

鼓山高中 114 學年度上學期 高三第一次段考

範圍：機率統計與數據分析（百分位數與平均數、相關係數與最適直線、古典機率與期望值、獨立事件、離散型隨機變數的期望值與變異數、二項分布） · 填充題 10 格（每格 5 分，共 50 分）、單選題 3 題（每題 5 分，共 15 分）、多重選擇題 5 題（每題 7 分，共 35 分）；原卷規定答案要化為最簡式（分母有理化、分數約分、乘方與根號算出），卷首附一維與二維數據的參考公式



御藍教育

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/gshs-114a-g12yi-1

一、填充題：每格 5 分；共 50 分。

參考公式（原卷卷首所附）(1) 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ 。算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ ；標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_X)^2 + (x_2 - \mu_X)^2 + \dots + (x_n - \mu_X)^2]} = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - n\mu_X^2]}$ 。(2) 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ 。相關係數 $r_{X,Y} = \frac{(x_1 - \mu_X)(y_1 - \mu_Y) + (x_2 - \mu_X)(y_2 - \mu_Y) + \dots + (x_n - \mu_X)(y_n - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$ ；迴歸（最適）直線方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \times \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}(x - \mu_X)$ 。

- 1 附表是某一學年度學科能力測驗數學科各級分人數統計表，今定義頂標、前標、均標、後標、底標分別為第 88，75，50，25，12 百分位數考生的級分。已知參與考試的總人數為 133519 人，若此次數學科前標為 a 級分，後標為 b 級分，則 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

級分	0	1	2	3	4	5	6	7
人數	50	2847	10161	16120	12362	12994	10479	12512
級分	8	9	10	11	12	13	14	15
人數	10157	11296	8655	8522	5965	5427	3157	2815

（資料來源：大學入學考試中心）

- 2 依過去之統計資料顯示，一個 25 歲年輕人，在一年內存活的機率為 0.9995，現有一位 25 歲的年輕人購買了一年期保險額為一百萬元的意外險，須繳保費 700 元，試問保險公司獲利的期望值為 元。

- 3 已知事件 A, B 互斥，它們都不發生的機率為 $\frac{1}{3}$ ，且 $P(A) = 2P(B)$ ，則 $P(A') = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- 4 設有相異 5 個數， $a, 40, 25, 35, 60$ ，其平均數恰與中位數相等，則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/gshs-114a-g12yi-1

- 5 若有一隨機變數 X 其機率分布表如附表，且 $P(1 < X < 5) = \frac{5}{9}$ ，則數對 $(\alpha, \beta) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

x	1	2	3	4	5	6
$p(x)$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$	α	$\frac{1}{3}$	β	$\frac{2}{9}$

- 6 袋中有 3 個紅球與 2 個白球，小傑自袋中取球。每次取 1 球，取後放回，連取 5 次。已知每個球被取出的機會相同，則第 5 次恰好取得第 3 次紅球的機率為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

- 7 一袋中有 2 白球 1 紅球，今從袋中每次取一球，看其顏色後放回。若共取球 6 次，設 X 是 6 次試驗中取出白球的次數，且 X 的期望值為 μ ，標準差為 σ ，則 $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(已知 $\sqrt{3} \approx 1.732$)

- 8 根據經驗，甲打靶的命中率為 $\frac{1}{2}$ ，乙打靶的命中率為 $\frac{1}{3}$ 。今兩人對同一靶面各射擊一發，已知兩人能擊中與否是獨立事件，則此靶面被擊中（至少中一發）的機率為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

- 9 已知隨機變數 X 的期望值 $E(X) = 5$ ， $E(X^2) = 42$ ，則 $Var(2X - 5) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- 10 設盒中有 10 個燈泡，其中有 3 個壞的。今從盒子中任取 2 個燈泡測試，設每個燈泡被取出的機會均相等，隨機變數 X 表示取到壞燈泡的個數，則 $E(X) = \underline{\hspace{2cm}}$ 個。



二、單選題：每題 5 分，共 15 分。(原卷題號 1~3，本頁編為第 11~13 題)

- 11 設隨機變數 $X \sim B(40, 0.5)$ ，利用 Excel 計算二項分布的部分機率值 $P(X = k)$ 與 $P(X \geq k)$ 如表：

X	23	24	25	26	27
$P(X = k)$	0.080702	0.057164	0.036585	0.021107	0.010944
$P(X \geq k)$	0.214795	0.134094	0.076930	0.040345	0.019239

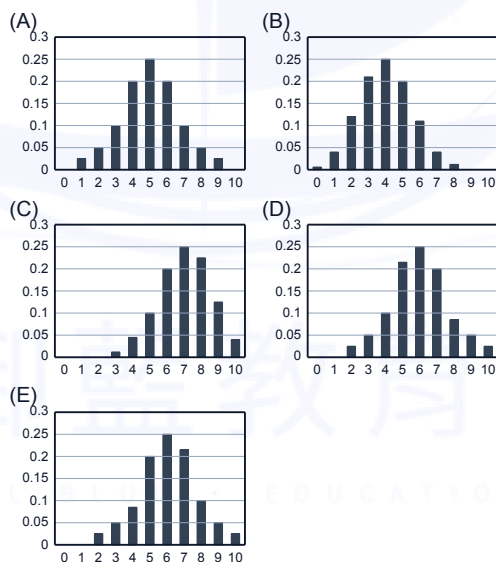
現有一個硬幣，連續投擲此硬幣

40 次，假設在公正的情況下，設出現正面的次數超過 k 次的機率小於 0.05，我們判定此硬幣不公平，試求 k 的最小值為多少？

- (A) 23
- (B) 24
- (C) 25
- (D) 26
- (E) 27

- 12 袋中有大小相同的藍球 3 個、紅球 2 個，從袋中隨機取出 1 個記錄顏色後再放回袋中，連取 10 次中有 x 次取到紅球。將 $x = 0, 1, 2, \dots, 10$ 所對應的發生機率 $y_i, i = 0, 1, 2, \dots, 10$ 繪出長條圖，下列選項中的圖形，何者最可能是繪出的長條圖？

- (A) 附圖 (A)
- (B) 附圖 (B)
- (C) 附圖 (C)
- (D) 附圖 (D)
- (E) 附圖 (E)



- 13 已知某工廠生產的產品中，不良品的機率為 0.2。今隨機抽樣 23 件產品，隨機變數 X 為不良品的件數，若 $P(X = k)$ 表示不良品為 k 件的機率，試問下列哪一個機率最大？
- (A) $P(X = 4)$
(B) $P(X = 4.6)$
(C) $P(X = 5)$
(D) $P(X = 6)$
(E) $P(X = 7)$

三、多重選擇題：至少有一個選項是正確的；每題 7 分，共 35 分；答錯 1 個選項得 4 分，答錯 2 個選項得 2 分，答錯 3 個（含）選項以上或未作答得 0 分。（原卷題號 1~5，本頁編為第 14~18 題）

- 14 選擇題為避免猜答而採倒扣記分，其扣分的標準是以猜答得分的期望值為 0 來計算。今有一題有五個選項的選擇題，則下列哪些正確？
- (A) 若此題為單選題，小明五個選項完全用猜的，則猜對的機率為 $\frac{1}{5}$
(B) 若此題為至少有一個答案的多重選擇題，小明五個選項完全用猜的，則猜對的機率為 $\frac{1}{32}$
(C) 若單選題每題 5 分，則答錯就需倒扣 1 分
(D) 若至少有一個答案的多重選擇題每題 10 分，答錯 1 個選項得 7 分，答錯 2 個選項得 4 分，答錯 3 個選項（含）以上得 0 分，已知五個選項中有兩個選項不正確，則剩下 3 個選項全猜對的機率為 $\frac{1}{8}$
(E) 承 (D) 選項所述，此多重選擇題得分的期望值為 5 分。
- 15 已知某人每次飛鏢射中的機率皆為 $\frac{1}{2}$ ，且每次射飛鏢的結果均互相獨立。試從下列選項中，選出發生機率為 $\frac{1}{2}$ 的事件。
- (A) 連續射 2 次飛鏢，恰射中 1 次
(B) 連續射 4 次飛鏢，恰射中 2 次
(C) 連續射 4 次飛鏢，射中的總次數為奇數
(D) 連續射 6 次飛鏢，在第 1 次沒有射中的條件下，第 2 次有射中
(E) 連續射 6 次飛鏢，在前 2 次恰射中 1 次的條件下，後 4 次恰射中 2 次。
- 16 若有 10 筆資料 (x_i, y_i) ，已知平均數 $\mu_x = 5$ 且 $\mu_y = 3$ ， x 與 y 的相關係數 $r = 1$ ，若 y 對 x 的最適直線 L 會通過點 $(0, 2)$ ，請選出下列正確的選項。
- (A) x 的變異數大於 y 的變異數
(B) 標準差 $\sigma_y = 4$
(C) L 的斜率為 1
(D) L 會通過點 $(10, 6)$
(E) $y_i = \frac{1}{5}x_i + 2, i = 1, 2, \dots, 10$ 。



17 投擲 3 顆公正的骰子一次，若恰有一顆骰子出現 6 點時，則得 216 元，恰有兩顆骰子出現 6 點時，則得 432 元，三顆骰子均出現 6 點時，則得 648 元，則下列選項哪些正確？

(A) 恰有一顆骰子出現 6 點的機率為 $\frac{75}{216}$

(B) 恰有兩顆骰子出現 6 點的機率為 $\frac{25}{216}$

(C) 三顆骰子均不為 6 點的機率為 $\frac{125}{216}$

(D) 投擲一次得錢的期望值為 108 元

(E) 若投擲骰子之前須先繳交 120 元，則此遊戲對玩家不利。

18 袋中有 4 個紅球、5 個白球，假設每球被選取的機率均等。今自袋中隨機取球，則下列選項哪些正確？

(A) 一次取 2 球，恰有 1 紅球 1 白球的機率為 $\frac{5}{9}$

(B) 一次取 1 球，取後放回，共取 2 次，則恰為 1 紅球 1 白球的機率為 $\frac{20}{81}$

(C) 一次取 1 球，取後不放回，共取 2 次，則恰為 1 紅球 1 白球的機率為 $\frac{5}{9}$

(D) 一次取 1 球，取後不放回，直到所有的球皆取完，則第二次取到白球的機率為 $\frac{5}{9}$

(E) 白球先取完的機率為 $\frac{5}{9}$ 。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/gshs-114a-g12yi-1

答案一覽

- 第 1 題 (10, 4)
第 2 題 200
第 3 題 $\frac{5}{9}$
第 4 題 15
第 5 題 $\left(\frac{1}{18}, \frac{1}{9}\right)$
第 6 題 $\frac{648}{3125}$
第 7 題 $\frac{592}{729}$
第 8 題 $\frac{2}{3}$
第 9 題 68
第 10 題 $\frac{3}{5}$
第 11 題 (C)
第 12 題 (B)
第 13 題 (A)
第 14 題 (A)
第 15 題 (A)(C)(D)
第 16 題 (A)(E)
第 17 題 (A)(C)(D)(E)
第 18 題 (A)(C)(D)

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。(不用註冊)
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit (可以先把姓名、座號遮掉)



填充第 1、4 題：一維數據（百分位數、平均數與中位數）

- 1 把考生由低分排到高分。前標是第 75 百分位數： $133519 \times 0.75 = 100139.25$ 不是整數，取第 100140 位。累計人數：0 ~ 9 級分共 98978 人，0 ~ 10 級分共 $98978 + 8655 = 107633$ 人，第 100140 位落在 10 級分， $a = 10$ 。後標是第 25 百分位數： $133519 \times 0.25 = 33379.75$ ，取第 33380 位。0 ~ 3 級分共 $50 + 2847 + 10161 + 16120 = 29178$ 人，0 ~ 4 級分共 $29178 + 12362 = 41540$ 人，第 33380 位落在 4 級分， $b = 4$ 。所以 $(a, b) = (10, 4)$ 。

檢查：表中 16 個人數加起來正好是 133519。由高分往低分數也一樣：11 ~ 15 級分共 25886 人，還不到全體的 25%（約 33380 人），加上 10 級分的 8655 人後才超過，所以前標是 10 級分。

- 4 五數的平均數是 $\frac{a + 40 + 25 + 35 + 60}{5} = \frac{a + 160}{5}$ 。其餘四數由小到大是 25, 35, 40, 60，依 a 的位置分三種情形。若 $a < 35$ ：中位數是 35， $\frac{a + 160}{5} = 35$ ， $a = 15$ ，符合 $a < 35$ 且與其他四數相異。若 $35 < a < 40$ ：中位數是 a ， $\frac{a + 160}{5} = a$ ， $a = 40$ ，不在這個範圍內。若 $a > 40$ ：中位數是 40， $\frac{a + 160}{5} = 40$ ， $a = 40$ ，不合（也與題目「相異」矛盾）。所以 $a = 15$ 。

檢查：15, 25, 35, 40, 60 的和是 175，平均數 35，中位數也是 35。

百分位數先算「總數乘以百分比」定出第幾位，再用累計人數找它落在哪一組；中位數隨未知數的位置而變，要分情形討論並回頭檢查範圍。

填充第 2、3、8 題：期望值、互斥事件、獨立事件

- 2 年輕人在一年內存活的機率是 0.9995，此時保險公司淨賺保費 700 元；不存活的機率是 $1 - 0.9995 = 0.0005$ ，此時保險公司要付 1000000 元，淨得 $700 - 1000000 = -999300$ 元。期望值為 $700 \times 0.9995 + (-999300) \times 0.0005 = 699.65 - 499.65 = 200$ （元）。

另一種算法：保費 700 元一定收到，理賠的期望值是 $1000000 \times 0.0005 = 500$ 元，所以獲利的期望值是 $700 - 500 = 200$ 元。

- 3 A 、 B 都不發生的機率是 $\frac{1}{3}$ ，所以至少一個發生的機率 $P(A \cup B) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ 。 A 、 B 互斥， $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 2P(B) + P(B) = 3P(B)$ ，得 $P(B) = \frac{2}{9}$ ， $P(A) = \frac{4}{9}$ 。所以 $P(A') = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$ 。

- 8 靶面沒被擊中，就是甲、乙都沒中。兩人擊中與否獨立，所以都沒中的機率是 $\left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ 。靶面被擊中的機率是 $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ 。

直接算也可以： $P(\text{甲中}) + P(\text{乙中}) - P(\text{兩人都中}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ 。

「至少一個發生」先算「都不發生」再用 1 去減；互斥時聯集的機率直接相加，獨立時交集的機率直接相乘。



填充第 5、9、10 題：離散型隨機變數

- 5 $1 < X < 5$ 就是 $X = 2, 3, 4$ ： $\frac{1}{6} + \alpha + \frac{1}{3} = \frac{5}{9}$ ， $\alpha = \frac{5}{9} - \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$ 。機率分布表的機率總和為 1 ： $\frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \frac{1}{3} + \beta + \frac{2}{9} = 1$ ，通分成 $\frac{2+3+1+6+4}{18} + \beta = 1$ ， $\beta = 1 - \frac{16}{18} = \frac{1}{9}$ 。所以 $(\alpha, \beta) = (\frac{1}{18}, \frac{1}{9})$ 。

$1 < X < 5$ 兩端都不含等號， $X = 1$ 與 $X = 5$ 不算在內。

- 9 $Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = 42 - 5^2 = 17$ 。 X 乘以 2 再減 5：平移不改變變異數，伸縮 2 倍使變異數變成 2^2 倍，所以 $Var(2X - 5) = 4 \times 17 = 68$ 。

- 10 X 可能是 0, 1, 2。從 10 個取 2 個共 $C_2^{10} = 45$ 種。 $P(X = 0) = \frac{C_2^7}{45} = \frac{21}{45}$ ， $P(X = 1) = \frac{C_1^3 C_1^7}{45} = \frac{21}{45}$ ， $P(X = 2) = \frac{C_2^3}{45} = \frac{3}{45}$ 。 $E(X) = 0 \times \frac{21}{45} + 1 \times \frac{21}{45} + 2 \times \frac{3}{45} = \frac{27}{45} = \frac{3}{5}$ (個)。
檢查：每個被取出的燈泡是壞的機率都是 $\frac{3}{10}$ ，取 2 個，壞燈泡個數的期望值是 $2 \times \frac{3}{10} = \frac{3}{5}$ 。

機率分布表先用「總和為 1」；變異數用平方的期望值減期望值的平方，乘以 a 再加 b 之後變異數變成 a 的平方倍。

填充第 6、7 題：重複試驗與二項分布

- 6 每次取到紅球的機率是 $\frac{3}{5}$ ，白球是 $\frac{2}{5}$ ，取後放回所以各次獨立。「第 5 次恰好取得第 3 次紅球」表示前 4 次恰有 2 次紅球，而且第 5 次是紅球： $C_2^4 \left(\frac{3}{5}\right)^2 \left(\frac{2}{5}\right)^2 \times \frac{3}{5} = 6 \times \frac{9}{25} \times \frac{4}{25} \times \frac{3}{5} = \frac{648}{3125}$ 。
這與「5 次中恰有 3 次紅球」($C_3^5 \left(\frac{3}{5}\right)^3 \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{1080}{3125}$) 不同：本題第 5 次一定要是紅球。

- 7 每次取到白球的機率是 $\frac{2}{3}$ ，所以 $X \sim B\left(6, \frac{2}{3}\right)$ 。 $\mu = 6 \times \frac{2}{3} = 4$ ， $\sigma^2 = 6 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$ ， $\sigma = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \approx \frac{2 \times 1.732}{3} \approx 1.155$ 。 $\mu - \sigma \approx 2.845$ ， $\mu + \sigma \approx 5.155$ ，範圍內的整數是 $X = 3, 4, 5$ 。 $P(X = 3) = C_3^6 \left(\frac{2}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{160}{729}$ ， $P(X = 4) = C_4^6 \left(\frac{2}{3}\right)^4 \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{240}{729}$ ， $P(X = 5) = C_5^6 \left(\frac{2}{3}\right)^5 \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{192}{729}$ 。相加得 $\frac{160 + 240 + 192}{729} = \frac{592}{729}$ 。
檢查： $P(X \leq 2) = \frac{1 + 12 + 60}{729} = \frac{73}{729}$ ， $P(X = 6) = \frac{64}{729}$ ， $1 - \frac{73 + 64}{729} = \frac{592}{729}$ 。

二項分布的期望值是 np 、變異數是 $np(1-p)$ ；「第 n 次恰好是第 k 次成功」要拆成「前 $n-1$ 次恰 $k-1$ 次成功」乘上「第 n 次成功」。

單選第 1~3 題 (第 11~13 題)：二項分布的機率表、圖形與最大機率

- 11 「正面次數超過 k 次」是 $X > k$ ，也就是 $X \geq k + 1$ 。查表： $k = 24$ 時 $P(X \geq 25) = 0.076930$ ，不小於 0.05； $k = 25$ 時 $P(X \geq 26) = 0.040345 < 0.05$ 。 k 越大這個機率越小，所以 k 的最小值是 25，選 (C)。

「超過 k 次」不含 k 次。若看成 $P(X \geq k) < 0.05$ 會得到 26，與題意差一。



- 12 每次取到紅球的機率是 $\frac{2}{5}$ ，取 10 次， x 服從 $B\left(10, \frac{2}{5}\right)$ ，期望值 $10 \times \frac{2}{5} = 4$ 。比較相鄰兩項：

$$\frac{P(x = k + 1)}{P(x = k)} = \frac{10 - k}{k + 1} \times \frac{2}{3}$$
 $k \leq 3$ 時大於 1、 $k \geq 4$ 時小於 1，所以機率在 $x = 4$ 最大，而且因為 $\frac{2}{5} < \frac{1}{2}$ ，圖形向右拖尾、不對稱。實際值： $P(x = 3) \approx 0.215$ ， $P(x = 4) \approx 0.251$ ， $P(x = 5) \approx 0.201$ 。
 五張圖中最高在 4 的只有 (B)，選 (B)。

(A) 以 5 為中心左右對稱，是成功機率 $\frac{1}{2}$ 時的樣子；(C)(D)(E) 最高處在 6 或 7，對應成功機率大於 $\frac{1}{2}$ 。

- 13 $X \sim B(23, 0.2)$ ， X 只能取 0 到 23 的整數，所以 $P(X = 4.6) = 0$ 。比較相鄰兩項：

$$\frac{P(X = k + 1)}{P(X = k)} = \frac{23 - k}{k + 1} \times \frac{0.2}{0.8} = \frac{23 - k}{4(k + 1)}$$
 $k = 3$ 時為 $\frac{20}{16} > 1$ ，所以 $P(X = 4) > P(X = 3)$ ；
 $k = 4$ 時為 $\frac{19}{20} < 1$ ，所以 $P(X = 5) < P(X = 4)$ ，之後繼續遞減。機率最大的是 $P(X = 4)$ ，選 (A)。

期望值 $23 \times 0.2 = 4.6$ 是平均的件數，不是可能出現的件數；機率最大的件數要用相鄰兩項的比去找。數值：
 $P(X = 4) \approx 0.204$ ， $P(X = 5) \approx 0.194$ 。

二項分布要找機率最大的次數，就算相鄰兩項的比，看它從大於 1 變成小於 1 的位置；「超過 k 次」與「至少 k 次」差一，查表前先寫成不等式。

多選第 1 題 (第 14 題)：猜答的機率與期望值

- 14 (A) 單選題五個選項選一個，猜對的機率是 $\frac{1}{5}$ ，正確。(B) 每個選項有選與不選兩種，共 $2^5 = 32$ 種，但「至少有一個答案」排除全不選，可能的答案有 31 種，猜對的機率是 $\frac{1}{31}$ ，不是 $\frac{1}{32}$ ，不正確。(C) 設答錯倒扣 x 分，期望值 $5 \times \frac{1}{5} - x \times \frac{4}{5} = 0$ ，得 $x = \frac{5}{4}$ ，不是 1 分，不正確。(D) 兩個選項已知不正確，答案是其餘 3 個選項的某種選法；同樣排除全不選，可能的答案有 $2^3 - 1 = 7$ 種，全猜對的機率是 $\frac{1}{7}$ ，不是 $\frac{1}{8}$ ，不正確。(E) 即使照 (D) 所寫的 $\frac{1}{8}$ (三個選項各自獨立猜、各有 $\frac{1}{2}$ 猜對) 來算，三個選項中錯 0, 1, 2, 3 個的機率是 $\frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{3}{8}, \frac{1}{8}$ ，期望值為 $10 \times \frac{1}{8} + 7 \times \frac{3}{8} + 4 \times \frac{3}{8} + 0 \times \frac{1}{8} = \frac{43}{8}$ 分，不是 5 分，不正確。所以選 (A)。

本卷來源無參考答案，(D) 有兩種讀法。本站對 (B) 與 (D) 採同一個標準：題目說「至少有一個答案」，猜的時候就不會猜「全不選」，所以分別是 $\frac{1}{31}$ 與 $\frac{1}{7}$ 。若把 (D) 讀成「剩下 3 個選項各自獨立判斷、每個猜對的機率 $\frac{1}{2}$ 」，就會得到 $\frac{1}{8}$ ，此時 (D) 成立、答案是 (A)(D)；請以校方公布的答案為準。(E) 在兩種讀法下都不是 5 分：排除全不選時，依正確答案有 1, 2, 3 個選項，期望值分別是 $\frac{36}{7}, \frac{39}{7}, \frac{43}{7}$ 分。

猜答的機率先數清楚「可能的答案有幾種」；倒扣的分數由「期望值等於 0」列式解出。



多選第 2 題 (第 15 題)：射飛鏢的重複試驗

- 15 每次射中、沒射中的機率都是 $\frac{1}{2}$ ，射 n 次的 2^n 種結果機率相同。(A) 2 次恰中 1 次： $\frac{C_1^2}{2^2} = \frac{1}{2}$ ，正確。(B) 4 次恰中 2 次： $\frac{C_2^4}{2^4} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$ ，不正確。(C) 4 次中射中奇數次，即 1 次或 3 次： $\frac{C_1^4 + C_3^4}{2^4} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$ ，正確。(D) 各次結果互相獨立，第 1 次的結果不影響第 2 次，條件機率仍是 $\frac{1}{2}$ ，正確。(E) 前 2 次與後 4 次獨立，條件機率就是「4 次恰中 2 次」的機率 $\frac{3}{8}$ ，不正確。所以選 (A)(C)(D)。

(B) 與 (A) 的差別：次數變多以後，「剛好一半」的機率會變小，不會維持 $\frac{1}{2}$ 。

多選第 3 題 (第 16 題)：相關係數為 1 與最適直線

- 16 最適直線一定通過 $(\mu_x, \mu_y) = (5, 3)$ ，又通過 $(0, 2)$ ，所以斜率是 $\frac{3-2}{5-0} = \frac{1}{5}$ ， $L: y = \frac{1}{5}x + 2$ 。由參考公式，斜率 $= r \times \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = \frac{1}{5}$ ，所以 $\sigma_x = 5\sigma_y$ 。(A) $\sigma_x^2 = 25\sigma_y^2 > \sigma_y^2$ (相關係數存在， $\sigma_y > 0$)，正確。(B) 只知道 σ_x 與 σ_y 的比，無法確定 σ_y 的值，不正確。(C) 斜率是 $\frac{1}{5}$ ，不正確。(D) $x = 10$ 時 $y = \frac{10}{5} + 2 = 4 \neq 6$ ，不正確。(E) $r = 1$ 表示所有資料點都落在同一條斜率為正的直線上，這條直線就是最適直線 L ，所以每一筆都滿足 $y_i = \frac{1}{5}x_i + 2$ ，正確。所以選 (A)(E)。

(B) 的例子：取 x_i 為 $0.5, 1.5, \dots, 9.5$ 、 $y_i = \frac{1}{5}x_i + 2$ ，符合所有條件，此時 $\sigma_y = \frac{1}{5}\sigma_x = \frac{\sqrt{8.25}}{5} \approx 0.57$ ，不是 4。

最適直線必過兩個平均數構成的點，斜率是相關係數乘以兩個標準差的比；相關係數等於 1 時所有點都在這條直線上。

多選第 4、5 題 (第 17、18 題)：骰子與取球

- 17 每顆骰子出現 6 點的機率是 $\frac{1}{6}$ ，三顆互相獨立。(A) 恰一顆 6 點： $C_1^3 \times \frac{1}{6} \times \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{75}{216}$ ，正確。(B) 恰兩顆 6 點： $C_2^3 \times \left(\frac{1}{6}\right)^2 \times \frac{5}{6} = \frac{15}{216}$ ，不是 $\frac{25}{216}$ ，不正確。(C) 都不是 6 點： $\left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$ ，正確。(D) 三顆都是 6 點的機率是 $\frac{1}{216}$ ，期望值 $216 \times \frac{75}{216} + 432 \times \frac{15}{216} + 648 \times \frac{1}{216} = 75 + 30 + 3 = 108$ (元)，正確。(E) 先繳 120 元，期望只拿回 108 元，平均每次少 12 元，對玩家不利，正確。所以選 (A)(C)(D)(E)。

檢查： $75 + 15 + 1 + 125 = 216$ ，四種情形的機率加起來是 1。(D) 也可以這樣看：每出現一顆 6 點得 216 元，6 點顆數的期望值是 $3 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$ ，所以期望值是 $216 \times \frac{1}{2} = 108$ 元。



18 (A) 一次取 2 球： $\frac{C_1^4 C_1^5}{C_2^9} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$ ，正確。(B) 取後放回：先紅後白或先白後紅， $\frac{4}{9} \times \frac{5}{9} + \frac{5}{9} \times \frac{4}{9} = \frac{40}{81}$ ，不是 $\frac{20}{81}$ ，不正確。(C) 取後不放回： $\frac{4}{9} \times \frac{5}{8} + \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} = \frac{40}{72} = \frac{5}{9}$ ，正確（與一次取 2 球相同）。(D) 第二次取到白球：第一次紅、第二次白，或兩次都白， $\frac{4}{9} \times \frac{5}{8} + \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} = \frac{40}{72} = \frac{5}{9}$ ，正確。(E) 把 9 球取完，白球先取完表示最後一顆是紅球；每一顆球排在最後的機會相同，機率是 $\frac{4}{9}$ ，不是 $\frac{5}{9}$ ，不正確。所以選 (A)(C)(D)。

(D) 不放回時，每一次取到白球的機率都是 $\frac{5}{9}$ ，和抽籤先後不影響中籤機率是同一件事。(B) 少算了順序： $\frac{20}{81}$ 只是「先紅後白」一種順序的機率。

取球題先分清楚放回或不放回、有沒有順序；不放回時每一次取到某種顏色的機率都與第一次相同。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自鼓山高中 114 學年度上學期高三第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。

御藍教育
ROYAL BLUE · EDUCATION



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/gshs-114a-g12yi-1