

# 小港高中 114 學年度上學期 高一第一次段考



御藍教育

範圍：數與式（實數與根式、數線與絕對值、乘法公式、算幾不等式、指數、科學記號與常用對數） · 多選  
題 3 題（18 分）、填充題 11 題共 12 格（72 分）、混合題 2 小題（10 分）

班級 \_\_\_\_\_ 座號 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 得分 \_\_\_\_\_

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：[royalblue-education.com/school-exams/hkhs-114a-g10-1](http://royalblue-education.com/school-exams/hkhs-114a-g10-1)

## 一、多選題（一題 6 分，共 18 分，錯一個選項得 5 分，錯兩個選項得 2 分，錯三個以上不給分）

1 關於下列各敘述何者正確？

- (A) 若  $a$ 、 $b$  均為無理數，則  $a + b$  亦為無理數
- (B) 設  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  均為有理數，若  $a + b\sqrt{2} = c + d\sqrt{2}$ ，則  $a = c$  且  $b = d$
- (C) 任意兩個相異有理數之間必定存在無限多個有理數
- (D) 若  $a$  為無理數， $b$  為有理數，則  $ab$  必為無理數
- (E) 設  $a$ 、 $b$  為無理數， $c$ 、 $d$  為有理數，若  $a + c = b + d$ ，則  $a = b$  且  $c = d$

2 數線上，有  $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $C\left(\frac{4a+7b}{11}\right)$ 、 $D\left(\frac{4a+9b}{13}\right)$ 、 $E\left(\frac{4a+11b}{15}\right)$  五點且  $A$  點在  $B$  點左方，試選出正確選項：

- (A)  $D$  點在  $C$  點的左方
- (B)  $E$  點在  $D$  點的右方
- (C)  $\overline{AB} = |a - b|$
- (D)  $\overline{AC} : \overline{BC} = 4 : 7$
- (E)  $\overline{CD} > \overline{DE}$

3 關於下列各敘述何者正確？

- (A)  $3.14159 \times 10^8$  為 9 位數
- (B)  $3.14159 \times 10^{-8}$  小數點後第 9 位開始不為 0
- (C) 統計至 2018 年 10 月止，台灣人口總數為 23,580,833 人，若以 3 位有效數字的科學記號表示人口總數，則要記為  $2.35 \times 10^7$
- (D)  $\log 21970$  介於 4 與 5 之間
- (E)  $\log 0.000357$  介於 -4 與 -5 之間

## 二、填充題（一格 6 分，共 72 分）（本頁第 4~15 題依序為流傳版本填充題 1、2、3、4、5(1)、5(2)、6、7、8、9、10、11）

4 設  $a$ 、 $b$  為有理數，若  $(3 - \sqrt{5})a + (2 + \sqrt{5})b = 13 - \sqrt{5}$ ，則數對  $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



5 設  $n = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}}$  的整數部分為  $a$ ，小數部分為  $b$ ，求  $\frac{n}{2} - a + \frac{1}{b} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6 已知  $x + \frac{1}{x} = 6$ ，求  $\frac{x^3 + \frac{1}{x^3} + 2}{x^2 + \frac{1}{x^2} - 1} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7 設有兩種正方形，邊長分別為  $x$  和  $y$ ，已知 9 塊邊長為  $x$  的正方形之面積與 4 塊邊長為  $y$  的正方形之面積和為 54，則以  $3x + 2y$  為邊長的正方形之最大面積為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

填充題 5 試解下列方程式與不等式：

8 (1)  $|2x + 1| + 2|x - 5| = 13$ ， $x$  的解為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

9 (2)  $|5 - 3x| \leq 7$ ， $x$  的範圍為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10 設  $A(2)$ 、 $B(-5)$  與  $P(x)$  為數線上三點，且  $4\overline{AP} = 3\overline{BP}$ ，求  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(有兩解)

11 利用指數律算出： $27^{\frac{2}{3}} + (0.001)^{\frac{-2}{3}} \times \left[(\sqrt{5})^{\frac{1}{4}}\right]^{-8} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

12 已知  $a^{\frac{3}{4}} = 27$ 、 $5^b = 64$ ，求  $a \times 25^{\frac{-b}{3}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



- 13 若  $a = 8^{\frac{1}{4}}$ 、 $b = \sqrt[6]{4}$ 、 $c = \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{3}}$ 、 $d = \sqrt{2\sqrt[3]{4}}$ ，則  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  的大小關係為 \_\_\_\_。

- 14 冠狀病毒在許多動物廣泛存在，過去也有數種冠狀病毒會感染人類造成普通感冒或肺炎。這個病毒具有外套膜，病毒顆粒直徑大小約 120 nm ( $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$ )。若與人的頭髮直徑相比較的話，頭髮直徑約為  $5 \times 10^{-3} \text{ cm}$ ，請問頭髮直徑約是病毒顆粒直徑的 \_\_\_\_ 倍。(以 3 位有效數字的科學記號表示)

- 15 pH 值是衡量溶液酸鹼程度的標準，它的定義如下：pH 值  $= -\log[H^+]$ ，其中  $[H^+]$  為氫離子的濃度 (莫耳 / 升)。例如：氫離子濃度為  $10^{-5}$  (莫耳 / 升) 的溶液，它的 pH 值為 5。現在把 pH 值為 3 與 4 的溶液依 5 比 4 混合，求混合溶液的 pH 值是 \_\_\_\_。(四捨五入至小數點後第二位，已知  $10^{0.7781} \approx 6$ )

### 三、混合題 (共 10 分) (本頁第 16、17 題為流傳版本混合題 1、2)

**混合題** 阿港想在好多多大賣場同一條筆直的馬路上買一間房子，若把此馬路當成一條數線的話，假設好多多大賣場位於數線上 +10 的位置，如今阿港買的房子位置須滿足到好多多大賣場距離至少 2 單位且不超過  $k$  單位，其中  $k > 2$ ，則：

- 16 若阿港房子的位置為  $x$ ，下列哪一個選項是正確的？(單選題，4 分)

- (A)  $2 < x - 10 < k$   
(B)  $2 \leq x - 10 \leq k$   
(C)  $2 < |x - 10| < k$   
(D)  $2 \leq |x - 10| \leq k$   
(E)  $2 < |x - 10| \leq k$

- 17 承上題，若  $k = 5$  且  $x$  為整數，則  $x$  的值有 \_\_\_\_ 個。(6 分)



網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：[royalblue-education.com/school-exams/hkhs-114a-g10-1](http://royalblue-education.com/school-exams/hkhs-114a-g10-1)

## 答案一覽

- 第 1 題 (B)(C)  
第 2 題 (B)(C)(E)  
第 3 題 (A)(D)  
第 4 題 (3, 2)  
第 5 題  $\sqrt{3} - \frac{3}{2}$   
第 6 題  $\frac{200}{33}$   
第 7 題 108  
第 8 題  $x = -1$  或  $x = \frac{11}{2}$   
第 9 題  $-\frac{2}{3} \leq x \leq 4$   
第 10 題 -1 或 23  
第 11 題 29  
第 12 題  $\frac{81}{16}$   
第 13 題  $d > a > c > b$   
第 14 題  $4.17 \times 10^2$   
第 15 題 3.22  
第 16 題 (D)  
第 17 題 8

### 對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。（不用註冊）
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：[royalblue-education.com/school-exams/submit](http://royalblue-education.com/school-exams/submit)（可以先把姓名、座號遮掉）



## 多選 1~3：有理數與無理數、數線上的分點、科學記號與 log

- 1 答案 (B)(C)。(A) 錯：取  $a = \sqrt{2}$ 、 $b = -\sqrt{2}$ ， $a + b = 0$  是有理數。(B) 對：移項得  $a - c = (d - b)\sqrt{2}$ ；若  $d \neq b$ ，則  $\sqrt{2} = \frac{a-c}{d-b}$  是有理數，矛盾，所以  $b = d$ ，接著  $a = c$ 。(C) 對：兩個相異有理數的平均仍是有理數，且落在兩數之間；對新的數再取平均，可以一直做下去，所以有無限多個。(D) 錯：取  $b = 0$ ， $ab = 0$  是有理數。(E) 錯：取  $a = \sqrt{2}$ 、 $b = \sqrt{2} + 1$ 、 $c = 1$ 、 $d = 0$ ，則  $a + c = b + d = \sqrt{2} + 1$ ，但  $a \neq b$ 。

(B) 和 (E) 長得像，差別在 (E) 的  $a$ 、 $b$  是無理數，無理數相減可以是有理數，所以不能比較係數。(D) 要記得  $b$  可以是 0。

- 2 答案 (B)(C)(E)。把三點都寫成「從  $a$  出發走  $\overline{AB}$  的幾分之幾」： $\frac{4a+7b}{11} = a + \frac{7}{11}(b-a)$ ，同理  $D$  是  $a + \frac{9}{13}(b-a)$ ， $E$  是  $a + \frac{11}{15}(b-a)$ 。因為  $b-a > 0$  且  $\frac{7}{11} < \frac{9}{13} < \frac{11}{15} < 1$  (約 0.636、0.692、0.733)，五點由左到右是  $A$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$ 、 $B$ 。(A) 錯、(B) 對。(C) 對：數線上兩點的距離就是坐標差的絕對值。(D) 錯： $\overline{AC} = \frac{7}{11}\overline{AB}$ 、 $\overline{BC} = \frac{4}{11}\overline{AB}$ ，比是 7:4。(E) 對： $\overline{CD} = \left(\frac{9}{13} - \frac{7}{11}\right)\overline{AB} = \frac{8}{143}\overline{AB}$ ， $\overline{DE} = \left(\frac{11}{15} - \frac{9}{13}\right)\overline{AB} = \frac{8}{195}\overline{AB}$ ，分子相同、分母小的比較大。

分點公式裡  $a$  的係數 4 對應的是到  $B$  那一段， $b$  的係數 7 對應的是到  $A$  那一段，(D) 的比剛好寫反。

- 3 答案 (A)(D)。(A) 對： $3.14159 \times 10^8 = 314159000$ ，是 9 位數。(B) 錯： $3.14159 \times 10^{-8} = 0.0000000314159$ ，小數點後前 7 位是 0，第 8 位開始不為 0。(C) 錯： $23,580,833 = 2.3580833 \times 10^7$ ，第四位數字是 8 要進位，應記為  $2.36 \times 10^7$ 。(D) 對： $10^4 < 21970 < 10^5$ ，所以  $4 < \log 21970 < 5$ 。(E) 錯： $0.000357 = 3.57 \times 10^{-4}$ ， $10^{-4} < 0.000357 < 10^{-3}$ ，所以  $\log 0.000357$  介於  $-4$  與  $-3$  之間 (約  $-3.45$ )。

$a \times 10^n$  ( $1 \leq a < 10$ )： $n \geq 0$  時是  $n+1$  位數； $n < 0$  時在小數點後第  $|n|$  位開始不為 0。另一個流傳版本的簡答把本題寫成 (A)(D)(E) (該版本標號為 (1)(4)(5))，但  $\log 0.000357 \approx -3.45$  不在  $-5$  與  $-4$  之間，(E) 不選。

## 填充 1~4 (第 4~7 題)：比較係數、雙重根號、乘法公式、算幾不等式

- 4 左邊展開後整理成  $(3a+2b) + (-a+b)\sqrt{5}$ 。 $a$ 、 $b$  是有理數， $\sqrt{5}$  是無理數，所以有理數部分與  $\sqrt{5}$  的係數要分別相等： $3a+2b=13$ ， $-a+b=-1$ 。由第二式  $b=a-1$  代入第一式： $3a+2a-2=13$ ， $a=3$ ， $b=2$ 。驗算： $3(3-\sqrt{5})+2(2+\sqrt{5})=13-\sqrt{5}$ 。

- 5  $7+4\sqrt{3}=7+2\sqrt{12}$ ，找兩數和 7、積 12：4 和 3，所以  $n=\sqrt{4}+\sqrt{3}=2+\sqrt{3}$ 。 $1 < \sqrt{3} < 2$ ，所以  $3 < n < 4$ ，整數部分  $a=3$ ，小數部分  $b=n-3=\sqrt{3}-1$ 。 $\frac{1}{b}=\frac{1}{\sqrt{3}-1}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ 。所求 =  $\frac{2+\sqrt{3}}{2}-3+\frac{\sqrt{3}+1}{2}=\frac{3+2\sqrt{3}}{2}-3=\sqrt{3}-\frac{3}{2}$ 。

$4\sqrt{3}$  要先改寫成  $2\sqrt{12}$ ，才能套「和 7、積 12」。

- 6  $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 36 - 2 = 34$ 。 $x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 216 - 18 = 198$ 。  
所求 =  $\frac{198+2}{34-1} = \frac{200}{33}$ 。  
 $\left(x + \frac{1}{x}\right)^3$  展開後中間兩項合起來是  $3\left(x + \frac{1}{x}\right)$ ，要減掉。



- 7 條件是  $9x^2 + 4y^2 = 54$  ( $x > 0, y > 0$ )，所求面積是  $(3x + 2y)^2 = 9x^2 + 12xy + 4y^2 = 54 + 12xy$ 。  
由算幾不等式  $\frac{9x^2 + 4y^2}{2} \geq \sqrt{9x^2 \cdot 4y^2} = 6xy$ ，即  $27 \geq 6xy$ ，所以  $12xy \leq 54$ ，面積  $\leq 54 + 54 = 108$ 。等號在  $9x^2 = 4y^2 = 27$ ，也就是  $x = \sqrt{3}$ 、 $y = \frac{3\sqrt{3}}{2}$  時成立，所以最大面積是 108。  
54 是題目給的面積和，也是  $12xy$  的最大值，還要再加上原來的 54 才是答案。另一個流傳版本的簡答把本題寫成 54，本站重算為 108 ( $x = \sqrt{3}$ 、 $y = \frac{3\sqrt{3}}{2}$  時  $3x + 2y = 6\sqrt{3}$ ，平方是 108)。

看到  $x + \frac{1}{x}$ 、 $9x^2 + 4y^2$  這類已知的「和」，先想所求能不能用這個和與一個乘積表示。

### 填充 5~6 (第 8~10 題)：絕對值方程式、不等式與數線上的距離

- 8  $2|x - 5| = |2x - 10|$ ，方程式是  $|2x + 1| + |2x - 10| = 13$ 。分三段：①  $x \geq 5$ ： $(2x + 1) + (2x - 10) = 13$ ， $x = \frac{11}{2}$ ，在這一段內，合。②  $-\frac{1}{2} \leq x < 5$ ： $(2x + 1) - (2x - 10) = 11 \neq 13$ ，無解。③  $x < -\frac{1}{2}$ ： $-(2x + 1) - (2x - 10) = 13$ ， $x = -1$ ，在這一段內，合。所以  $x = -1$  或  $x = \frac{11}{2}$ 。  
每一段解出來的  $x$  都要檢查有沒有落在那一段的範圍裡。中間那一段的值固定是 11，比 13 小，所以解在兩側。
- 9  $|5 - 3x| \leq 7$  等於  $-7 \leq 5 - 3x \leq 7$ 。各減 5： $-12 \leq -3x \leq 2$ 。同除以  $-3$  (不等號方向要反過來)： $4 \geq x \geq -\frac{2}{3}$ ，即  $-\frac{2}{3} \leq x \leq 4$ 。  
也可以先把  $|5 - 3x|$  寫成  $|3x - 5|$ ，得  $-7 \leq 3x - 5 \leq 7$ ，就不必除以負數。
- 10  $\overline{AP} = |x - 2|$ ， $\overline{BP} = |x + 5|$ ，條件是  $4|x - 2| = 3|x + 5|$ 。 $4(x - 2) = 3(x + 5)$  得  $x = 23$ ； $4(x - 2) = -3(x + 5)$  得  $7x = -7$ ， $x = -1$ 。驗算： $x = -1$  時  $\overline{AP} = 3$ 、 $\overline{BP} = 4$ ； $x = 23$  時  $\overline{AP} = 21$ 、 $\overline{BP} = 28$ ，都滿足  $4\overline{AP} = 3\overline{BP}$ 。  
 $x = -1$  在  $A$ 、 $B$  之間， $x = 23$  在  $A$  的右側，兩種位置都要算。

絕對值就是距離：兩個絕對值相等用「相等或差一個負號」，有加號的用分段討論。

### 填充 7~9 (第 11~13 題)：指數律與比大小

- 11  $27^{\frac{2}{3}} = (3^3)^{\frac{2}{3}} = 3^2 = 9$ 。 $(0.001)^{-\frac{2}{3}} = (10^{-3})^{-\frac{2}{3}} = 10^2 = 100$ 。 $\left[(\sqrt{5})^{\frac{1}{4}}\right]^{-8} = (\sqrt{5})^{-2} = \frac{1}{5}$ 。所以原式  
 $= 9 + 100 \times \frac{1}{5} = 9 + 20 = 29$ 。  
先乘後加： $100 \times \frac{1}{5}$  要先算。
- 12  $a^{\frac{3}{4}} = 27$ ，兩邊取  $\frac{4}{3}$  次方： $a = 27^{\frac{4}{3}} = (3^3)^{\frac{4}{3}} = 3^4 = 81$ 。 $25^{-\frac{b}{3}} = (5^2)^{-\frac{b}{3}} = (5^b)^{-\frac{2}{3}} = 64^{-\frac{2}{3}}$   
 $(4^3)^{-\frac{2}{3}} = 4^{-2} = \frac{1}{16}$ 。所以  $a \times 25^{-\frac{b}{3}} = \frac{81}{16}$ 。  
不用解出  $b$ ，把  $25^{-\frac{b}{3}}$  改寫成  $5^b$  的次方就可以代入。



- 13 全部化成以 2 為底： $a = (2^3)^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{3}{4}}$ ； $b = (2^2)^{\frac{1}{6}} = 2^{\frac{1}{3}}$ ； $c = (2^{-2})^{-\frac{1}{3}} = 2^{\frac{2}{3}}$ ； $d = (2 \times 2^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}} = (2^{\frac{5}{3}})^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{5}{6}}$ 。底數  $2 > 1$ ，指數越大值越大。通分成十二分之幾： $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$ 、 $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ 、 $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ 、 $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$ ，所以  $d > a > c > b$ 。

根式、分數、小數混在一起時，先全部改寫成同一個底數的次方，再用指數律。

### 填充 10~11 (第 14~15 題)：科學記號與 pH 值

- 14 先把單位都換成公尺。病毒直徑  $120 \text{ nm} = 120 \times 10^{-9} \text{ m} = 1.2 \times 10^{-7} \text{ m}$ ；頭髮直徑  $5 \times 10^{-3} \text{ cm} = 5 \times 10^{-3} \times 10^{-2} \text{ m} = 5 \times 10^{-5} \text{ m}$ 。倍數  $= \frac{5 \times 10^{-5}}{1.2 \times 10^{-7}} = \frac{5}{1.2} \times 10^2 = 4.1666\cdots \times 10^2$ ，取 3 位有效數字得  $4.17 \times 10^2$ 。

頭髮的單位是公分，要多乘一個  $10^{-2}$  才是公尺。

- 15 pH 值 3 的溶液氫離子濃度是  $10^{-3}$ ，pH 值 4 的是  $10^{-4}$ 。依 5:4 混合，取 5 升與 4 升：氫離子共  $5 \times 10^{-3} + 4 \times 10^{-4} = 5.4 \times 10^{-3}$  莫耳，體積 9 升，濃度  $= \frac{5.4 \times 10^{-3}}{9} = 6 \times 10^{-4}$ 。由  $6 \approx 10^{0.7781}$ ，濃度  $\approx 10^{0.7781-4} = 10^{-3.2219}$ ，所以 pH 值  $= 3.2219$ ，四捨五入得 3.22。

混合時要相加再平均的是氫離子濃度，不是 pH 值本身；直接把 3 和 4 依 5:4 加權會得到 3.44，不是答案。

### 混合題 (第 16~17 題)：用絕對值寫距離的範圍

- 16 答案 (D)。房子到大賣場的距離是  $|x - 10|$ 。「至少 2 單位」是  $|x - 10| \geq 2$ ，「不超過  $k$  單位」是  $|x - 10| \leq k$ ，合起來是  $2 \leq |x - 10| \leq k$ 。

房子可以在大賣場的左邊或右邊，所以要用絕對值；「至少」和「不超過」都包含等號。

- 17  $k = 5$  時  $2 \leq |x - 10| \leq 5$ ，分成  $2 \leq x - 10 \leq 5$  或  $-5 \leq x - 10 \leq -2$ ，也就是  $12 \leq x \leq 15$  或  $5 \leq x \leq 8$ 。整數  $x = 5, 6, 7, 8, 12, 13, 14, 15$ ，共 8 個。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



## 孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

## 費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：[royalblue-education.com](https://royalblue-education.com)

LINE 客服：@royalblue\_edu

本卷題目取自小港高中 114 學年度上學期高一第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。

御藍教育  
ROYAL BLUE · EDUCATION



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：[royalblue-education.com/school-exams/hkhs-114a-g10-1](https://royalblue-education.com/school-exams/hkhs-114a-g10-1)