ，所以 $\log 1 = 0$ 。(B) 對： $10^1 = 10$ ，所以 $\log 10 = 1$ 。(C) 錯： $10^{\log 0.5} = 0.5 < 1$ 。(D) 對： $100^{\sqrt{3}} = (10^2)^{\sqrt{3}} = 10^{2\sqrt{3}}$ ，所以 $\log 100^{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$ 。(E) 對： $10^{2\log 3} = (10^{\log 3})^2 = 3^2 = 9$ ， $10^{3\log 2} = (10^{\log 2})^3 = 2^3 = 8$ ， $9 > 8$ 。

都用同一件事： $\log a$ 就是「10 的幾次方等於 a 」，所以 $10^{\log a} = a$ 。

判斷「一定是無理數」用反證法（假設有理數，推出 b 是有理數）；判斷「不一定」只要舉一個反例。

選填甲～丁（第 9～14 題）：乘法公式、根式化簡、有限小數、絕對值不等式

- 9 (1) $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 4^2 - 2 \times 2 = 12$ 。
- 10 (2) $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = 4^3 - 3 \times 2 \times 4 = 64 - 24 = 40$ 。也可以用 $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) = 4 \times (12 - 2) = 40$ ，兩種算法一致。
- 11 (1) 各項化成 $\sqrt{2}$ 的倍數： $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ ， $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ ， $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$ 。原式 $= 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + \sqrt{2} = 0$ 。
- 12 (2) 通分，公分母是 $(\sqrt{3} - 2)(\sqrt{3} + 2) = 3 - 4 = -1$ 。分子是 $(\sqrt{3} + 2)^2 + (\sqrt{3} - 2)^2 = (7 + 4\sqrt{3}) + (7 - 4\sqrt{3}) = 14$ 。所以原式 $= \frac{14}{-1} = -14$ 。
 $\sqrt{3} < 2$ ，所以 $\sqrt{3} - 2$ 是負的，兩個分數都是負數，答案是負的。答案卡上第一格劃負號。
- 13 $140 = 2^2 \times 5 \times 7$ 。分數要能化成有限小數，約分後分母只能有質因數 2 和 5，所以分子 $290 + a$ 必須是 7 的倍數，才能把分母的 7 約掉。 a 是 1 到 9 的整數， $290 + a$ 在 291 到 299 之間，其中 7 的倍數只有 $294 = 7 \times 42$ ，所以 $a = 4$ 。 $\frac{294}{140} = \frac{21}{10} = 2.1$ 。
區間 $(0, 10)$ 不含端點， a 只能是 $1, 2, \dots, 9$ 。
- 14 解是「 $x \leq -6$ 或 $x \geq 4$ 」，兩個端點 -6 、 4 的中點是 -1 ，到中點的距離是 5，所以解等於 $|x + 1| \geq 5$ 。要和 $|ax - 3|$ 對照，常數項要是 -3 ：兩邊乘以 3 得 $|3x + 3| \geq 15$ ，而 $|3x + 3| = |-3x - 3|$ ，所以 $|-3x - 3| \geq 15$ 。對照得 $a = -3$ 、 $b = 15$ ， $b - a = 15 - (-3) = 18$ 。驗算： $|-3x - 3| \geq 15$ 即 $-3x - 3 \geq 15$ 或 $-3x - 3 \leq -15$ ，得 $x \leq -6$ 或 $x \geq 4$ 。
 $|3x + 3|$ 和 $|-3x - 3|$ 相等，要配合題目的「 -3 」選後者，所以 a 是負的。

「 $x \leq p$ 或 $x \geq q$ 」這種解，先找兩個端點的中點 m 和端點到中點的距離 r ，寫成 $|x - m| \geq r$ ，再乘上適當的倍數去對照题目的式子。

選填戊與計算題己（第 15～17 題）：算幾不等式、絕對值方程式

- 15 設底面長方形的兩邊長是 x 、 y 公分 ($x > 0$ ， $y > 0$)。 360 ml 就是 360 立方公分，高 10 公分，所以 $10xy = 360$ ， $xy = 36$ 。底面面積是 $xy = 36$ ；四個側面是兩個 $10x$ 和兩個 $10y$ ，合計 $20(x + y)$ 。表面積總和 $S = 36 + 20(x + y)$ 。由算幾不等式 $\frac{x + y}{2} \geq \sqrt{xy} = 6$ ，得 $x + y \geq 12$ ，所以 $S \geq 36 + 20 \times 12 = 276$ 。等號在 $x = y = 6$ 時成立，最小值是 276 平方公分。
水杯沒有蓋子，只算一個底面和四個側面。底面面積 $xy = 36$ 是固定的，會變的只有側面的 $20(x + y)$ 。



16 算幾不等式的等號在 $x = y$ 時成立，配合 $xy = 36$ 得 $x = y = 6$ 。這時底面是邊長 6 公分的正方形，底面的長是 6 公分。驗算： $36 + 4 \times (6 \times 10) = 276$ 。

17 (1) 數線上兩點的距離是坐標差的絕對值。胖虎家到小叮噠家的距離是 $|x - (-1)| = |x + 1|$ ，到小夫家的距離是 $|x - 3|$ ，所以方程式是 $|x + 1| + |x - 3| = 6$ 。(2) 以 -1 和 3 為分界分三段。① $x < -1$ ： $x + 1 < 0$ 、 $x - 3 < 0$ ，方程式變成 $-(x + 1) - (x - 3) = 6$ ， $-2x + 2 = 6$ ， $x = -2$ ，符合 $x < -1$ 。② $-1 \leq x \leq 3$ ： $x + 1 \geq 0$ 、 $x - 3 \leq 0$ ，方程式變成 $(x + 1) - (x - 3) = 6$ ，也就是 $4 = 6$ ，不成立，這一段沒有解。③ $x > 3$ ：方程式變成 $(x + 1) + (x - 3) = 6$ ， $2x - 2 = 6$ ， $x = 4$ ，符合 $x > 3$ 。所以 $x = -2$ 或 $x = 4$ 。驗算： $x = -2$ 時 $1 + 5 = 6$ ； $x = 4$ 時 $5 + 1 = 6$ 。

A 、 B 相距 4。胖虎家在兩家之間時距離和恆為 4，不可能是 6；所以一定在外側，往外多走 1 就會讓距離和多 2，得到 -2 和 4 。每一段解出來都要檢查有沒有落在那一段的範圍裡。

兩個正數的積固定時，和在兩數相等時最小；兩個絕對值相加的方程式，照絕對值裡面變號的點把數線分段討論。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自基隆高中 114 學年度上學期高一第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/klish-114a-g10-1