

# 溪湖高中 114 學年度上學期 高三第一次段考



御藍教育

範圍：極限與微分（數列的極限、無窮等比級數、函數與反函數、函數的極限與連續、導數與導函數、切線、一次估計） · 單選題 8 題（32 分）、填充題 11 題共 16 格（68 分）

班級 \_\_\_\_\_ 座號 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 得分 \_\_\_\_\_

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：[royalblue-education.com/school-exams/hhsh-114a-g12jia-1](http://royalblue-education.com/school-exams/hhsh-114a-g12jia-1)

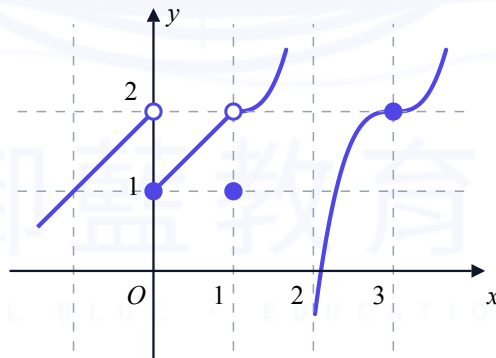
## 一、單選題（32%）

1 已知函數  $f(x) = 2x - 3$ ，若  $f(x)$  與  $g(x)$  互為反函數，則  $g(x)$  為下列何者？

- (A)  $g(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$
- (B)  $g(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}$
- (C)  $g(x) = -2x + 3$
- (D)  $g(x) = -3x + 2$
- (E)  $g(x) = \frac{1}{2x-3}$

2 已知函數  $f(x)$  的圖形如圖，選出正確的選項。

- (A)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$
- (B)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$
- (C)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$
- (D)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$
- (E)  $f(1) = f(3)$



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：[royalblue-education.com/school-exams/hhsh-114a-g12jia-1](http://royalblue-education.com/school-exams/hhsh-114a-g12jia-1)

3 下列哪一個函數是奇函數？

- (A) 函數  $f_1(x) = 5x^2 + 3$
- (B) 函數  $f_4(x) = \sin x$
- (C) 函數  $f_3(x) = 3x + 5$
- (D) 函數  $f_2(x) = |x|$
- (E) 函數  $f_5(x) = [x]$

4 已知兩多項式函數  $f(x)$  與  $g(x)$  滿足  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ ， $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 3$ ，下列哪一個選項的極限值不為 5？

- (A)  $\lim_{x \rightarrow 1} (f(x) + g(x))$
- (B)  $\lim_{x \rightarrow 1} (4f(x) - g(x))$
- (C)  $\lim_{x \rightarrow 1} (f(x)g(x) - x)$
- (D)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5f(x)}{x - 2}$
- (E)  $f(1) + g(1)$

5 已知無窮數列  $\langle (x^2 + x - 1)^n \rangle$  為收斂數列，試選出下列滿足條件的  $x$  值？

- (A)  $-\frac{4}{3}$
- (B)  $-1$
- (C)  $0$
- (D)  $\frac{3}{2}$
- (E)  $2$

6 已知  $x \neq 0$ ，不等式  $-1 \leq \sin \frac{1}{x^2} \leq 1$  恆成立，求  $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x^2}$  的值。

- (A) 1
- (B)  $-1$
- (C) 0
- (D) 2
- (E) 不存在

7 下列各敘述何者正確？

- (A) 無窮數列  $\langle -1^n \rangle$  為發散數列
- (B) 無窮等比級數  $1 - \frac{3}{2} + \frac{9}{4} + \cdots = \frac{2}{5}$
- (C)  $2.\bar{9} < 3$
- (D) 若無窮數列  $\langle a_n \rangle$  為發散數列，則無窮數列  $\langle a_n^2 \rangle$  亦為發散數列
- (E) 若無窮數列  $\langle a_n \rangle$ 、 $\langle b_n \rangle$  均為發散數列，則無窮數列  $\langle a_n + b_n \rangle$  可能為收斂數列



8 函數  $f(x) = 2^{\sqrt{-x^2-2x+8}}$  的值域為

- (A)  $\{y \in \mathbb{R} \mid y \leq 8\}$   
(B)  $\{y \in \mathbb{R} \mid 1 \leq y \leq 8\}$   
(C)  $\{y \in \mathbb{R} \mid 0 \leq y \leq 8\}$   
(D)  $\{y \in \mathbb{R} \mid 0 \leq y \leq 3\}$   
(E)  $\left\{y \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{8} \leq y \leq 2\right\}$

二、填充題 (68%) (本頁第 9~24 題依序為原卷填充題的 1(1)、1(2)、1(3)、2(1)、2(2)、3、4(1)、4(2)、5、6、7、8、9、10(1)、10(2)、11)

填充第 1 題 求下列各極限。(若為無極限請寫「不存在」)

9 (1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

10 (2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1-n^2}{2n+1} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

11 (3)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + x - 6}{x + 2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

填充第 2 題 求下列導數的值：

12 (1) 設  $f(x) = x^3 - x^2 + 3$ ，求  $f''(2) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

13 (2) 設  $f(x) = (2x - 1)^{10}$ ，求  $f'(1) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

14 若極限  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x + a}{x - 3}$  存在，求此極限為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



填充第 4 題 試求下列各值。

15 (1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^{n-1}}{5^n} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

16 (2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - 1}{5^n} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

17 試求極限  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|3 - 3x - x^2| - 1}{x - 1} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

18 已知函數  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2, & \text{當 } x \geq 1 \\ ax + 2, & \text{當 } x < 1 \end{cases}$  為連續函數，求實數  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

19 設  $f(x)$  為三次多項式，若  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x - 1} = 1$  且  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x - 2} = 2$ ，則  $f(0) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

20 已知點  $P(1, 0)$  為二次函數  $f(x) = x^2 + 4x - 1$  圖形外一點，則過  $P$  點的切線方程式為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(有二解，全對才給分)

21 有一被垂直上拋的球， $t$  秒後的高度是  $h(t) = 49t - 4.9t^2$  公尺，求這球著地時的速度為  $\underline{\hspace{2cm}}$  (公尺/秒)。



填充第 10 題 設函數  $f(x) = x^3 - 10x^2 + 12x + 1$ 。試求

- 22 (1) 函數  $f(x)$  在  $x = 1$  附近的一次估計 \_\_\_\_。

- 23 (2) 試求  $f(1.01) =$  \_\_\_\_。

- 24 已知三次多項式  $f(x)$  滿足  $f(1) = f(2) = f'(2) = 0$ ， $f'(0) = -8$ ，求  $f(x) =$  \_\_\_\_。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：[royalblue-education.com/school-exams/hhsh-114a-g12jia-1](http://royalblue-education.com/school-exams/hhsh-114a-g12jia-1)

## 答案一覽

第 1 題 (A)

第 2 題 (D)

第 3 題 (B)

第 4 題 (D)

第 5 題 (A)

第 6 題 (C)

第 7 題 (E)

第 8 題 (B)

第 9 題 0

第 10 題 不存在

第 11 題  $-7$

第 12 題 10

第 13 題 20

第 14 題 5

第 15 題 0

第 16 題  $\frac{5}{12}$

第 17 題 5

第 18 題  $-3$

第 19 題  $-8$

第 20 題  $y = 2x - 2$  與  $y = 10x - 10$

第 21 題  $-49$

第 22 題  $4 - 5(x - 1)$  (即  $-5x + 9$ )

第 23 題 3.95 (一次估計的近似值)

第 24 題  $-x^3 + 5x^2 - 8x + 4$



### 對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。(不用註冊)
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：[royalblue-education.com/school-exams/submit](https://royalblue-education.com/school-exams/submit) (可以先把姓名、座號遮掉)

### 單選 1~4：反函數、由圖形讀極限、奇函數、極限的運算

- 1 答案 (A)。令  $y = 2x - 3$ ，把  $x$  用  $y$  表示： $x = \frac{y+3}{2}$ 。再把  $x$ 、 $y$  對調，得  $g(x) = \frac{x+3}{2} = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ 。  
。檢查： $f(g(x)) = 2\left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}\right) - 3 = x$ ， $g(f(x)) = \frac{1}{2}(2x - 3) + \frac{3}{2} = x$ 。  
反函數不是倒數。(E) 的  $\frac{1}{2x-3}$  是  $\frac{1}{f(x)}$ ，代回去  $f(g(x)) \neq x$ 。
- 2 答案 (D)。從圖上讀： $x$  從左邊靠近 0 時圖形趨近空心點  $(0, 2)$ ，所以  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 2$ ；從右邊靠近 0 時圖形趨近實心點  $(0, 1)$ ，所以  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$ ，且  $f(0) = 1$ 。 $x$  從左、右兩邊靠近 1 時圖形都趨近空心點  $(1, 2)$ ，所以  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2$ ，而實心點在  $(1, 1)$ ， $f(1) = 1$ 。(A)(B) 左、右極限  $2 \neq 1$ ， $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  不存在，都錯。(C)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2 \neq f(1) = 1$ ，錯。(D) 兩邊都是 2，對。(E)  $f(1) = 1$ ， $f(3) = 2$ ，錯。  
極限看的是「靠近時圖形往哪裡去」，與那一點的函數值（實心點）無關；空心點表示函數值不在那裡。
- 3 答案 (B)。奇函數要對定義域內每個  $x$  都有  $f(-x) = -f(x)$ 。(A)  $5(-x)^2 + 3 = 5x^2 + 3$ ，是偶函數。(B)  $\sin(-x) = -\sin x$ ，是奇函數。(C)  $f_3(-1) = 2$ ， $-f_3(1) = -8$ ，不相等。(D)  $|-x| = |x|$ ，是偶函數。(E)  $[-0.5] = -1$ ， $-[0.5] = 0$ ，不相等。  
(C) 的圖形是直線但不過原點；奇函數若在  $x = 0$  有定義，必有  $f(0) = 0$ ，而  $f_3(0) = 5$ 。
- 4 答案 (D)。各極限都存在時可以分開算。(A)  $2 + 3 = 5$ 。(B)  $4 \cdot 2 - 3 = 5$ 。(C)  $2 \cdot 3 - 1 = 5$ 。(D) 分母  $x - 2 \rightarrow -1$  不為 0，所以極限  $= \frac{5 \cdot 2}{-1} = -10$ ，不是 5。(E) 多項式函數處處連續， $f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ ， $g(1) = 3$ ，和為 5。  
(D) 的分母是  $x - 2$  不是  $x - 1$ ， $x \rightarrow 1$  時分母不會趨近 0，直接代入即可。

極限看的是靠近時的走向，函數值看的是那一點本身；兩者相等才叫連續。

### 單選 5~8：等比數列的收斂、夾擠定理、收斂發散的判斷、值域

- 5 答案 (A)。這是公比  $r = x^2 + x - 1$  的等比數列  $\langle r^n \rangle$ ，收斂的條件是  $-1 < r \leq 1$ 。逐一代入：(A)  $\frac{16}{9} - \frac{4}{3} - 1 = -\frac{5}{9}$ ，在範圍內。(B)  $1 - 1 - 1 = -1$ ，數列在  $-1$ 、 $1$  之間跳動，發散。(C)  $0 + 0 - 1 = -1$ ，同樣發散。(D)  $\frac{9}{4} + \frac{3}{2} - 1 = \frac{11}{4} > 1$ ，發散。(E)  $4 + 2 - 1 = 5 > 1$ ，發散。  
直接解不等式也可以： $x^2 + x - 1 \leq 1$  得  $-2 \leq x \leq 1$ ； $x^2 + x - 1 > -1$  得  $x < -1$  或  $x > 0$ 。合起來是  $-2 \leq x < -1$  或  $0 < x \leq 1$ ，五個選項中只有  $-\frac{4}{3}$  在裡面。



6 答案 (C)。  $x \neq 0$  時  $\left| \sin \frac{1}{x^2} \right| \leq 1$ ，所以  $\left| x \sin \frac{1}{x^2} \right| \leq |x|$ ，即  $-|x| \leq x \sin \frac{1}{x^2} \leq |x|$ 。  $x \rightarrow 0$  時  $-|x| \rightarrow 0$  且  $|x| \rightarrow 0$ ，由夾擠定理， $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x^2} = 0$ 。

不能寫成  $\lim x \cdot \lim \sin \frac{1}{x^2}$ ，因為  $\sin \frac{1}{x^2}$  在  $x \rightarrow 0$  時不斷振盪，極限不存在；也不要將不等式直接乘以  $x$ ， $x$  為負時不等號會反向，所以用  $|x|$  夾。

7 答案 (E)。(A)  $-1^n$  是先算  $1^n = 1$  再取負號，每一項都是  $-1$ ，是常數數列，收斂到  $-1$ ，敘述錯。(B) 公比  $-\frac{3}{2}$ ， $\left| -\frac{3}{2} \right| \geq 1$ ，這個無窮等比級數發散，沒有和，錯。(C)  $2.\bar{9} = 2 + 0.\bar{9} = 2 + \left( \frac{9}{10} + \frac{9}{100} + \cdots \right) = 2 + \frac{\frac{9}{10}}{1 - \frac{1}{10}} = 3$ ，所以  $2.\bar{9} = 3$ ，錯。(D) 取  $a_n = (-1)^n$ ， $\langle a_n \rangle$  發散，但  $a_n^2 = 1$  收斂，錯。(E) 取  $a_n = n$ 、 $b_n = -n$ ，兩個都發散，但  $a_n + b_n = 0$  收斂，所以「可能收斂」，對。

(A) 的  $-1^n$  沒有括號，與  $(-1)^n$  不同； $(-1)^n$  才是在  $-1$ 、 $1$  之間跳動的發散數列。(B) 的  $\frac{2}{5}$  是沒檢查公比就套  $\frac{a}{1-r} = \frac{1}{1+\frac{3}{2}}$  的結果，公式只在  $|r| < 1$  時能用。

8 答案 (B)。根號內配方： $-x^2 - 2x + 8 = 9 - (x+1)^2$ 。根號內要不小於  $0$ ，所以定義域是  $-4 \leq x \leq 2$ ；在這個範圍內  $9 - (x+1)^2$  的值從  $0$  ( $x = -4$  或  $2$ ) 到  $9$  ( $x = -1$ ) 都取得到。於是  $\sqrt{-x^2 - 2x + 8}$  的範圍是  $0$  到  $3$ 。 $2^t$  隨  $t$  遞增，所以  $f(x)$  的範圍是  $2^0 = 1$  到  $2^3 = 8$ ，值域為  $\{y \mid 1 \leq y \leq 8\}$ 。

根號的值最小是  $0$ ，所以  $f(x)$  最小是  $2^0 = 1$  而不是  $0$ ；(D) 的  $0 \leq y \leq 3$  是指數（根號）的範圍，還沒有代進  $2$  的次方。

等比數列收斂要公比大於負一且不超過一；無窮等比級數求和前先看公比的絕對值是否小於一。

## 填充 9~14 (原卷填充 1、2、3)：基本極限與導數

9  $-\frac{1}{n^2} \leq \frac{(-1)^n}{n^2} \leq \frac{1}{n^2}$ ，而  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( -\frac{1}{n^2} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} = 0$ ，由夾擠定理，極限為  $0$ 。

分子  $(-1)^n$  雖然正負交錯，但絕對值固定是  $1$ ，分母愈來愈大，整個分數會趨近  $0$ 。

10 分子分母同除以  $n$ ： $\frac{1-n^2}{2n+1} = \frac{\frac{1}{n}-n}{2+\frac{1}{n}}$ 。 $n$  愈大，分母趨近  $2$ ，分子  $\frac{1}{n}-n$  愈來愈小（負得愈來愈多），整個式子不會趨近任何定數，所以極限不存在。

分子的次數比分母高時，數列發散。例如  $n = 1000$  時值約為  $-499.75$ ， $n = 10000$  時約為  $-4999.75$ 。

11  $x = -2$  代入分子得  $8 - 2 - 6 = 0$ ，分子有因式  $x+2$ ： $2x^2 + x - 6 = (x+2)(2x-3)$ 。約去  $x+2$  後，原式  $= \lim_{x \rightarrow -2} (2x-3) = -7$ 。

12  $f'(x) = 3x^2 - 2x$ ，再微分一次： $f''(x) = 6x - 2$ 。 $f''(2) = 12 - 2 = 10$ 。

13 由連鎖律， $f'(x) = 10(2x-1)^9 \cdot (2x-1)' = 10(2x-1)^9 \cdot 2 = 20(2x-1)^9$ 。 $f'(1) = 20 \cdot 1^9 = 20$ 。  
括號裡的  $2x-1$  還要再微分一次，乘上  $2$ ；少乘這個  $2$  會得到  $10$ 。

14  $x \rightarrow 3$  時分母趨近  $0$ ，極限要存在，分子也必須趨近  $0$ ： $9 - 3 + a = 0$ ， $a = -6$ 。此時分子  $x^2 - x - 6 = (x-3)(x+2)$ ，約去  $x-3$  後，極限  $= \lim_{x \rightarrow 3} (x+2) = 5$ 。

題目問的是極限值  $5$ ，不是  $a$  的值  $-6$ 。



分式的極限遇到分母趨近 0，分子也要趨近 0，再把共同的因式約掉。

### 填充 15~19 (原卷填充 4~7)：等比級數、絕對值、連續與待定多項式

- 15 分子是首項 1、公比 2 的等比級數，從  $2^0$  到  $2^{n-1}$  共  $n$  項，和為  $\frac{2^n - 1}{2 - 1} = 2^n - 1$ 。原式 =

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 1}{5^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \left( \frac{2}{5} \right)^n - \left( \frac{1}{5} \right)^n \right] = 0 - 0 = 0。$$

原卷題幹分子印作  $1 + 2 + 2^n + \dots + 2^{n-1}$ ，依前後項的規律應為  $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{n-1}$ ，本頁題幹已照此更正。

- 16 一般項  $\frac{2^n - 1}{5^n} = \left( \frac{2}{5} \right)^n - \left( \frac{1}{5} \right)^n$ 。兩個無窮等比級數的公比  $\frac{2}{5}$ 、 $\frac{1}{5}$  絕對值都小於 1，都收斂，可以分

$$\text{開求和：} \frac{\frac{2}{5}}{1 - \frac{2}{5}} - \frac{\frac{1}{5}}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12}。$$

$n$  從 1 開始，兩個級數的首項分別是  $\frac{2}{5}$  與  $\frac{1}{5}$ ，不是 1。

- 17  $x = 1$  時  $3 - 3x - x^2 = -1 < 0$ ，所以  $x$  在 1 附近時  $3 - 3x - x^2 < 0$ ， $|3 - 3x - x^2| = x^2 + 3x - 3$ 。  
分子 =  $x^2 + 3x - 4 = (x - 1)(x + 4)$ ，約去  $x - 1$  後，原式 =  $\lim_{x \rightarrow 1} (x + 4) = 5$ 。

去絕對值前先把  $x = 1$  代進去看正負。若當成正的直接拿掉，分子在  $x = 1$  的值是  $-2$ ，約不掉  $x - 1$ 。

- 18 兩段各自是多項式，在各自的範圍內都連續，只要看接點  $x = 1$ 。 $f(1) = 1 - 2 = -1$ ， $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -1$ ， $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = a + 2$ 。在  $x = 1$  連續需要  $a + 2 = -1$ ，所以  $a = -3$ 。

- 19 兩個極限的分母都趨近 0 而極限存在，所以  $f(1) = 0$ 、 $f(2) = 0$ ， $f(x)$  有因式  $(x - 1)(x - 2)$ 。 $f(x)$  是三次，設  $f(x) = (x - 1)(x - 2)(ax + b)$ 。 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x - 1} = (1 - 2)(a + b) = -(a + b) = 1$ ；  
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x - 2} = (2 - 1)(2a + b) = 2a + b = 2$ 。解得  $a = 3$ ， $b = -4$ 。 $f(x) = (x - 1)(x - 2)(3x - 4)$ ，  
 $f(0) = (-1)(-2)(-4) = -8$ 。

第一個極限約掉  $x - 1$  後，剩下的  $(x - 2)$  代  $x = 1$  是  $-1$ ，負號不要漏掉。

分段函數的連續只要檢查接點：左極限、右極限、函數值三者相等。

### 填充 20~24 (原卷填充 8~11)：切線、速度、一次估計與待定多項式

- 20  $P(1, 0)$  不在圖形上 ( $f(1) = 4 \neq 0$ )，先設切點為  $(t, t^2 + 4t - 1)$ 。 $f'(x) = 2x + 4$ ，切線斜率為  $2t + 4$ ，切線： $y - (t^2 + 4t - 1) = (2t + 4)(x - t)$ 。代入  $P(1, 0)$ ： $-(t^2 + 4t - 1) = (2t + 4)(1 - t)$ ，右邊 =  $-2t^2 - 2t + 4$ ，整理得  $t^2 - 2t - 3 = 0$ ， $t = -1$  或  $t = 3$ 。 $t = -1$ ：切點  $(-1, -4)$ ，斜率 2，切線  $y = 2(x - 1)$ ，即  $y = 2x - 2$ 。 $t = 3$ ：切點  $(3, 20)$ ，斜率 10，切線  $y = 10(x - 1)$ ，即  $y = 10x - 10$ 。

$P$  不是切點，不能用  $f'(1) = 6$  當斜率。另一種檢查：設切線  $y = m(x - 1)$ ，與  $y = x^2 + 4x - 1$  聯立得  $x^2 + (4 - m)x + (m - 1) = 0$ ，相切時判別式  $(4 - m)^2 - 4(m - 1) = m^2 - 12m + 20 = 0$ ， $m = 2$  或  $10$ ，結果相同。

- 21 著地時高度為 0： $49t - 4.9t^2 = 4.9t(10 - t) = 0$ ， $t = 0$  (拋出時) 或  $t = 10$ ，所以球在  $t = 10$  秒著地。速度是高度函數的導數： $h'(t) = 49 - 9.8t$ ， $h'(10) = 49 - 98 = -49$  (公尺/秒)。

負號表示球正在往下掉；著地時的快慢 (速率) 是 49 公尺/秒，與拋出時的初速  $h'(0) = 49$  大小相同、方向相反。



22  $f(x)$  在  $x = 1$  附近的一次估計是  $f(1) + f'(1)(x - 1)$ ，也就是圖形在  $x = 1$  處的切線。 $f(1) = 1 - 10 + 12 + 1 = 4$ ； $f'(x) = 3x^2 - 20x + 12$ ， $f'(1) = 3 - 20 + 12 = -5$ 。所以一次估計為  $4 - 5(x - 1)$ ，展開即  $-5x + 9$ 。

23 用上一格的一次估計， $x = 1.01$  代入： $f(1.01) \approx 4 - 5(1.01 - 1) = 4 - 0.05 = 3.95$ 。

這一格接在一次估計後面，本頁依題組的脈絡以一次估計作答，答案是近似值。直接代入計算的精確值是  $1.030301 - 10.201 + 12.12 + 1 = 3.949301$ ，兩者相差不到 0.001。

24  $f(1) = 0$ ，所以  $f(x)$  有因式  $x - 1$ 。 $f(2) = 0$  且  $f'(2) = 0$ ，表示  $x = 2$  是重根， $f(x)$  有因式  $(x - 2)^2$ 。 $f(x)$  是三次，所以  $f(x) = a(x - 1)(x - 2)^2 = a(x^3 - 5x^2 + 8x - 4)$ 。 $f'(x) = a(3x^2 - 10x + 8)$ ， $f'(0) = 8a = -8$ ， $a = -1$ 。所以  $f(x) = -(x - 1)(x - 2)^2 = -x^3 + 5x^2 - 8x + 4$ 。

$f(2) = 0$  且  $f'(2) = 0$  為什麼是重根：設  $f(x) = (x - 2)q(x)$ ，則  $f'(x) = q(x) + (x - 2)q'(x)$ ， $f'(2) = q(2) = 0$ ，所以  $q(x)$  也有因式  $x - 2$ 。

過圖形外一點作切線，先設切點再用導數寫出切線，最後把那個點代進去解切點。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



## 孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

## 費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：[royalblue-education.com](https://royalblue-education.com)

LINE 客服：@royalblue\_edu

本卷題目取自溪湖高中 114 學年度上學期高三第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。

御藍教育  
ROYAL BLUE · EDUCATION



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：[royalblue-education.com/school-exams/hhsh-114a-g12jia-1](https://royalblue-education.com/school-exams/hhsh-114a-g12jia-1)