

高雄新莊高中 114 學年度上學期 高一第一次段考



御藍教育

範圍：數與式（實數與數線、根式運算、絕對值、算幾不等式、指數、常用對數） · 是非題 5 題（10 分）、
單選題 3 題（12 分）、多選題 6 題（36 分）、選填題 9 題（42 分）

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/khhcsh-114a-g10-1

一、是非題（一題 2 分，共 10 分，正確請畫○，錯誤請畫×）（本頁第 1~5 題為原卷是非題第 1~5 題）

- 1 $\sqrt{42} - \sqrt{301}$ 的值介於連續整數 5 和 6 之間。
- 2 計算 $7.24 \times 10^{-6} - 4.55 \times 10^{-7}$ 後，將數值以科學記號表示並四捨五入取至兩位有效數字，則答案為 6.8×10^{-6} 。
- 3 將 $\frac{3}{22}$ 化成小數，設小數點後第 n 位的數字記為 $f(n)$ ，則 $f(18) + f(19) + f(20) = 12$ 。
- 4 已知 a 、 b 為正實數，若 $a + 2b = 2\sqrt{2ab}$ ，則 $a = b$ 。
- 5 已知 k 為正整數，且 $\frac{k}{55} < 0.24\overline{5} < \frac{k+1}{55}$ ，則 $k = 13$ 。

二、單選題（一題 4 分，共 12 分）（本頁第 6~8 題為原卷單選題第 1~3 題）

- 6 設 $x = 8^6 - 5^6$ ，則下列哪個選項是 x 的最大質因數？
(A) 3
(B) 7
(C) 13
(D) 43
(E) 59
- 7 設 a 、 b 為實數，若 $|ax - 2| \geq b$ 的解為 $x \leq -17$ 或 $x \geq 5$ ，則 $|a - b| = ?$
(A) $\frac{4}{3}$
(B) 2
(C) $\frac{8}{3}$
(D) $\frac{10}{3}$
(E) 4



- 8 1977 年地震學家金森博雄制定了「地震矩規模 (M_W)」，用於估計規模較大的地震 (3.5 級以上)，其計算公式為 $M_W = \frac{2}{3} \log M_0 - 10.73$ ，其中 M_0 表示地震所釋放的一種能量，單位為牛頓-公尺。已知 2025 年 7 月 30 日發生於俄羅斯東部堪察加半島東側海域的地震，其地震矩規模為 8.8 級，所釋放的能量為 M_0 牛頓-公尺。若今於某地測得一起地震矩規模為 7.9 級的地震，而此地震所釋放的能量為 M'_0 牛頓-公尺，則地震所釋放的能量 M_0 為 M'_0 的幾倍？請選出最接近的數值。(已知 $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$)

(A) 10
(B) 20
(C) 40
(D) 80
(E) 160

三、多選題（一題 6 分，共 36 分，錯一個選項得 4 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個或三個以上不給分）（本頁第 9~14 題為原卷多選題第 1~6 題）

- 9 下列哪些選項中的數是有理數？

(A) $10^{\log \pi}$
(B) $\sqrt{0.4}$
(C) $4.1\bar{7} + 2^{11.5}$
(D) $\sqrt{(\sqrt{7} - 3)^2} + \sqrt{7}$
(E) $\sqrt{10^{\log 100}}$

- 10 下列哪些選項在數線上的解之範圍所形成的區間總長度為 6？

(A) $|2x + 3| \leq 6$
(B) $\sqrt{x+1} \leq \sqrt{3}$
(C) $3 \leq |2x - 1| \leq 9$
(D) $|9 - 2x| \geq 4x$
(E) $|x - 2| + |x + 4| = 6$

- 11 下列哪些選項是正確的？

(A) $\sqrt[3]{-64} = (-64)^{\frac{1}{3}} = -4$
(B) $\log \sqrt[3]{100} = \frac{3}{2}$
(C) $\frac{1}{\sqrt{13} - \sqrt{3}} > 0.2$
(D) $\sqrt{26} - 6 > \sqrt{31} - \sqrt{41}$
(E) $2^{2.4} + 2^{1.6} > 2^3$



12 下列哪些敘述是正確的？

- (A) 若 $a + b$ 、 $a^2 - b^2$ 為有理數，則 $a - b$ 亦為有理數
(B) $\sqrt{5}$ 和 $\sqrt{10}$ 之間有無限多個有理數
(C) 5^{-30} 和 $\frac{91}{56}$ 皆可化為有限小數
(D) 若 m 、 n 為實數，且 $m < n$ ，則 $m < \frac{2m + 4n}{7} < n$
(E) 若 a 、 b 皆為正數，則 $\sqrt{a + b - 2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$

13 已知 $\log 3 \approx 0.4771$ 且 $\log 7 \approx 0.8451$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (A) $10^{0.8451} \approx 7$
(B) $\log 3000 \approx 3.4771$
(C) $3^{20} \times 7^{10}$ 為 18 位數
(D) 49^{-50} 在小數點後第 85 位開始不為 0
(E) $-3 < \log 0.08451 < -2$

14 若 $a = \sqrt{3 - \sqrt{5}}$ ， $b = \sqrt{3 + \sqrt{5}}$ ，則下列哪些選項是正確的？

- (A) 存在一實數 x ，使得 $a = 10^x$
(B) $a^6 + b^6$ 為無理數
(C) $a - b = -\sqrt{2}$
(D) b^4 的整數部分為 26
(E) 設 b^4 的小數部分為 p ，則 $\sqrt{5}$ 的小數部分為 $\frac{1-p}{6}$

四、選填題（共 42 分）（本頁第 15~23 題為原卷選填題第 1~9 題）

15 設 $a = \frac{1}{\sqrt[6]{125}}$ ， $b = \left(\frac{1}{5\sqrt{2}}\right)^{3\sqrt{2}}$ ， $c = \sqrt[3]{\frac{1}{25\sqrt{5}}}$ ，若 $\frac{bc^3}{a} = 25^x$ ，則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

16 數線上有兩點 $A\left(\frac{2}{3}\right)$ 、 $B(8)$ ，若點 P 滿足 $\overline{AP} : \overline{PB} = 8 : 3$ ，但點 P 不在 $\overline{AB}$ 上，則點 P 的坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

17 設 a 、 b 為實數，且滿足 $\begin{cases} (2.9)^a = 0.01 \\ (0.0029)^b = 1000 \end{cases}$ ，則 $\frac{2}{a} + \frac{3}{b} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



18 設 a, b 是有理數，若 $a \times \sqrt{21 - 12\sqrt{3}} - b \times \sqrt{7 - \sqrt{48}} = 6 - \sqrt{3}$ ，則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

19 某一種病毒肆虐全台，此病毒經過 t 週後全台受到感染的比率為 $f(t) = \frac{1}{1 + a \times 3^{bt}} \times 100\%$ ，已知一開始 ($t = 0$ 時) 有 10% 的人受到感染；經過三週之後，有 50% 的人受到感染，則 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

20 設 $a > 1$ 且 $a^2 + a^{-2} = 7$ ，則 $a + a^3 + a^{-1} - a^{-3} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

21 已知不等式 $|3x + 8| + 2|x - 3| < 15$ 的解為區間 (a, b) ，則 $b - a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

22 設 x 為實數且 $4^x = 2 + \sqrt{5}$ ，已知 $\frac{2^{3x} + 2^{-3x}}{2^x - 4 \times 2^{-x}} = a + b\sqrt{5}$ ，其中 a, b 為有理數，則 $a - b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

23 考量平時通勤需求，小新想購入一台電動機車。已知電動機車隨著使用年限增加，會需要進行相關維修和保養（如更換電池、輪胎等），花費會逐年增加，因此，小新想了解一台電動機車使用多久會最划算。假設購入一台 81 千元的電動機車，而維修保養費用在第一年為 2 千元，之後每一年比前一年增加 2 千元，基於這個增長模式，若使用電動機車滿 n 年，可以使年平均總花費（包含購車的費用）達到最低為 k 千元，則數對 $(n, k) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。（例如：這台電動機車使用滿 3 年，則年平均總花費為 $(81 + 2 + 4 + 6) \div 3 = 31$ 千元；可利用公式 $1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ ）



網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/khhcsh-114a-g10-1

答案一覽

是非題：1 = 正確、2 = 錯誤

1 2	2 1	3 1	4 2	5 1
--------	--------	--------	--------	--------

第 6 題 (D)

第 7 題 (E)

第 8 題 (B)

第 9 題 (B)(D)(E)

第 10 題 (A)(C)(E)

第 11 題 (C)(E)

第 12 題 (B)(C)

第 13 題 (A)(B)(C)(D)

第 14 題 (A)(C)

第 15 題 -4

第 16 題 $\frac{62}{5}$

第 17 題 -3

第 18 題 (4, -9)

第 19 題 $-\frac{2}{3}$

第 20 題 $3 + 8\sqrt{5}$

第 21 題 $\frac{22}{5}$

第 22 題 22

第 23 題 (9, 19)

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。(不用註冊)
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit (可以先把姓名、座號遮掉)



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/khhcsh-114a-g10-1

是非 1~5：估算、循環小數與等號條件

- 1 2 $17^2 = 289 < 301 < 324 = 18^2$ ，所以 $17 < \sqrt{301} < 18$ ， $24 < 42 - \sqrt{301} < 25$ 。再開根號：
 $\sqrt{24} < \sqrt{42 - \sqrt{301}} < 5$ ，這個數介於 4 和 5 之間。
- 2 1 先把次方對齊： $4.55 \times 10^{-7} = 0.455 \times 10^{-6}$ ，相減得 $(7.24 - 0.455) \times 10^{-6} = 6.785 \times 10^{-6}$ 。取兩位有效數字，第三位是 8 要進位，得 6.8×10^{-6} 。
- 3 1 $\frac{3}{22} = 0.1\overline{36}$ ，第 1 位是 1，之後偶數位都是 3、奇數位都是 6。所以 $f(18) = 3$ 、 $f(19) = 6$ 、 $f(20) = 3$ ，和為 12。
- 4 2 由算幾不等式 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{a \cdot b}$ ，也就是 $a+b \geq 2\sqrt{ab}$ ，等號成立的條件是 $a = b$ 。題目給的正是等號成立的情形，所以 $a = 2b$ ，不是 $a = b$ 。
也可以直接配方： $a+b-2\sqrt{ab} = (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 = 0$ ，得 $a = b$ 。
- 5 1 $0.24\overline{5} = \frac{245-2}{990} = \frac{243}{990} = \frac{27}{110} = \frac{13.5}{55}$ 。所以 $k < 13.5 < k+1$ ，正整數 $k = 13$ 。

估根號先夾在兩個完全平方數之間；看到「兩數和=2 倍根號積」就想到算幾不等式的等號條件。

單選 6~8

- 6 $x = (8^3)^2 - (5^3)^2 = (8^3 - 5^3)(8^3 + 5^3) = (512 - 125)(512 + 125) = 387 \times 637$ 。 $387 = 3^2 \times 43$ ， $637 = 7^2 \times 13$ ，所以 $x = 3^2 \times 7^2 \times 13 \times 43$ ，最大質因數是 43。
答案 (D)。
- 7 $|ax - 2| \geq b$ 即 $ax \geq 2 + b$ 或 $ax \leq 2 - b$ 。若 $a > 0$ ，則 $\frac{2+b}{a} = 5$ 、 $\frac{2-b}{a} = -17$ ，兩式相加得 $4 = -12a$ ， $a < 0$ ，矛盾。所以 $a < 0$ ，除以 a 時不等號反向： $x \leq \frac{2+b}{a} = -17$ 或 $x \geq \frac{2-b}{a} = 5$ 。得 $2+b = -17a$ 、 $2-b = 5a$ ，相加 $4 = -12a$ ， $a = -\frac{1}{3}$ ， $b = \frac{11}{3}$ 。
 $|a-b| = \left| -\frac{1}{3} - \frac{11}{3} \right| = 4$ ，答案 (E)。驗算： $\left| -\frac{x}{3} - 2 \right| \geq \frac{11}{3}$ 即 $|x+6| \geq 11$ ，解為 $x \leq -17$ 或 $x \geq 5$ 。
- 8 由公式得 $\log M_0 = \frac{3}{2}(M_W + 10.73)$ ，所以 $M_0 = 10^{\frac{3}{2}(8.8+10.73)}$ ， $M'_0 = 10^{\frac{3}{2}(7.9+10.73)}$ 。相除，指數相減： $\frac{M_0}{M'_0} = 10^{\frac{3}{2} \times 0.9} = 10^{1.35}$ 。比較各選項： $20 = 10 \times 2 \approx 10^{1.3010}$ ， $30 = 10 \times 3 \approx 10^{1.4771}$ ， $40 = 10 \times 2^2 \approx 10^{1.6020}$ 。因為 $1.3010 < 1.35 < 1.4771$ ，倍數介於 20 和 30 之間，最接近的選項是 20。
答案 (B)。實際值約 22.4。

絕對值不等式的係數是負的，除過去不等號要反向；規模差換成能量倍數，就是把差乘上 $\frac{3}{2}$ 放到 10 的指數上。



多選 9、10：有理數的判斷與絕對值的解區間

- 9 (A) $10^{\log \pi} = \pi$ ，無理數。(B) $0.\overline{4} = \frac{4}{9}$ ， $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$ ，有理數。(C) $4.1\overline{7}$ 是循環小數（有理數）， $2^{11.5} = 2^{11}\sqrt{2}$ 是無理數，有理數加無理數是無理數。(D) $\sqrt{7} < 3$ ，所以 $\sqrt{(\sqrt{7}-3)^2} = 3 - \sqrt{7}$ ，加上 $\sqrt{7}$ 得 3，有理數。(E) $\log 100 = 2$ ， $\sqrt{10^2} = 10$ ，有理數。

答案 (B)(D)(E)。

- 10 (A) $-6 \leq 2x + 3 \leq 6$ ， $-\frac{9}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$ ，長度 6。(B) 根號內不可為負， $0 \leq x + 1 \leq 3$ ， $-1 \leq x \leq 2$ ，長度 3。(C) $3 \leq 2x - 1 \leq 9$ 或 $-9 \leq 2x - 1 \leq -3$ ，即 $2 \leq x \leq 5$ 或 $-4 \leq x \leq -1$ ，總長度 $3 + 3 = 6$ 。(D) $9 - 2x \geq 4x$ 或 $9 - 2x \leq -4x$ ，即 $x \leq \frac{3}{2}$ 或 $x \leq -\frac{9}{2}$ ，合起來是 $x \leq \frac{3}{2}$ ，長度無限。(E) $|x - 2| + |x + 4|$ 是 x 到 2 與到 -4 的距離和，兩點相距 6，所以當 $-4 \leq x \leq 2$ 時距離和恰為 6，長度 6。

答案 (A)(C)(E)。(B) 容易漏掉 $x + 1 \geq 0$ ；(D) 當 $x < 0$ 時右邊是負的，不等式自動成立。

多選 11、12：運算規則與實數的性質

- 11 (A) $\sqrt[3]{-64} = -4$ 沒有問題，但分數指數 $a^{\frac{1}{3}}$ 只在底數 $a > 0$ 時有定義， $(-64)^{\frac{1}{3}}$ 沒有意義，所以整個等式不成立。(B) $\sqrt[3]{100} = 10^{\frac{2}{3}}$ ， $\log \sqrt[3]{100} = \frac{2}{3}$ ，不是 $\frac{3}{2}$ 。(C) 有理化： $\frac{1}{\sqrt{13}-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{13}+\sqrt{3}}{10} > \frac{3+1}{10} = 0.4 > 0.2$ ，正確。(D) $6 - \sqrt{26} = \frac{10}{6+\sqrt{26}}$ ， $\sqrt{41} - \sqrt{31} = \frac{10}{\sqrt{41}+\sqrt{31}}$ 。因為 $6 + \sqrt{26} < \sqrt{41} + \sqrt{31}$ ，所以 $6 - \sqrt{26} > \sqrt{41} - \sqrt{31}$ ，兩邊變號得 $\sqrt{26} - 6 < \sqrt{31} - \sqrt{41}$ ，不正確。(E) 由算幾不等式 $2^{2.4} + 2^{1.6} \geq 2\sqrt{2^{2.4+1.6}} = 2\sqrt{2^4} = 8$ ，而 $2^{2.4} \neq 2^{1.6}$ ，等號不成立，所以 $> 2^3$ ，正確。

答案 (C)(E)。

- 12 (A) 當 $a + b \neq 0$ 時 $a - b = \frac{a^2 - b^2}{a + b}$ 是有理數，但 $a + b = 0$ 時不一定：取 $a = \sqrt{2}$ 、 $b = -\sqrt{2}$ ， $a + b = 0$ 、 $a^2 - b^2 = 0$ 都是有理數， $a - b = 2\sqrt{2}$ 卻是無理數。(B) 任意兩個相異實數之間都有無限多個有理數，正確。(C) $5^{-30} = \frac{1}{5^{30}} = \frac{2^{30}}{10^{30}}$ ， $\frac{91}{56} = \frac{13}{8} = 1.625$ ，最簡分數的分母都只含質因數 2 或 5，皆為有限小數，正確。(D) $m < \frac{2m+4n}{7}$ 等價於 $5m < 4n$ ，不一定成立：取 $m = 4$ 、 $n = 4.5$ ， $\frac{2m+4n}{7} = \frac{26}{7} < 4$ 。(E) $\sqrt{a+b-2\sqrt{ab}} = \sqrt{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2} = |\sqrt{a}-\sqrt{b}|$ ，當 $a < b$ 時等於 $\sqrt{b}-\sqrt{a}$ ，不正確。

答案 (B)(C)。(D) 的分子係數和是 6 不是 7，所以它不是 m 、 n 之間的分點。

含文字的敘述先找會出事的特殊情形：分母為 0、兩數大小顛倒、根號開出來是負的。



多選 13、14：對數與位數、雙重根號

- 13 (A) $\log 7 \approx 0.8451$ 就是 $10^{0.8451} \approx 7$ ，正確。(B) $3000 = 10^3 \times 3 \approx 10^{3.4771}$ ，正確。(C) $3^{20} \times 7^{10} \approx 10^{0.4771 \times 20 + 0.8451 \times 10} = 10^{17.993}$ ，介於 10^{17} 和 10^{18} 之間，是 18 位數，正確。(D) $49^{-50} = 7^{-100} \approx 10^{-84.51} = 10^{0.49} \times 10^{-85}$ ，而 $1 < 10^{0.49} < 10$ ，所以在小數點後第 85 位開始不為 0，正確。(E) $10^{-2} = 0.01 < 0.08451 < 0.1 = 10^{-1}$ ，所以 $-2 < \log 0.08451 < -1$ ，不正確。

答案 (A)(B)(C)(D)。(E) 的數字 0.08451 是真數，不是對數值。

- 14 $a^2 = 3 - \sqrt{5}$ 、 $b^2 = 3 + \sqrt{5}$ ， $ab = \sqrt{9-5} = 2$ 。(A) $a > 0$ ，正數都可以寫成 10^x ($x = \log a$)，正確。(B) $a^6 + b^6 = (3 - \sqrt{5})^3 + (3 + \sqrt{5})^3 = 2(3^3 + 3 \cdot 3 \cdot 5) = 144$ ，是有理數，不正確。(C) $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 6 - 4 = 2$ ，又 $a < b$ ，所以 $a-b = -\sqrt{2}$ ，正確。(D) $b^4 = (3 + \sqrt{5})^2 = 14 + 6\sqrt{5} = 14 + \sqrt{180}$ ， $13 < \sqrt{180} < 14$ ，所以 $27 < b^4 < 28$ ，整數部分是 27，不正確。(E) $p = 14 + 6\sqrt{5} - 27 = 6\sqrt{5} - 13$ ， $\frac{1-p}{6} = \frac{14-6\sqrt{5}}{6} = \frac{7-3\sqrt{5}}{3} \approx 0.097$ ；而 $\sqrt{5}$ 的小數部分是 $\sqrt{5} - 2 \approx 0.236$ ，兩者不相等，不正確。

答案 (A)(C)。(E) 由 $p = 6\sqrt{5} - 13$ 可得 $\sqrt{5} - 2 = \frac{p+1}{6}$ ，正確的式子是 $\frac{1+p}{6}$ 。

位數與「小數點後第幾位」都先寫成 10 的次方，再拆成「1 到 10 之間的數」乘上 10 的整數次方。

選填 15~18

- 15 全部化成 5 的次方： $a = \frac{1}{(5^3)^{\frac{1}{6}}} = 5^{-\frac{1}{2}}$ ； $b = (5^{-\sqrt{2}})^{3\sqrt{2}} = 5^{-6}$ ； $c = (5^{-2} \cdot 5^{-\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} = 5^{-\frac{5}{6}}$ ， $c^3 = 5^{-\frac{5}{2}}$ 。
所以 $\frac{bc^3}{a} = 5^{-6-\frac{5}{2}+\frac{1}{2}} = 5^{-8} = 25^{-4}$ 。

答案 $x = -4$ 。

- 16 $\overline{AP} > \overline{PB}$ 且 P 不在 $\overline{AB}$ 上，所以 P 在 B 的右側。設 $P(p)$ ， $p > 8$ ： $(p - \frac{2}{3}) : (p - 8) = 8 : 3$ ，
 $3p - 2 = 8p - 64$ ， $p = \frac{62}{5}$ 。

答案 $\frac{62}{5}$ 。驗算： $\overline{AP} = \frac{176}{15}$ ， $\overline{PB} = \frac{66}{15}$ ，比為 $8 : 3$ 。

- 17 $(2.9)^a = 10^{-2}$ ，兩邊同取 $\frac{1}{a}$ 次方得 $2.9 = 10^{-\frac{2}{a}}$ ； $(0.0029)^b = 10^3$ ，同理 $0.0029 = 10^{\frac{3}{b}}$ 。兩式相除：
 $\frac{2.9}{0.0029} = 1000 = 10^{-\frac{2}{a}-\frac{3}{b}}$ ，所以 $-\frac{2}{a} - \frac{3}{b} = 3$ 。
答案 $\frac{2}{a} + \frac{3}{b} = -3$ 。

- 18 $\sqrt{21-12\sqrt{3}} = \sqrt{21-2\sqrt{108}} = \sqrt{12}-\sqrt{9} = 2\sqrt{3}-3$ ； $\sqrt{7-\sqrt{48}} = \sqrt{7-2\sqrt{12}} = \sqrt{4}-\sqrt{3} = 2-\sqrt{3}$ 。代入： $a(2\sqrt{3}-3)-b(2-\sqrt{3}) = (-3a-2b)+(2a+b)\sqrt{3} = 6-\sqrt{3}$ 。 $a、b$ 是有理數，比較兩邊： $-3a-2b=6$ ， $2a+b=-1$ ，解得 $a=4$ 、 $b=-9$ 。

答案 $(a, b) = (4, -9)$ 。

指數題先化成同一個底；雙重根號先把裡面整理成 $2\sqrt{\quad}$ 的形式，再找「和、積」。



選填 19~21

19 $t = 0 : \frac{1}{1+a} = \frac{1}{10}, a = 9 \circ t = 3 : \frac{1}{1+9 \times 3^{3b}} = \frac{1}{2}$, 所以 $9 \times 3^{3b} = 1, 3^{3b} = 3^{-2}, 3b = -2$ 。

答案 $b = -\frac{2}{3}$ 。

20 $(a + a^{-1})^2 = a^2 + a^{-2} + 2 = 9, a > 0$, 所以 $a + a^{-1} = 3 \circ (a - a^{-1})^2 = a^2 + a^{-2} - 2 = 5$, 又 $a > 1$ 使 $a > a^{-1}$, 所以 $a - a^{-1} = \sqrt{5} \circ a^3 - a^{-3} = (a - a^{-1})(a^2 + 1 + a^{-2}) = \sqrt{5} \times 8 = 8\sqrt{5}$ 。

所求 $= (a + a^{-1}) + (a^3 - a^{-3}) = 3 + 8\sqrt{5}$ 。

21 分界點是 $-\frac{8}{3}$ 和 3 。① $x \geq 3 : 3x + 8 + 2x - 6 < 15, x < \frac{13}{5}$, 與 $x \geq 3$ 不合, 無解。② $-\frac{8}{3} \leq x < 3 : 3x + 8 - 2x + 6 < 15, x < 1$, 得 $-\frac{8}{3} \leq x < 1$ 。③ $x < -\frac{8}{3} : -3x - 8 - 2x + 6 < 15, x > -\frac{17}{5}$, 得 $-\frac{17}{5} < x < -\frac{8}{3}$ 。合併： $-\frac{17}{5} < x < 1$ 。

答案 $b - a = 1 - \left(-\frac{17}{5}\right) = \frac{22}{5}$ 。

選填 22、23

22 分子分母同乘 2^x ：原式 $= \frac{2^{4x} + 2^{-2x}}{2^{2x} - 4} = \frac{(4^x)^2 + (4^x)^{-1}}{4^x - 4} \circ (4^x)^2 = (2 + \sqrt{5})^2 = 9 + 4\sqrt{5}, (4^x)^{-1} = \frac{1}{2 + \sqrt{5}} = \sqrt{5} - 2$, 分子 $= 7 + 5\sqrt{5}$, 分母 $= \sqrt{5} - 2$ 。有理化： $\frac{7 + 5\sqrt{5}}{\sqrt{5} - 2} = (7 + 5\sqrt{5})(\sqrt{5} + 2) = 39 + 17\sqrt{5}$ 。

$a = 39, b = 17$, 答案 $a - b = 22$ 。

23 使用滿 n 年的維修保養費共 $2 + 4 + \cdots + 2n = n(n+1)$ 千元, 年平均總花費為 $\frac{81 + n(n+1)}{n} = n + \frac{81}{n} + 1$ 千元。由算幾不等式 $n + \frac{81}{n} \geq 2\sqrt{81} = 18$, 等號在 $n = \frac{81}{n}$, 即 $n = 9$ 時成立, 9 是正整數, 做得到。所以最低為 $18 + 1 = 19$ 千元。

答案 $(n, k) = (9, 19)$ 。驗算： $(81 + 90) \div 9 = 19$ 。

用算幾不等式求最小值, 要確認乘積是定值, 而且等號成立的 n 真的取得到。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自高雄新莊高中 114 學年度上學期高一第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。

御藍教育
ROYAL BLUE · EDUCATION



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/khhcsh-114a-g10-1