

鳳新高中 114 學年度上學期 高一第一次段考



御藍教育

範圍：數與式、直線方程式（實數與根式、絕對值、指數與算幾不等式、常用對數、直線的斜率與截距、直線的平移） · 單選題 5 題（20 分）、多選題 5 題（40 分）、選填題 A~H 共 8 題（40 分）

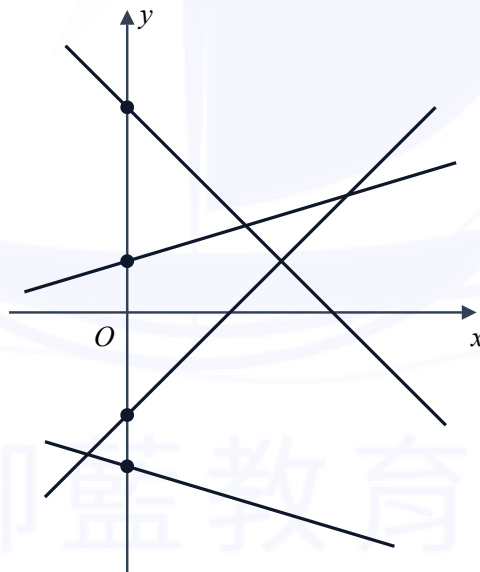
班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/fhsh-114a-g10-1

一、單選題（占 20 分）說明：第 1 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 4 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1 如下圖所示，四條直線 $px - y = 3$ 、 $qx - y = 2$ 、 $rx - y = -1$ 、 $sx - y = -4$ ，其中 p 、 q 、 r 、 s 為實數，試比較 p 、 q 、 r 、 s 的大小？

- (1) $p > q > r > s$
- (2) $r > q > s > p$
- (3) $q > r > p > s$
- (4) $r > q > p > s$
- (5) $s > r > q > p$



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/fhsh-114a-g10-1

2 若過點 $P(1, -2)$ 的直線 M 在第四象限和兩坐標軸所圍三角形面積為最小，則直線 M 方程式為下列哪一個選項？

- (1) $x - 4y = 9$
- (2) $3x - 4y = 11$
- (3) $x - y = 3$
- (4) $x - 2y = 5$
- (5) $2x - y = 4$

3 若 b 為 $2\sqrt{2}$ 的小數部分，即 $0 < b < 1$ ，則 $\sqrt{6\sqrt{2} + 11}$ 的小數部分為下列哪一個選項？

- (1) b
- (2) $\frac{b}{2}$
- (3) $\frac{b}{3}$
- (4) $\frac{1+b}{2}$
- (5) $\frac{1+3b}{2}$

4 「十二平均律」是鋼琴音階的依循規則；每一個音的弦長都是前一個音弦長（string length）的 $\sqrt[12]{2}$ 。若第一個音弦長為 16，試問第幾個音的弦長為 64？

- (1) 第 22 個
- (2) 第 23 個
- (3) 第 24 個
- (4) 第 25 個
- (5) 第 26 個

5 滿足不等式 $2|x - 4| + |x + 2| \leq 21$ 的正整數 x 共有多少個？

- (1) 9 個
- (2) 10 個
- (3) 11 個
- (4) 12 個
- (5) 13 個

二、多選題（占 40 分）說明：第 6 題至第 10 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對



者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 6 分；答錯 2 個選項者，得 4 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

6 設 $t > 1$ ，且 $t^{\frac{1}{2}} + t^{-\frac{1}{2}} = 5$ ，則下列哪些選項正確？

- (1) $t + t^{-1} = 23$
- (2) $t^2 + t^{-2} = 527$
- (3) $t^{\frac{3}{2}} + t^{-\frac{3}{2}} = 110$
- (4) $t^{\frac{1}{4}} + t^{-\frac{1}{4}} = \pm\sqrt{7}$
- (5) $t^{\frac{1}{2}} - t^{-\frac{1}{2}} = \pm\sqrt{21}$

7 已知 $K = (3^{50} + 3^{-50})^2$ ，請選出正確的選項。($10^{0.71} \approx 5.12$ 、 $10^{0.29} \approx 1.94$)

- (1) $K > 10^{47}$
- (2) K 的整數部分有 47 位數
- (3) K 的整數部分最高位數字是 5
- (4) K 的小數點後共有連續 47 個 0
- (5) K 的小數點後第一個不為 0 的數字是 2

8 請選出正確的選項。

- (1) 若 a 、 b 為無理數，則 $a - b$ 為無理數
- (2) $\frac{1170}{3^2 \times 5^3}$ 可化成有限小數
- (3) 若 $p = \frac{2\sqrt{5} + 3\sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$ ，則 p 介於 2.5 和 3 之間
- (4) 已知 $t = \sqrt{2} - 1$ ，則 $\sqrt[4]{\sqrt{2}(t-1)(t^2+1)(t^4+1) - (t-\sqrt{2})} = 3 - 2\sqrt{2}$
- (5) 已知 α 、 β 為實數且 $\alpha < \beta$ ，則 $\alpha < \frac{2\alpha + 3\beta}{5} < \frac{2\alpha + 4\beta}{7} < \frac{2\alpha + 5\beta}{9} < \beta$

9 請選出正確的選項。

- (1) 設 $c = \frac{7^{\frac{1}{n}} + 7^{-\frac{1}{n}}}{2}$ ，其中 n 為正整數，則 $(c + \sqrt{c^2 - 1})^n = 7$
- (2) 若兩正實數 p 、 q 滿足 $\log p = \log q + 1$ ，則 $p = \frac{q}{10}$
- (3) 若 $u > 0$ ，且 $u^{2x} = 7 - 4\sqrt{3}$ ，則 $\frac{u^{4x} + u^{-4x}}{u^x + u^{-x}} = \frac{97}{2}$
- (4) 二進位制的 6 位數 $(101010)_2$ 轉為十進位制的數為 63
- (5) 已知 x 、 y 為正實數，則 $\left(x + \frac{1}{y}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2x}\right)^2$ 的最小值為 $3 + 2\sqrt{2}$



10 請選出正確的選項。

(1) $0.1\overline{52} < \frac{13}{90}$

(2) $\frac{1}{\sqrt{13}-\sqrt{3}} > 0.6$

(3) 若 $a = \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1$ ，則 $\frac{3}{a} + \frac{3}{a^2} + \frac{1}{a^3} = 1$

(4) 方程式 $|x+1| - |x-1| = 2$ 的解為 $[1, \infty)$

(5) 若 $\left|x + \frac{1}{2}\right| \leq \frac{3}{2}$ 且 $\left|y - \frac{5}{2}\right| \leq \frac{1}{2}$ ，則 $-1 \leq \frac{x}{y} \leq \frac{1}{3}$

三、選填題（占 40 分）說明：1. 第 A 至 H 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（11~28）。2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。（本頁第 11~18 題依序為選填 A、B、C、D、E、F、G、H）

11 已知直線 $P: x - 2y - 2 = 0$ 向右平移 3 單位得到直線 P_1 ，直線 P 向下平移 k 單位得到直線 P_2 ，若 P_1 與 P_2 是同一條直線，則實數 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。（化為最簡分數）

12 已知 $\log \alpha = 0.3$ 、 $\log \beta = \sqrt{7}$ 、 $\log \gamma = -4$ ，則 $\alpha^8 \times \beta^{2\sqrt{7}} \div 10^{\frac{2}{5} \log \gamma}$ 展開後為 位數。

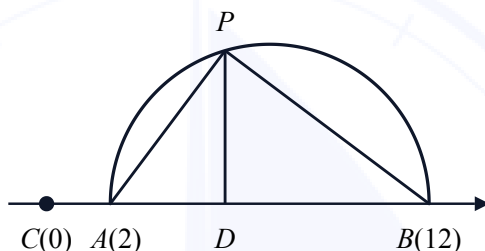
13 已知不等式 $\begin{cases} \left|x + \frac{3}{2}\right| \geq \frac{b}{2} \\ |1-x| < a \end{cases}$ 的解為 $[2, 3)$ ，則 $a + b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

14 愛因斯坦（Albert Einstein）的時間膨脹效應（Time Dilation）提及極大的飛行速度會使得飛行物體的時間減慢，並提出：「太空人以光速的 x 倍（ $0 < x < 1$ ）進行 t 年的太空旅行（太空人老了 t 歲）；旅行結束後返回地球，地球上已經過了 $\frac{t}{\sqrt{1-x^2}}$ 年（地球上的人老了 $\frac{t}{\sqrt{1-x^2}}$ 歲）。」某年，A 太空人 29 歲，他有位 3 歲的兒子。此年，該太空人以光速的 $\frac{4}{5}$ 倍進行 t 年的太空旅行；旅行結束後返回地球，太空人發現他跟兒子的年紀竟然一樣。試問，根據上述理論，A 太空人旅行了 年。



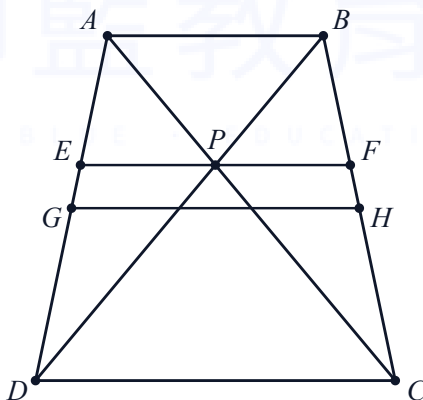
- 15 鳳新高中籃球隊 (FHSB BASKETBALL TEAM) 的隊徽，其設計靈感來自於一種長期棲息在校園內的鳥類，黑冠麻鷺 (Malayan Night Heron)，暱稱地瓜鳥、大笨鳥。若已知 6×10^{13} 根黑冠麻鷺的羽毛重量約為 405 克，則一根羽毛重量為 ____ 克。(用科學記號表示並將係數部分四捨五入取兩位有效數字)

- 16 如下圖所示 (示意圖)，以 $\overline{AB}$ 為直徑作半圓， P 為半圓上的一點且 $\overline{PD}$ 垂直 $\overline{AB}$ 。若 C 、 A 、 B 的坐標分別為 0、2、12，且 $\overline{AD} : \overline{PB} = 9 : 20$ ，則 D 的坐標為 ____。(化為最簡分數)



- 17 若 W 、 Y 、 Z 皆為正實數且滿足 $\begin{cases} \frac{9}{W} + Y + \frac{1}{4Z} = 7 \\ W + \frac{25}{4Y} + 9Z = 7 \end{cases}$ ，則 $12WYZ =$ ____。

- 18 如下圖所示 (示意圖)，已知有一四邊形 $ABCD$ ，其中 $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 平行，且 $\overline{AB} = 3$ 、 $\overline{CD} = 5$ ， $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 相交於 P 點，過 P 點作與 $\overline{AB}$ 平行的線段，分別交兩腰 $\overline{AD}$ 、 $\overline{BC}$ 於 E 、 F ，而 G 、 H 分別為兩腰 $\overline{AD}$ 、 $\overline{BC}$ 之中點，則 $\overline{GH} - \overline{EF} =$ ____。(化為最簡分數)





御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/fhsh-114a-g10-1

答案一覽

- 第 1 題 (3)
第 2 題 (5)
第 3 題 (2)
第 4 題 (4)
第 5 題 (1)
第 6 題 (1)(2)(3)
第 7 題 (1)(3)(4)
第 8 題 (2)(4)
第 9 題 (1)(3)(5)
第 10 題 (3)(4)
第 11 題 $\frac{3}{2}$
第 12 題 19
第 13 題 9
第 14 題 39
第 15 題 6.8×10^{-12}
第 16 題 $\frac{28}{5}$
第 17 題 15
第 18 題 $\frac{1}{4}$

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。(不用註冊)
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit（可以先把姓名、座號遮掉）



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練
網頁版：royalblue-education.com/school-exams/fhsh-114a-g10-1

單選 1~5：斜率、截距式、小數部分、分數指數與絕對值不等式

- 1 答案 (3)。四條直線改寫成 $y = px - 3$ 、 $y = qx - 2$ 、 $y = rx + 1$ 、 $y = sx + 4$ ， y 截距依序是 -3 、 -2 、 1 、 4 ，斜率依序是 p 、 q 、 r 、 s 。看圖上與 y 軸的四個交點，由上到下對應 s 、 r 、 q 、 p 四條線。最上面那條向右下傾斜， $s < 0$ ；截距 1 那條向右上緩升， $r > 0$ ；截距 -2 那條向右上且比 r 那條陡， $q > r > 0$ ；最下面那條向右下緩降， $p < 0$ ，而且沒有 s 那條陡，所以 $s < p < 0$ 。合起來 $q > r > p > s$ 。先用 y 截距認出哪條線是哪個字母，再比斜率。兩條斜率都是負的時，越陡的斜率越小。
- 2 答案 (5)。設直線 M 的 x 截距為 a 、 y 截距為 $-b$ ($a > 0$, $b > 0$)，方程式是 $\frac{x}{a} + \frac{y}{-b} = 1$ 。過 $(1, -2)$ ： $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = 1$ 。三角形面積是 $\frac{ab}{2}$ 。由算幾不等式 $1 = \frac{1}{a} + \frac{2}{b} \geq 2\sqrt{\frac{2}{ab}}$ ，兩邊平方得 $1 \geq \frac{8}{ab}$ ， $ab \geq 8$ ，面積最小是 4 。等號在 $\frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{1}{2}$ ，也就是 $a = 2$ 、 $b = 4$ 時成立。直線是 $\frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 1$ ，即 $2x - y = 4$ 。
- 五個選項都通過 $(1, -2)$ ，也可以逐一算截距與面積：依序是 $\frac{81}{8}$ 、 $\frac{121}{24}$ 、 $\frac{9}{2}$ 、 $\frac{25}{4}$ 、 4 ，最小的是 (5)。
- 3 答案 (2)。 $2\sqrt{2} = \sqrt{8}$ 介於 2 和 3 之間，所以 $b = 2\sqrt{2} - 2$ 。 $\sqrt{11 + 6\sqrt{2}} = \sqrt{11 + 2\sqrt{18}}$ ，找兩數和 11 、積 18 ： 9 和 2 ，所以它等於 $\sqrt{9} + \sqrt{2} = 3 + \sqrt{2}$ 。 $1 < \sqrt{2} < 2$ ，整數部分是 4 ，小數部分是 $\sqrt{2} - 1$ 。而 $\frac{b}{2} = \frac{2\sqrt{2} - 2}{2} = \sqrt{2} - 1$ ，就是 (2)。
- 4 答案 (4)。第 n 個音的弦長是第一個音乘上 $n - 1$ 次 $\sqrt[12]{2} = 2^{\frac{1}{12}}$ ，也就是 $16 \times 2^{\frac{n-1}{12}}$ 。令它等於 64 ： $2^{\frac{n-1}{12}} = 4 = 2^2$ ，所以 $\frac{n-1}{12} = 2$ ， $n = 25$ 。
- 從第 1 個音到第 n 個音只乘了 $n - 1$ 次，不是 n 次。
- 5 答案 (1)。只看正整數 x ，所以 $x + 2 > 0$ ， $|x + 2| = x + 2$ 。當 $1 \leq x < 4$ 時， $2(4 - x) + (x + 2) = 10 - x \leq 21$ 恆成立， $x = 1, 2, 3$ 都可以。當 $x \geq 4$ 時， $2(x - 4) + (x + 2) = 3x - 6 \leq 21$ ， $x \leq 9$ ， $x = 4, 5, \dots, 9$ 。合起來 $x = 1, 2, \dots, 9$ ，共 9 個。
- 整個不等式的解是 $-5 \leq x \leq 9$ ；題目只問正整數， 0 和負整數不算。

多選 6~7：對稱式求值、位數與小數點後的 0

- 6 答案 (1)(2)(3)。(1) 對：把 $t^{\frac{1}{2}} + t^{-\frac{1}{2}} = 5$ 兩邊平方， $t + 2 + t^{-1} = 25$ ， $t + t^{-1} = 23$ 。(2) 對：再平方， $t^2 + 2 + t^{-2} = 529$ ， $t^2 + t^{-2} = 527$ 。(3) 對： $t^{\frac{3}{2}} + t^{-\frac{3}{2}} = \left(t^{\frac{1}{2}} + t^{-\frac{1}{2}}\right)^3 - 3\left(t^{\frac{1}{2}} + t^{-\frac{1}{2}}\right) = 125 - 15 = 110$ 。(4) 錯： $\left(t^{\frac{1}{4}} + t^{-\frac{1}{4}}\right)^2 = t^{\frac{1}{2}} + 2 + t^{-\frac{1}{2}} = 7$ ，但 $t^{\frac{1}{4}}$ 和 $t^{-\frac{1}{4}}$ 都是正數，和只能是 $\sqrt{7}$ ，不會是 $-\sqrt{7}$ 。(5) 錯： $\left(t^{\frac{1}{2}} - t^{-\frac{1}{2}}\right)^2 = t - 2 + t^{-1} = 21$ ，因為 $t > 1$ ， $t^{\frac{1}{2}} > 1 > t^{-\frac{1}{2}}$ ，差是正的，只能是 $\sqrt{21}$ 。
- (4)(5) 的數字都對，錯在「 $\pm$ 」：平方之後開根號，要回頭用條件判斷正負。
- 7 答案 (1)(3)(4)。展開： $K = 3^{100} + 2 + 3^{-100}$ 。用 $\log 3 \approx 0.4771$ ， $3^{100} = 10^{47.71} = 10^{0.71} \times 10^{47} \approx 5.12 \times 10^{47}$ ，是 48 位數、最高位是 5 。 $3^{-100} = 10^{-47.71} = 10^{0.29} \times 10^{-48} \approx 1.94 \times 10^{-48}$ ，是介於 0 和 1 之間的數。所以 K 的整數部分是 $3^{100} + 2$ ，小數部分是 3^{-100} 。(1) 對： $K > 5 \times 10^{47} > 10^{47}$ 。(2) 錯：整數部分是 48 位數。(3) 對：加 2 不影響最高位，仍是 5 。(4) 對： 1.94×10^{-48} 的小數點後先有 47 個 0 ，第 48 位才是 1 。(5) 錯：第一個不為 0 的數字是 1 。
- 題目給的 0.71 和 0.29 相加是 1 ： $-47.71 = -48 + 0.29$ ，負指數要拆成「負整數 + 介於 0 和 1 的小數」。 $\log 3 \approx 0.4771$ 題幹沒有印，要自己記得。



$N = a \times 10^n$ ($1 \leq a < 10$) 時： $n \geq 0$ 表示整數部分 $n+1$ 位、最高位看 a ； $n < 0$ 表示小數點後第 $-n$ 位開始不為 0。

多選 8~10：實數性質、根式化簡與算幾不等式的綜合判斷

- 8 答案 (2)(4)。(1) 錯：取 $a = b = \sqrt{2}$ ， $a - b = 0$ 是有理數。(2) 對： $1170 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 13$ ，約分後是 $\frac{26}{25} = 1.04$ 。(3) 錯： $p = \frac{2(\sqrt{5} + \sqrt{3}) + \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = 2 + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = 2 + \frac{\sqrt{3}(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{2} = \frac{1 + \sqrt{15}}{2}$ ； $\sqrt{15} < 4$ ，所以 $p < 2.5$ 。(4) 對： $t + 1 = \sqrt{2}$ ，所以 $\sqrt{2}(t - 1) = (t + 1)(t - 1) = t^2 - 1$ ，接著 $(t^2 - 1)(t^2 + 1)(t^4 + 1) = t^8 - 1$ ；又 $t - \sqrt{2} = -1$ ，根號內是 $t^8 - 1 + 1 = t^8$ 。 $t > 0$ ，開四次方得 $t^2 = (\sqrt{2} - 1)^2 = 3 - 2\sqrt{2}$ 。(5) 錯：三個數分別是 $\alpha + \frac{3}{5}(\beta - \alpha)$ 、 $\alpha + \frac{4}{7}(\beta - \alpha)$ 、 $\alpha + \frac{5}{9}(\beta - \alpha)$ ，而 $\frac{3}{5} > \frac{4}{7} > \frac{5}{9}$ ，大小順序和選項寫的相反。
- (5) 可以代 $\alpha = 0$ 、 $\beta = 1$ 檢查：三個數是 0.6 、 $0.571\dots$ 、 $0.555\dots$ ，越來越小。

- 9 答案 (1)(3)(5)。(1) 對：令 $a = 7^{\frac{1}{n}} > 1$ ， $c = \frac{a + a^{-1}}{2}$ ， $c^2 - 1 = \frac{a^2 + 2 + a^{-2}}{4} - 1 = \left(\frac{a - a^{-1}}{2}\right)^2$ ，因為 $a > a^{-1}$ ， $\sqrt{c^2 - 1} = \frac{a - a^{-1}}{2}$ ， $c + \sqrt{c^2 - 1} = a$ ， $a^n = 7$ 。(2) 錯： $\log p = \log q + 1$ 表示 $p = q \times 10^1 = 10q$ 。(3) 對： $7 - 4\sqrt{3} = (2 - \sqrt{3})^2$ ， $u^x > 0$ ，所以 $u^x = 2 - \sqrt{3}$ 、 $u^{-x} = 2 + \sqrt{3}$ ， $u^x + u^{-x} = 4$ ；平方減 2 得 $u^{2x} + u^{-2x} = 14$ ，再平方減 2 得 $u^{4x} + u^{-4x} = 194$ ； $\frac{194}{4} = \frac{97}{2}$ 。(4) 錯： $(101010)_2 = 32 + 8 + 2 = 42$ 。(5) 對：展開得 $\left(x^2 + \frac{1}{4x^2}\right) + \left(y^2 + \frac{1}{y^2}\right) + \left(\frac{2x}{y} + \frac{y}{x}\right)$ ，三組各用算幾不等式： ≥ 1 、 ≥ 2 、 $\geq 2\sqrt{2}$ ，合計 $\geq 3 + 2\sqrt{2}$ 。等號要 $x^2 = \frac{1}{2}$ 、 $y = 1$ 、 $y^2 = 2x^2$ 同時成立，取 $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 、 $y = 1$ 三個都滿足，所以最小值就是 $3 + 2\sqrt{2}$ 。

(5) 分三組用算幾不等式時，三個等號成立條件要能同時滿足，最小值才取得到；這題剛好可以。

- 10 答案 (3)(4)。(1) 錯： $\frac{13}{90} = 0.1444\dots$ ，而 $0.15\overline{2} = 0.15252\dots$ 比較大。(2) 錯：有理化得 $\frac{\sqrt{13} + \sqrt{3}}{10}$ ； $\sqrt{13} < 3.7$ 、 $\sqrt{3} < 1.8$ ，所以小於 0.55 。(3) 對： $(\sqrt[3]{2} - 1)(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1) = 2 - 1 = 1$ ，所以 $\frac{1}{a} = \sqrt[3]{2} - 1$ 。所求 $= \left(1 + \frac{1}{a}\right)^3 - 1 = (\sqrt[3]{2})^3 - 1 = 1$ 。(4) 對： $x \geq 1$ 時左邊 $= (x + 1) - (x - 1) = 2$ 成立； $-1 \leq x < 1$ 時左邊 $= 2x = 2$ 得 $x = 1$ ，不在這段； $x < -1$ 時左邊 $= -2$ 。解是 $x \geq 1$ 。(5) 錯：條件是 $-2 \leq x \leq 1$ 、 $2 \leq y \leq 3$ 。 y 是正的， $\frac{x}{y}$ 最大在 $x = 1$ 、 $y = 2$ 時為 $\frac{1}{2}$ ，最小在 $x = -2$ 、 $y = 2$ 時為 -1 ，範圍是 $-1 \leq \frac{x}{y} \leq \frac{1}{2}$ ；例如 $x = 1$ 、 $y = 2$ 就超過 $\frac{1}{3}$ 。
- (3) 的 $\frac{3}{a} + \frac{3}{a^2} + \frac{1}{a^3}$ 剛好是 $\left(1 + \frac{1}{a}\right)^3$ 展開後少一個 1。(5) 求 $\frac{x}{y}$ 的最大值時分子取最大、分母取最小（分子為正時）。



選填 A~D (第 11~14 題)：平移、位數、絕對值不等式與情境列式

- 11 向右平移 3 單位：把 x 換成 $x - 3$ ， $P_1: (x - 3) - 2y - 2 = 0$ ，即 $x - 2y - 5 = 0$ 。向下平移 k 單位：把 y 換成 $y + k$ ， $P_2: x - 2(y + k) - 2 = 0$ ，即 $x - 2y - 2 - 2k = 0$ 。兩式相同： $-2 - 2k = -5$ ， $k = \frac{3}{2}$ 。
也可以用斜率看：直線斜率是 $\frac{1}{2}$ ，向右移 3 相當於向下移 $3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ 。
- 12 $\alpha = 10^{0.3}$ ，所以 $\alpha^8 = 10^{2.4}$ 。 $\beta = 10^{\sqrt{7}}$ ，所以 $\beta^{2\sqrt{7}} = 10^{\sqrt{7} \times 2\sqrt{7}} = 10^{14}$ 。 $\frac{2}{5} \log \gamma = \frac{2}{5} \times (-4) = -1.6$ ，所以除數是 $10^{-1.6}$ 。全部合併： $10^{2.4+14-(-1.6)} = 10^{18}$ ，是 19 位數。
除以 $10^{-1.6}$ 是指數加 1.6； 10^{18} 是 1 後面 18 個 0，共 19 位。
- 13 第二式 $|x - 1| < a$ 的解是 $1 - a < x < 1 + a$ 。第一式的解是 $x \geq -\frac{3}{2} + \frac{b}{2}$ 或 $x \leq -\frac{3}{2} - \frac{b}{2}$ 。共同的解是 $[2, 3)$ ：右端 3 是不含的，來自第二式， $1 + a = 3$ ， $a = 2$ ；左端 2 是含的，來自第一式， $-\frac{3}{2} + \frac{b}{2} = 2$ ， $b = 7$ 。檢查： $a = 2$ 、 $b = 7$ 時兩式分別是 $-1 < x < 3$ 和「 $x \geq 2$ 或 $x \leq -5$ 」，交集正是 $2 \leq x < 3$ 。 $a + b = 9$ 。
端點含不含（中括號、小括號）可以用來判斷它是哪一個不等式給的。
- 14 $x = \frac{4}{5}$ 時 $\sqrt{1 - x^2} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$ ，地球上經過 $\frac{t}{\frac{3}{5}} = \frac{5t}{3}$ 年。回到地球時太空人 $29 + t$ 歲，兒子 $3 + \frac{5t}{3}$ 歲。兩者相等： $29 + t = 3 + \frac{5t}{3}$ ， $26 = \frac{2t}{3}$ ， $t = 39$ 。檢查：太空人 68 歲，地球過了 65 年，兒子 68 歲。

選填 E~H (第 15~18 題)：科學記號、半圓、算幾不等式與梯形

- 15 $\frac{405}{6 \times 10^{13}} = 67.5 \times 10^{-13} = 6.75 \times 10^{-12}$ 。係數取兩位有效數字，6.75 四捨五入為 6.8，答案 6.8×10^{-12} 克。
科學記號的係數要介於 1 和 10 之間，所以 67.5×10^{-13} 要先改成 6.75×10^{-12} 再取位。
- 16 $\overline{AB} = 10$ 。設 $\overline{AD} = u$ ，則 $\overline{DB} = 10 - u$ 。直徑所對的圓周角是直角， $\angle APB = 90^\circ$ ，所以 $\triangle PDB$ 和 $\triangle APB$ 相似（共用 $\angle B$ ，各有一個直角）， $\frac{\overline{PB}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{DB}}{\overline{PB}}$ ，即 $\overline{PB}^2 = \overline{DB} \times \overline{AB} = 10(10 - u)$ 。由 $\overline{AD} : \overline{PB} = 9 : 20$ 得 $20u = 9\overline{PB}$ ，兩邊平方： $400u^2 = 81 \times 10(10 - u)$ ，整理成 $40u^2 + 81u - 810 = 0$ ， $(5u - 18)(8u + 45) = 0$ ，取正的 $u = \frac{18}{5}$ 。 D 的坐標是 $2 + \frac{18}{5} = \frac{28}{5}$ 。檢查： $\overline{DB} = \frac{32}{5}$ ， $\overline{PB}^2 = 64$ ， $\overline{PB} = 8$ ， $\frac{18}{5} : 8 = 9 : 20$ 。
 $\overline{AD}$ 是從 A 量起的長度， D 的坐標要再加上 A 的坐標 2。



- 17 兩式相加： $\left(W + \frac{9}{W}\right) + \left(Y + \frac{25}{4Y}\right) + \left(9Z + \frac{1}{4Z}\right) = 14$ 。三組各用算幾不等式： $W + \frac{9}{W} \geq 2\sqrt{9} = 6$ ， $Y + \frac{25}{4Y} \geq 2\sqrt{\frac{25}{4}} = 5$ ， $9Z + \frac{1}{4Z} \geq 2\sqrt{\frac{9}{4}} = 3$ ，合計 ≥ 14 。現在剛好等於 14，所以三個等號都要成立： $W = \frac{9}{W}$ 得 $W = 3$ ； $Y = \frac{25}{4Y}$ 得 $Y = \frac{5}{2}$ ； $9Z = \frac{1}{4Z}$ 得 $Z = \frac{1}{6}$ 。代回原來兩式都是 $3 + \frac{5}{2} + \frac{3}{2} = 7$ ，成立。 $12WYZ = 12 \times 3 \times \frac{5}{2} \times \frac{1}{6} = 15$ 。

兩個方程式、三個未知數，一般解不出來；這裡是「和剛好等於算幾不等式的下界」，逼得每一組都取等號。求出後要代回原來兩式檢查。

- 18 G 、 H 是兩腰中點， $\overline{GH} = \frac{\overline{AB} + \overline{CD}}{2} = 4$ 。 $\overline{AB}$ 平行 $\overline{CD}$ ，所以 $\triangle PAB$ 和 $\triangle PCD$ 相似， $\overline{AP}$ ： $\overline{PC} = \overline{BP} : \overline{PD} = 3 : 5$ 。在 $\triangle ADC$ 中 $\overline{EP}$ 平行 $\overline{DC}$ ： $\frac{\overline{EP}}{\overline{DC}} = \frac{\overline{AP}}{\overline{AC}} = \frac{3}{8}$ ， $\overline{EP} = \frac{15}{8}$ 。在 $\triangle BDC$ 中 $\overline{PF}$ 平行 $\overline{DC}$ ： $\frac{\overline{PF}}{\overline{DC}} = \frac{\overline{BP}}{\overline{BD}} = \frac{3}{8}$ ， $\overline{PF} = \frac{15}{8}$ 。 $\overline{EF} = \frac{15}{4}$ ，所以 $\overline{GH} - \overline{EF} = 4 - \frac{15}{4} = \frac{1}{4}$ 。
 $\overline{GH} = 4$ 是 3 和 5 的算術平均數； $\overline{EF} = \frac{2 \times 3 \times 5}{3 + 5} = \frac{15}{4}$ 則是倒數平均後再取倒數，比算術平均數小。

看到「幾個正數的和等於定值」又湊得出兩兩乘積為常數時，先試算幾不等式；要用到最小值，一定檢查等號成立的條件能不能同時滿足。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自鳳新高中 114 學年度上學期高一第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。

御藍教育
ROYAL BLUE · EDUCATION



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/fhsh-114a-g10-1