

溪湖高中 114 學年度上學期 高一第一次段考



御藍教育

範圍：數與式（實數、絕對值、指數、常用對數） · 填充題 10 題共 18 格（依答對格數給分，全對 100 分）

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/hhsh-114a-g10-1

填充題：答對 10 格以內，每格 6 分，超過 10 格的部分，每格 5 分（本頁第 1~18 題依序為原卷答案格 1(1)、1(2)、2(1)、2(2)、2(3)、2(4)、3、4、5(1)、5(2)、6、7(1)、7(2)、7(3)、7(4)、8、9、10)

原卷第 1 題 將下列各循環小數化為最簡分數。

1 (1) $0.\overline{9} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2 (2) $1.0\overline{01} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

原卷第 2 題 化簡下列各式。

3 (1) $\sqrt{4} + \sqrt{12} - \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4 (2) $\sqrt{6-2\sqrt{5}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5 (3) $3^0 \times 9^{\frac{1}{2}} \times 27^{\frac{2}{3}} \times \sqrt{(-3)^2} \times \frac{\frac{1}{3}}{\sqrt[5]{(-3)^{10}}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6 (4) $\log 0.1 + \log 1 + \log \sqrt{10} + \log 10 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/hhsh-114a-g10-1

7 已知 a, b 是有理數且 $(3 - 5\sqrt{2})a + (2 + \sqrt{2})b = -1 - 7\sqrt{2}$ ，試求 a, b 之值 ____。

8 解方程式 $|x + 3| - 2x = 0$ ____。

原卷第 5 題 解下列各不等式。

9 (1) $|x| > 1$ ____。

10 (2) $3 < |-3x + 2| < 7$ ____。

11 設 a, b 為實數，已知 $|2x - a| \leq b$ 的解為 $-2 \leq x \leq 8$ ，求 a, b 之值 ____。

原卷第 7 題 已知 $a + a^{-1} = 5$ ，試求下列各式之值。

12 (1) $a^2 + a^{-2} =$ ____。

13 (2) $a^3 + a^{-3} =$ ____。

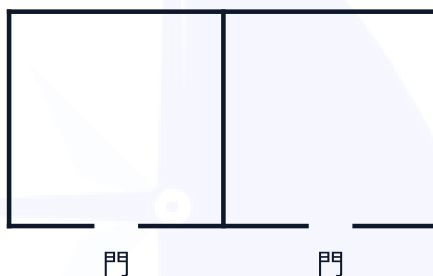
14 (3) $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} =$ ____。



15 (4) $2^{2a} \times 4^{\frac{1}{a}-2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

16 已知 2^{30} 為 n 位數， 3^{-10} 小數點後第 m 位開始出現不為 0，試求 $m + n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(log 2 = 0.301，log 3 = 0.4771)

- 17 小溪利用鐵圍籬建造兩間相同的矩形雞舍，並各留有 1 公尺寬的門方便出入，已知鐵圍籬長度合計 34 公尺，門的部分不用鐵圍籬，黑色線的部分需要用鐵圍籬，試問，鐵圍籬所圍兩間雞舍總面積最大為？
____ (下圖僅為示意圖，不代表任何比例)



18 設 x, y 為正整數，已知 $\sqrt{14 + \sqrt{x}}$ 化簡後整數部分為 y ，小數部分為 $\sqrt{5} - 2$ ，試求 $x + y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/hhsh-114a-g10-1

答案一覽

- 第 1 題 1
- 第 2 題 $\frac{991}{990}$
- 第 3 題 $1 + \sqrt{3}$
- 第 4 題 $\sqrt{5} - 1$
- 第 5 題 $\frac{1}{3}$
- 第 6 題 $\frac{1}{2}$
- 第 7 題 $a = 1, b = -2$
- 第 8 題 $x = 3$
- 第 9 題 $x > 1$ 或 $x < -1$
- 第 10 題 $-\frac{5}{3} < x < -\frac{1}{3}$ 或 $\frac{5}{3} < x < 3$
- 第 11 題 $a = 6, b = 10$
- 第 12 題 23
- 第 13 題 110
- 第 14 題 $\sqrt{7}$
- 第 15 題 64
- 第 16 題 15
- 第 17 題 54 (平方公尺)
- 第 18 題 185

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。(不用註冊)
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit (可以先把姓名、座號遮掉)

第 1~2 題 (原卷第 1 題)：循環小數化分數

1 設 $x = 0.\bar{9} = 0.999\ldots$ ，則 $10x = 9.999\ldots$ 。兩式相減： $9x = 9, x = 1$ 。

$0.\bar{9}$ 和 1 是同一個數的兩種寫法，不是「比 1 小一點點」。也可以從 $\frac{1}{3} = 0.\bar{3}$ 兩邊乘以 3 看出來。



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/hhsh-114a-g10-1

- 2 設 $x = 1.\overline{001} = 1.0010101\cdots$ 。循環節有兩位，乘以 100： $100x = 100.10101\cdots$ 。兩式相減，小數第二位以後的 0101 $\cdots$ 完全對齊消掉： $99x = 100.1 - 1.0 = 99.1$ ，所以 $x = \frac{99.1}{99} = \frac{991}{990}$ 。991 不被 2、3、5、11 整除，已是最簡分數。

原卷的橫線蓋在小數第 2、3 位的「01」上，本站讀成 1.0010101 $\cdots$ （小數第 1 位的 0 不循環）；若橫線是蓋住「001」三位，則為 $1.\overline{001} = \frac{1000}{999}$ 。以校方答案為準。

循環節有幾位就乘以 10 的幾次方，相減之後循環的部分會消掉。

第 3~6 題（原卷第 2 題）：根式、指數與對數的化簡

- 3 $\sqrt{4} = 2$ ， $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ 。 $\frac{2}{\sqrt{3}-1} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{2} = \sqrt{3}+1$ 。所以原式 $= 2 + 2\sqrt{3} - (\sqrt{3}+1) = 1 + \sqrt{3}$ 。
減去 $\sqrt{3}+1$ 時兩項都要變號。
- 4 找兩個數，和是 6、積是 5：5 和 1。 $6 - 2\sqrt{5} = (\sqrt{5})^2 - 2\sqrt{5} \cdot 1 + 1^2 = (\sqrt{5}-1)^2$ ，而 $\sqrt{5}-1 > 0$ ，所以 $\sqrt{6-2\sqrt{5}} = \sqrt{5}-1$ 。
開根號的結果不能是負的，要寫成「大減小」的 $\sqrt{5}-1$ ，不能寫 $1-\sqrt{5}$ 。
- 5 逐項算： $3^0 = 1$ ； $9^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{9}} = \frac{1}{3}$ ； $27^{\frac{2}{3}} = (3^3)^{\frac{2}{3}} = 3^2 = 9$ ； $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$ ； $(-3)^{10} = 3^{10}$ ，所以 $\sqrt[5]{(-3)^{10}} = 3^2 = 9$ ，最後一個因式是 $\frac{1}{3} \div 9 = \frac{1}{27}$ 。相乘： $1 \times \frac{1}{3} \times 9 \times 3 \times \frac{1}{27} = \frac{1}{3}$ 。
 $\sqrt{(-3)^2}$ 是 3 不是 -3。原卷最後一個因式本站讀成「分子 $\frac{1}{3}$ 、分母 $\sqrt[5]{(-3)^{10}}$ 」，第二個因式的指數印作 $\frac{-1}{2}$ ；以校方答案為準。
- 6 把每個真數寫成 10 的次方： $0.1 = 10^{-1}$ ， $1 = 10^0$ ， $\sqrt{10} = 10^{\frac{1}{2}}$ ， $10 = 10^1$ 。所以四項依序是 -1、0、 $\frac{1}{2}$ 、1，和為 $\frac{1}{2}$ 。

第 7~11 題（原卷第 3~6 題）：比較係數與絕對值

- 7 左邊展開，把有理數部分和 $\sqrt{2}$ 的部分分開： $(3a+2b) + (-5a+b)\sqrt{2} = -1 - 7\sqrt{2}$ 。 a 、 b 是有理數， $\sqrt{2}$ 是無理數，所以 $3a+2b = -1$ 且 $-5a+b = -7$ 。由第二式 $b = 5a-7$ ，代入第一式： $3a+10a-14 = -1$ ， $a = 1$ ， $b = -2$ 。驗算： $(3-5\sqrt{2}) - 2(2+\sqrt{2}) = -1-7\sqrt{2}$ 。
「 a 、 b 是有理數」這個條件就是用來比較係數的；沒有這個條件，解不會只有一組。
- 8 移項得 $|x+3| = 2x$ 。左邊不是負的，所以 $2x \geq 0$ ，也就是 $x \geq 0$ 。去掉絕對值： $x+3 = 2x$ 得 $x = 3$ ； $x+3 = -2x$ 得 $x = -1$ 。 $x = -1$ 不合 $x \geq 0$ （代回去左邊是 2、右邊是 -2），所以只有 $x = 3$ 。
右邊含有 x 的絕對值方程式，解出來一定要代回去檢查。
- 9 $|x|$ 是數線上 x 到原點的距離。距離大於 1 的點在 1 的右邊或 -1 的左邊，所以 $x > 1$ 或 $x < -1$ 。
兩段之間是「或」，不能寫成 $1 < x < -1$ 。



- 10 $|-3x+2|=|3x-2|$ ，所以原式就是 $3 < |3x-2| < 7$ ，分成兩種情形。 $3 < 3x-2 < 7$ ：各加 2 得 $5 < 3x < 9$ ， $\frac{5}{3} < x < 3$ 。 $-7 < 3x-2 < -3$ ：各加 2 得 $-5 < 3x < -1$ ， $-\frac{5}{3} < x < -\frac{1}{3}$ 。所以解是 $-\frac{5}{3} < x < -\frac{1}{3}$ 或 $\frac{5}{3} < x < 3$ 。

先用 $|-A|=|A|$ 把 x 的係數變成正的，後面除以 3 時就不必改變不等號方向。

- 11 $|2x-a| \leq b$ 就是 $-b \leq 2x-a \leq b$ ，各加 a 再除以 2： $\frac{a-b}{2} \leq x \leq \frac{a+b}{2}$ 。和 $-2 \leq x \leq 8$ 對照： $\frac{a-b}{2} = -2$ ， $\frac{a+b}{2} = 8$ ，即 $a-b = -4$ ， $a+b = 16$ ，解得 $a = 6$ ， $b = 10$ 。驗算： $|2x-6| \leq 10$ 即 $|x-3| \leq 5$ ，解為 $-2 \leq x \leq 8$ 。

也可以從數線看：解的中點是 3、半徑是 5，即 $|x-3| \leq 5$ ，兩邊乘以 2 得 $|2x-6| \leq 10$ 。

絕對值不等式 $|x-c| \leq r$ 的解是以 c 為中心、 r 為半徑的區間； $|x-c| \geq r$ 則是區間外面的兩段。

第 12~15 題 (原卷第 7 題)：由 $a+a^{-1}$ 求各式的值

- 12 把 $a+a^{-1}=5$ 兩邊平方： $a^2+2 \cdot a \cdot a^{-1}+a^{-2}=25$ ，中間那一項是 2，所以 $a^2+a^{-2}=25-2=23$ 。

- 13 用乘法公式 $x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$ ，取 $x=a$ 、 $y=a^{-1}$ ， $xy=1$ ： $a^3+a^{-3}=5^3-3 \times 1 \times 5=125-15=110$ 。

也可以用 $a^3+a^{-3}=(a+a^{-1})(a^2-1+a^{-2})=5 \times (23-1)=110$ 。

- 14 $(a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}})^2=a+2+a^{-1}=5+2=7$ 。 $a^{\frac{1}{2}}$ 和 $a^{-\frac{1}{2}}$ 都是正數，和也是正的，所以 $a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}=\sqrt{7}$ 。
平方之後開根號有正負兩個可能，這裡因為兩項都是正數，只取正的。

- 15 把底數統一成 2： $4^{\frac{1}{a}-2}=2^{2(\frac{1}{a}-2)}=2^{\frac{2}{a}-4}$ 。原式 $=2^{2a+\frac{2}{a}-4}=2^{2(a+\frac{1}{a})-4}=2^{2 \times 5-4}=2^6=64$ 。
原卷 4 的指數本站讀成 $\frac{1}{a}-2$ (整個在指數上)；以校方答案為準。

已知 $a+a^{-1}$ 時，平方可以得到二次的和，立方公式可以得到三次的和； a 與 a^{-1} 相乘是 1，交叉項都會變成常數。

第 16~18 題 (原卷第 8~10 題)：位數、算幾不等式與雙重根號

- 16 $\log 2^{30}=30 \times 0.301=9.03$ ，所以 $10^9 < 2^{30} < 10^{10}$ ， 2^{30} 是 10 位數， $n=10$ 。 $\log 3^{-10}=-10 \times 0.4771=-4.771=-5+0.229$ ，所以 $10^{-5} < 3^{-10} < 10^{-4}$ ， 3^{-10} 在小數點後第 5 位開始出現不為 0 的數字， $m=5$ 。 $m+n=15$ 。

負的對數值要寫成「負整數+介於 0 和 1 之間的小數」： $-4.771=-5+0.229$ ，不是 $-4+(-0.771)$ 。實際上 $2^{30}=1073741824$ ， $3^{-10}=\frac{1}{59049} \approx 0.0000169$ 。



- 17 設每間雞舍有門的那一邊長 x 公尺、另一邊長 y 公尺 ($x \geq 1, y > 0$)。依圖，圍籬有：上面一整條 $2x$ ；下面一整條扣掉兩個門 $2x - 2$ ；左、右兩邊和中間的隔牆共 $3y$ 。所以 $2x + (2x - 2) + 3y = 34$ ，即 $4x + 3y = 36$ 。總面積是 $2xy$ 。由算幾不等式 $\frac{4x + 3y}{2} \geq \sqrt{4x \cdot 3y}$ ，即 $18 \geq \sqrt{12xy}$ ，兩邊平方得 $324 \geq 12xy$ ， $xy \leq 27$ ，總面積 $2xy \leq 54$ 。等號在 $4x = 3y = 18$ ，也就是 $x = \frac{9}{2}$ 、 $y = 6$ 時成立（這時 $x \geq 1$ ，放得下門），所以總面積最大是 54 平方公尺。

中間的隔牆是兩間共用的，只算一道；兩個門合計少用 2 公尺圍籬。本站依原卷附圖的畫法列式（兩個門開在同一側、隔牆共用），以校方答案為準。

- 18 整數部分是 y 、小數部分是 $\sqrt{5} - 2$ ，所以 $\sqrt{14 + \sqrt{x}} = y + \sqrt{5} - 2 = (y - 2) + \sqrt{5}$ 。兩邊平方： $14 + \sqrt{x} = (y - 2)^2 + 5 + 2(y - 2)\sqrt{5}$ 。右邊的 $2(y - 2)\sqrt{5} = \sqrt{20(y - 2)^2}$ 要和左邊的 $\sqrt{x}$ 對應，其餘的整數要相等： $(y - 2)^2 + 5 = 14$ ， $(y - 2)^2 = 9$ ， y 是正整數所以 $y = 5$ 。這時 $\sqrt{x} = 6\sqrt{5} = \sqrt{180}$ ， $x = 180$ 。驗算： $\sqrt{14 + \sqrt{180}} = \sqrt{14 + 2\sqrt{45}} = \sqrt{9} + \sqrt{5} = 3 + \sqrt{5} \approx 5.236$ ，整數部分 5、小數部分 $\sqrt{5} - 2$ ，符合。 $x + y = 185$ 。

$2 < \sqrt{5} < 3$ ，所以 $\sqrt{5} - 2$ 介於 0 和 1 之間，可以當小數部分。為什麼整數部分一定要相等：把式子寫成 $\sqrt{x} = k + m\sqrt{5}$ ($k = (y - 2)^2 - 9$ 、 $m = 2(y - 2)$ 都是整數)，兩邊平方得 $x = k^2 + 5m^2 + 2km\sqrt{5}$ ， x 是整數所以 $km = 0$ ； $m = 0$ 時 $y = 2$ ， $\sqrt{x} = -9$ 不可能，所以 $k = 0$ 。

判斷位數就是把數寫成 10 的次方： $10^k \leq N < 10^{k+1}$ 時 N 是 $k + 1$ 位數； $10^{-k} \leq N < 10^{-k+1}$ 時 N 在小數點後第 k 位開始不為 0。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自溪湖高中 114 學年度上學期高一第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。

御藍教育
ROYAL BLUE • EDUCATION



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/hhsh-114a-g10-1