

新店高中 114 學年度上學期 高一第一次段考



御藍教育

範圍：數與式（實數、絕對值、指數、常用對數） · 多選題 4 題（24 分）、填充題 12 題共 15 格（76 分，依答對格數給分）

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/htsh-114a-g10-1

一、多選題（每題 6 分，共 24 分，錯一個選項得 4 分，錯二個選項得 2 分，錯三個以上則 0 分）

1 試選出敘述正確的選項：

- (A) 若 a, b 為實數，則 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$
- (B) $0.1\overline{9} < 0.2$
- (C) 若 $a^2 > b^2$ ，則 $|a| > |b|$
- (D) 若 $a^2b > a^2c$ ，則 $b > c$
- (E) 若 a, b, c, d 為實數， $a + b\sqrt{2} = c + d\sqrt{2}$ ，則 $a = c$ 且 $b = d$

2 試選出正確的選項：

- (A) 若 $a + b, ab$ 皆為有理數，則 a, b 至少有一為有理數
- (B) 若 a 為有理數、 b 為無理數，則 $a - b$ 為無理數
- (C) 若 $ab, \frac{a}{b}$ 皆為無理數，則 $a + b$ 為無理數
- (D) 若 $a + b, a - b$ 皆為有理數，則 a, b 皆為有理數
- (E) 若 a^2, a^3 皆為無理數，則 a 為無理數

3 下列選項哪些是正確的？

- (A) 若 $a < b$ ，則 $\frac{a+2b}{3} > \frac{a+3b}{4} > \frac{2a+3b}{5}$
- (B) $\sqrt{10} + \sqrt{3} > \sqrt{8} + \sqrt{5} > \sqrt{7} + \sqrt{6}$
- (C) $\sqrt{7} - \sqrt{3} > \sqrt{8} - 2 > 3 - \sqrt{5}$
- (D) $2^{\frac{1}{2}} < 3^{\frac{1}{3}} < 4^{\frac{1}{4}}$
- (E) $100^{\log 2} < 10^{\log 5} < 10^{\log 3 + \log 2}$

4 設 a, b 為正實數，且 $a = 2^{0.4}, b = 2^{0.02}$ ，下列選項哪些是正確的？

- (A) $a > b > 1$
- (B) $a^{10} < b^{100}$
- (C) $\sqrt{a^5} b^{50} = 2$
- (D) $\frac{b^{10}}{a^5} > 1$
- (E) $\frac{8}{a^{10} b^{50}} = a^{-5}$



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/htsh-114a-g10-1

二、填充題（共 76 分，依下列答對格數給分）答對 1~15 格依序得 8、16、24、32、38、44、50、54、58、62、66、69、72、74、76 分。（本頁第 5~16 題依序為原卷填充第 1~12 題，共 15 格）

- 5 美國 NASA 發射的衛星以光速約 3.0×10^8 公尺/秒向地球傳輸資料，傳輸時間需要時 1 小時 10 分 20 秒，則衛星距離地球大約是 _____ 公里。（答案以二位有效數字用科學記號表示）

- 6 若 $x > 0$ ，求 $x + \frac{9}{x}$ 的最小值為 _____，此時 $x =$ _____。

- 7 已知 $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 P 在數線上， $a < b$ ，且 $\overline{AP} : \overline{BP} = 1 : 3$ ，若點 P 在 $\overline{AB}$ 上則 P 點坐標為 -1 ，若點 P 不在 $\overline{AB}$ 上則 P 點坐標為 -7 ，則數對 $(a, b) =$ _____。

- 8 若 $a = \log 3$ ， $b = \log 2$ ，則 $100^{a+b} + 10^{2-b} =$ _____。

- 9 求 $\left(\frac{16}{\sqrt{8}}\right)^{0.8} (\sqrt{7} + \sqrt{5})^{-3} (\sqrt{7} - \sqrt{5})^{-3} =$ _____。

- 10 已知 7^{100} 為 85 位數， 3^{100} 為 48 位數，則 21^{10} 為 _____ 位數。

- 11 設 $x = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$ ，求下列各式的值：(1) $x + x^{-1} =$ _____。(2) $x^3 + x^{-3} =$ _____。(3) $x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}} =$ _____。



- 12 解 $2|x-1| + 3|x+2| \leq 8$ ，以區間符號表示此不等式的解為 _____。

- 13 A 元素之半衰期為 20 天， B 元素之半衰期為 30 天，若一礦石中 A 、 B 兩元素之質量比為 2 : 3，則 120 天後 A 、 B 兩元素質量比值為 _____。

- 14 已知 $\sqrt{28 - 5\sqrt{12}}$ 的整數部分為 a ，小數部分為 b ，則 $\frac{1}{a-b+1} + \frac{1}{b} =$ _____。

- 15 已知 a 、 b 、 c 為實數，且不等式 $c \leq |ax+1| < b$ 之解為 $(-3, -1] \cup [2, 4)$ ，則數組 $(a, b, c) =$ _____。

- 16 聲音的強度是用每平方公尺多少瓦特 (W/m^2) 來衡量，一般人能感覺到聲音的最小強度為 $I_0 = 10^{-12}$ (W/m^2)；當測得的聲音強度為 I (W/m^2) 時，所產生噪音分貝數 $d = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$ 。若一隻吉娃娃的叫聲為 60 分貝，則 100 隻吉娃娃一起叫，聲音會達 _____ 分貝。

御藍教育

ROYAL BLUE • EDUCATION



網頁版 (答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章) : royalblue-education.com/school-exams/htsh-114a-g10-1

答案一覽

- 第 1 題 (C)(D)
第 2 題 (B)(D)(E)
第 3 題 (C)(E)
第 4 題 (A)(E)
第 5 題 1.3×10^9
第 6 題 最小值 6 ; 此時 $x = 3$
第 7 題 $(-3, 5)$
第 8 題 86
第 9 題 $\frac{1}{2}$
第 10 題 14
第 11 題 (1) 8 ; (2) 488 ; (3) $-\sqrt{6}$
第 12 題 $\left[-\frac{12}{5}, 0\right]$
第 13 題 $\frac{1}{6}$
第 14 題 4
第 15 題 $(-2, 7, 3)$
第 16 題 80

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。(不用註冊)
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit (可以先把姓名、座號遮掉)



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/htsh-114a-g10-1

多選 1~2：實數的性質、有理數與無理數

- 1 答案 (C)(D)。(A) 錯：算幾不等式要 a 、 b 都不是負數才成立，取 $a = b = -1$ ，左邊 -1 、右邊 $\sqrt{1} = 1$ ，不成立。(B) 錯： $0.1\overline{9} = 0.1 + 0.0\overline{9} = 0.1 + 0.1 = 0.2$ ，兩數相等。(C) 對： $a^2 = |a|^2$ 、 $b^2 = |b|^2$ ， $|a|$ 、 $|b|$ 都不是負數，平方較大的本身也較大。(D) 對： $a^2b > a^2c$ 表示 $a \neq 0$ （否則兩邊都是 0），所以 $a^2 > 0$ ，兩邊同除以 a^2 得 $b > c$ 。(E) 錯：取 $a = \sqrt{2}$ 、 $b = 0$ 、 $c = 0$ 、 $d = 1$ ，兩邊都是 $\sqrt{2}$ ，但 $a \neq c$ 。

(E) 要 a 、 b 、 c 、 d 都是有理數才能比較係數，題目寫的是實數。

- 2 答案 (B)(D)(E)。(A) 錯：取 $a = \sqrt{2}$ 、 $b = -\sqrt{2}$ ， $a + b = 0$ 、 $ab = -2$ 都是有理數，但兩個都是無理數。(B) 對：若 $a - b = r$ 是有理數，則 $b = a - r$ 是有理數，矛盾。(C) 錯：取 $a = \sqrt{2}$ 、 $b = 1 - \sqrt{2}$ ， $ab = \sqrt{2} - 2$ 、 $\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} = -2 - \sqrt{2}$ 都是無理數，但 $a + b = 1$ 是有理數。(D) 對： $a = \frac{(a+b) + (a-b)}{2}$ 、 $b = \frac{(a+b) - (a-b)}{2}$ ，有理數加減、除以 2 還是有理數。(E) 對：如果 a 是有理數， a^2 就是有理數，和條件矛盾，所以 a 是無理數。

判斷「錯」只要舉一個反例；判斷「對」要說明理由，常用的寫法是先假設結論不成立再推出矛盾。

多選 3~4：比大小與指數律

- 3 答案 (C)(E)。(A) 錯： $\frac{a+3b}{4} - \frac{a+2b}{3} = \frac{b-a}{12} > 0$ ，所以 $\frac{a+2b}{3} < \frac{a+3b}{4}$ ，第一個不等號方向相反。(B) 錯：三個數都是正數，平方後依序是 $13 + 2\sqrt{30}$ 、 $13 + 2\sqrt{40}$ 、 $13 + 2\sqrt{42}$ ，越來越大，所以 $\sqrt{10} + \sqrt{3} < \sqrt{8} + \sqrt{5} < \sqrt{7} + \sqrt{6}$ 。(C) 對： $\sqrt{7} - \sqrt{3} = \frac{4}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$ ， $\sqrt{8} - 2 = \sqrt{8} - \sqrt{4} = \frac{4}{\sqrt{8} + \sqrt{4}}$ ， $3 - \sqrt{5} = \sqrt{9} - \sqrt{5} = \frac{4}{\sqrt{9} + \sqrt{5}}$ ；分子都是 4，分母 $\sqrt{7} + \sqrt{3} < \sqrt{8} + \sqrt{4} < \sqrt{9} + \sqrt{5}$ ，分母越大值越小。(D) 錯：三數都取 12 次方，依序是 $2^6 = 64$ 、 $3^4 = 81$ 、 $4^3 = 64$ ，所以 $2^{\frac{1}{2}} = 4^{\frac{1}{4}} < 3^{\frac{1}{3}}$ ，後半 $3^{\frac{1}{3}} < 4^{\frac{1}{4}}$ 不成立。(E) 對： $100^{\log 2} = (10^{\log 2})^2 = 2^2 = 4$ ， $10^{\log 5} = 5$ ， $10^{\log 3 + \log 2} = 10^{\log 3} \times 10^{\log 2} = 6$ ，而 $4 < 5 < 6$ 。

(B) 三組的兩數和都是 13，平方後只差在乘積；(C) 三組的兩數差都是 4，把分子有理化後只差在分母。

- 4 答案 (A)(E)。全部化成 2 的次方。(A) 對： $0.4 > 0.02 > 0$ ，所以 $2^{0.4} > 2^{0.02} > 2^0 = 1$ 。(B) 錯： $a^{10} = 2^4 = 16$ ， $b^{100} = 2^2 = 4$ ， $a^{10} > b^{100}$ 。(C) 錯： $a^5 = 2^2$ ， $\sqrt{a^5} = 2$ ； $b^{50} = 2^1 = 2$ ；相乘是 4。(D) 錯： $\frac{b^{10}}{a^5} = \frac{2^{0.2}}{2^2} = 2^{-1.8} < 1$ 。(E) 對： $a^{10}b^{50} = 2^4 \times 2^1 = 2^5$ ，左邊 $\frac{2^3}{2^5} = 2^{-2}$ ；右邊 $a^{-5} = 2^{-2}$ ，兩邊相等。

(C) 的根號只蓋住 a^5 ；即使連 b^{50} 一起開根號，結果是 $\sqrt{2^3} = 2\sqrt{2}$ ，也不等於 2。

比大小時先找共同點：和相同就平方、差相同就把分子有理化、指數是分數就取公倍數次方。

填充 1~6（第 5~10 題）：科學記號、算幾不等式、分點、指數與對數

- 5 1 小時 10 分 20 秒 = $3600 + 600 + 20 = 4220$ 秒。距離 = $3.0 \times 10^8 \times 4220 = 1.266 \times 10^{12}$ 公尺。1 公里 = 10^3 公尺，所以是 1.266×10^9 公里，取二位有效數字得 1.3×10^9 公里。
單位要從公尺換成公里（除以 10^3 ），再四捨五入到二位有效數字。



- 6 $x > 0$ 時 x 和 $\frac{9}{x}$ 都是正數，由算幾不等式 $\frac{x + \frac{9}{x}}{2} \geq \sqrt{x \cdot \frac{9}{x}} = 3$ ，所以 $x + \frac{9}{x} \geq 6$ 。等號在 $x = \frac{9}{x}$ 時成立，即 $x^2 = 9$ ， $x = 3$ （取正）。最小值 6，此時 $x = 3$ 。
- 7 P 在 $\overline{AB}$ 上時是內分點， $\overline{AP} : \overline{PB} = 1 : 3$ ，坐標 $\frac{3a+b}{4} = -1$ ，即 $3a + b = -4$ 。 P 不在 $\overline{AB}$ 上時，因為 $\overline{AP} < \overline{BP}$ ， P 在 A 的左邊，這時 $\overline{AB} = \overline{BP} - \overline{AP} = 2\overline{AP}$ ，所以 $a - (-7) = \frac{b-a}{2}$ ，即 $3a - b = -14$ 。兩式相加得 $6a = -18$ ， $a = -3$ ，代回得 $b = 5$ 。驗算： $A(-3)$ 、 $B(5)$ ， $P(-1)$ 時距離是 2 和 6； $P(-7)$ 時距離是 4 和 12，都是 1:3。
外分點在離得近的那一端外側： $\overline{AP}$ 比較短，所以 P 在 A 的那一側。
- 8 $a = \log 3$ 、 $b = \log 2$ 表示 $10^a = 3$ 、 $10^b = 2$ 。 $100^{a+b} = (10^{a+b})^2 = (10^a \times 10^b)^2 = 6^2 = 36$ ； $10^{2-b} = \frac{10^2}{10^b} = \frac{100}{2} = 50$ 。相加得 86。
- 9 $\frac{16}{\sqrt{8}} = \frac{2^4}{2^{\frac{3}{2}}} = 2^{\frac{5}{2}}$ ，所以 $\left(\frac{16}{\sqrt{8}}\right)^{0.8} = 2^{\frac{5}{2} \times \frac{4}{5}} = 2^2 = 4$ 。後兩項的指數相同，可以合併：
 $[(\sqrt{7} + \sqrt{5})(\sqrt{7} - \sqrt{5})]^{-3} = (7 - 5)^{-3} = 2^{-3} = \frac{1}{8}$ 。相乘得 $4 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$ 。
- 10 7^{100} 是 85 位數，表示 $10^{84} \leq 7^{100} < 10^{85}$ ； 3^{100} 是 48 位數，表示 $10^{47} \leq 3^{100} < 10^{48}$ 。兩式相乘：
 $10^{131} \leq 21^{100} < 10^{133}$ 。各取 $\frac{1}{10}$ 次方： $10^{13.1} \leq 21^{10} < 10^{13.3}$ 。所以 $10^{13} < 21^{10} < 10^{14}$ ，是 14 位數。
 用 $\log$ 寫也一樣： $84 \leq 100 \log 7 < 85$ 、 $47 \leq 100 \log 3 < 48$ ，相加除以 10 得 $13.1 \leq \log 21^{10} < 13.3$ 。

N 是 n 位數就是 $10^{n-1} \leq N < 10^n$ ；位數的題目都先翻成這個不等式。

填充 7~9（第 11~13 題）：乘法公式求值、兩個絕對值、半衰期

- 11 先有理化： $x = \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2}{5 - 3} = \frac{8 - 2\sqrt{15}}{2} = 4 - \sqrt{15}$ ， $x^{-1} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = 4 + \sqrt{15}$ 。(1) $x + x^{-1} = 8$ 。
 (2) $x^3 + x^{-3} = (x + x^{-1})^3 - 3(x + x^{-1}) = 512 - 24 = 488$ 。(3) $(x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}})^2 = x - 2 + x^{-1} = 8 - 2 = 6$ ，所以 $x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}} = \pm\sqrt{6}$ 。因為 $0 < x < 1$ ， $x^{\frac{1}{2}} < 1 < x^{-\frac{1}{2}}$ ，差是負的，答案 $-\sqrt{6}$ 。
 (3) 平方之後有正負兩個可能，要用 $x = 4 - \sqrt{15} \approx 0.127$ 小於 1 判斷正負。
- 12 以 $x = -2$ 、 $x = 1$ 分成三段。① $x < -2$ ： $-2(x - 1) - 3(x + 2) \leq 8$ ， $-5x - 4 \leq 8$ ， $x \geq -\frac{12}{5}$ ，得 $-\frac{12}{5} \leq x < -2$ 。② $-2 \leq x < 1$ ： $-2(x - 1) + 3(x + 2) \leq 8$ ， $x + 8 \leq 8$ ， $x \leq 0$ ，得 $-2 \leq x \leq 0$ 。
 ③ $x \geq 1$ ： $2(x - 1) + 3(x + 2) \leq 8$ ， $5x + 4 \leq 8$ ， $x \leq \frac{4}{5}$ ，和 $x \geq 1$ 沒有共同部分。①②合起來是 $-\frac{12}{5} \leq x \leq 0$ ，寫成區間 $\left[-\frac{12}{5}, 0\right]$ 。
 每一段解出來要和該段的範圍取共同部分；兩端都有等號，用中括號。
- 13 設一開始 A 、 B 的質量是 $2k$ 、 $3k$ 。120 天是 A 的 6 個半衰期，剩 $2k \times \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{k}{32}$ ；是 B 的 4 個半衰期，剩 $3k \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{3k}{16}$ 。比值 $\frac{k}{32} \div \frac{3k}{16} = \frac{k}{32} \times \frac{16}{3k} = \frac{1}{6}$ 。
 兩種元素的半衰期不同，120 天各自經過的半衰期次數（6 次和 4 次）要分開算。



填充 10~12 (第 14~16 題)：雙重根號、由解回推係數、分貝

- 14 $5\sqrt{12} = \sqrt{300} = 2\sqrt{75}$ ，所以 $28 - 5\sqrt{12} = 28 - 2\sqrt{75}$ 。找兩數和 28、積 75：25 和 3，
 $\sqrt{28 - 2\sqrt{75}} = \sqrt{25} - \sqrt{3} = 5 - \sqrt{3}$ 。 $1 < \sqrt{3} < 2$ ，所以 $3 < 5 - \sqrt{3} < 4$ ，整數部分 $a = 3$ ，小數部
分 $b = 5 - \sqrt{3} - 3 = 2 - \sqrt{3}$ 。 $a - b + 1 = 3 - (2 - \sqrt{3}) + 1 = 2 + \sqrt{3}$ 。 $\frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$ ，
 $\frac{1}{2 - \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$ ，相加得 4。

雙重根號要先把裡面那項整理成 $2\sqrt{\quad}$ 的形式，才能找「和、積」。

- 15 解 $(-3, -1] \cup [2, 4)$ 左右對稱，兩段的中心都是 $\frac{-3+4}{2} = \frac{1}{2}$ 。到 $\frac{1}{2}$ 的距離： -1 和 2 是 $\frac{3}{2}$ (含)， -3
和 4 是 $\frac{7}{2}$ (不含)，所以解就是 $\frac{3}{2} \leq \left|x - \frac{1}{2}\right| < \frac{7}{2}$ 。各乘以 2： $3 \leq |2x - 1| < 7$ ，也就是 $3 \leq |-2x +$
 $1| < 7$ 。和 $c \leq |ax + 1| < b$ 對照，常數項要是 +1，所以 $a = -2$ 、 $b = 7$ 、 $c = 3$ 。

$|2x - 1|$ 和 $|-2x + 1|$ 相等，要配合題目的「+1」選後者；數組的順序是 (a, b, c) ， b 是外圈、 c 是內圈。

- 16 設一隻吉娃娃叫聲的強度是 I ， $60 = 10 \log \frac{I}{I_0}$ ，所以 $\log \frac{I}{I_0} = 6$ ， $\frac{I}{I_0} = 10^6$ 。100 隻一起叫，強度是
 $100I$ ， $\frac{100I}{I_0} = 10^2 \times 10^6 = 10^8$ ，分貝數 $d = 10 \log 10^8 = 80$ 。

相加的是聲音強度，不是分貝數；強度變成 100 倍，分貝數只多 $10 \log 100 = 20$ 。

絕對值不等式的解是「到某個中心的距離」的範圍；先找中心和距離，再調整係數去對題目給的式子。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自新店高中 114 學年度上學期高一第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/htsh-114a-g10-1