

北一女中 114 學年度上學期 高三第一次段考



御藍教育

範圍：隨機變數與二項分布、線性規劃（離散型隨機變數的期望值、變異數與標準差、二項分布、二項分布的合理性檢定、二元一次聯立不等式與線性規劃） · 單選題 4 題（20 分）、多選題 4 題（40 分）、填充題 4 題共 5 格（25 分）、混合題 1 題組 3 小題（15 分）

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/fg-114a-g12yi-1

一、單選題（共 20 分） | 說明：第 1 題至第 4 題，每題 5 分。每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或作答多於一個選項者，該題以零分計算。

1 有一枚不均勻的硬幣，其出現正面的機率為 p ，若已知重複丟此硬幣 300 次，出現正面次數的期望值為 75 次，則出現正面次數的標準差為下列哪一個選項？

- (1) 7 次
- (2) $\frac{15}{2}$ 次
- (3) 15 次
- (4) 20 次
- (5) $\frac{225}{4}$ 次

2 已知箱中裝有編號 2, 4, 6, 8 的球分別有 1, 2, 3, 4 顆，今從箱中任取一球，且每一球被取到的機會均等。若隨機變數 X 表示所抽出球的號碼，則 X 的變異數 $\text{Var}(X)$ 為下列哪一個選項？

- (1) 1
- (2) 2
- (3) 3
- (4) 4
- (5) 5

3 已知實數 x, y 滿足聯立不等式
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x - y \geq -1 \\ 2x + y \leq 6 \end{cases}$$
，若 $2x - 3y$ 的最大值為 M ，最小值為 m ，則 $M + m$

之值為下列哪一個選項？

- (1) -4
- (2) -2
- (3) 2
- (4) 4
- (5) 8



- 4 摸彩箱中有價值 100 元的紅包 5 個，500 元的紅包 4 個，1000 元的紅包 1 個，今從箱中任取兩個紅包，且每一個紅包被取到的機會均等，則所得金額的期望值為下列哪一個選項？

- (1) 300
- (2) 350
- (3) 500
- (4) 650
- (5) 700

二、多選題（共 40 分） | 說明：第 5 題至第 8 題，每題 10 分。每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項。每個選項 2 分獨立計分，所有選項均未作答者，該題得 0 分。

- 5 小綠宣稱其射箭命中紅心的機率是 0.5，小園想要檢定小綠命中紅心的機率 p ，設定步驟如下：① 假設「小綠命中紅心的機率 $p = 0.5$ 」 ② 確立檢定統計量為「射箭 15 次的命中紅心次數」 ③ 設定顯著水準為 $\alpha = 0.05$ 。令隨機變數 X 表示小綠命中紅心的次數，且已知隨機變數 $X \sim B(15, 0.5)$ 的機率分布表如下（表中的機率值皆為四捨五入至小數點後第 5 位之近似值），請選出正確的選項。

k	0	1	2	3	4	5	6	7
$P(X = k)$	0.00003	0.00046	0.00320	0.01389	0.04166	0.09164	0.15274	0.19638
k	8	9	10	11	12	13	14	15
$P(X = k)$	0.19638	0.15274	0.09164	0.04166	0.01389	0.00320	0.00046	0.00003

- (1) 在 $p = 0.5$ 的假設之下， $P(X = 3) = C_3^{15}(0.5)^3(0.5)^{12}$ 。
- (2) 若試驗的結果為小綠命中 4 次，則小園會傾向拒絕小綠的宣稱。
- (3) 若試驗的結果為小綠命中 12 次，則小園會傾向拒絕小綠的宣稱。
- (4) 若將顯著水準 α 改為 0.1，則拒絕域不變。
- (5) 若將步驟①中欲檢定的假設改為 $p \geq 0.5$ ，顯著水準 $\alpha = 0.1$ ，則拒絕域為 $\{X \geq 11\}$ 。

- 6 甲箱中有編號 1, 2, 3, 4, 5 的球各一顆，乙箱中有編號 6, 7, 8, 9, 10 的球各一顆，每顆球被取到的機會均等。今從甲、乙兩箱中各取出一球，計算兩球的號碼和後再將球放回箱中，共取球 5 次。每次取球若號碼和為奇數可得獎金 200 元，若號碼和為偶數可得獎金 100 元，令隨機變數 X 表示 5 次取球中號碼和為奇數的次數，隨機變數 Y 表示 5 次取球所得的獎金總額，請選出正確的選項。

- (1) $X \sim B\left(5, \frac{12}{25}\right)$
- (2) $Y = 100X + 200$
- (3) $E(Y) = 760$
- (4) $\text{Var}(X) = \frac{156}{125}$
- (5) $\text{Var}(Y) = \frac{624}{5}$



- 7 甲、乙兩人一起在某餐廳打工，餐廳規定員工可以在一週七天當中任選三天休假，設甲、乙兩人選擇任一天休假的機率均等且兩人的選擇互相獨立，令隨機變數 X 表示兩人一週當中同時休假的天數，請選出正確的選項。

- (1) $P(X = 0) = \frac{1}{35}$
(2) $P(X = 1) = \frac{18}{35}$
(3) $E(X) = \frac{9}{7}$
(4) $E(X^2) = 2$
(5) $\sigma(X) = \frac{2\sqrt{6}}{7}$

- 8 袋中有 2 顆白球、3 顆紅球，考慮以下三種隨機試驗：① 一次取一球，取後不放回，連取三次，令隨機變數 X 表示取到紅球的顆數 ② 一次取一球，取後放回，連取三次，令隨機變數 Y 表示取到紅球的顆數 ③ 一次取三球，令隨機變數 Z 表示取到紅球的顆數。請選出正確的選項。

- (1) $X \sim B\left(3, \frac{3}{5}\right)$
(2) $P(X = 1) = P(Z = 1)$
(3) $E(X) = E(Y)$
(4) $\text{Var}(X) = \text{Var}(Z)$
(5) $\text{Var}(Y) < \text{Var}(Z)$

三、填充題（共 25 分） | 說明：第 9 題至第 12 題，每格 5 分，每格須全對才給分。答案若為分數請化為最簡分數，根式請化為最簡根式，否則不予計分。

- 9 已知阿北的投籃命中率為 $\frac{2}{3}$ ，若阿北連續投籃 4 次，每次進球與否皆為獨立事件，令隨機變數 X 為投進的球數，試求：(1) $P(X > 2) = \underline{\hspace{2cm}}$ (2) 若事件 $X = k$ 發生的機率最大，則 $k = \underline{\hspace{2cm}}$

- 10 袋中有編號 1 號到 5 號的球各一顆，今從袋中一次取出三球，令隨機變數 X 表示三球號碼的中位數，則 X 的期望值 $E(X) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- 11 設隨機變數 X 滿足 $\text{Var}(X) = \frac{1}{3}E(X)$ ，且 $E(X^2) = \frac{10}{3}$ ，試求 X 的標準差 $\sigma(X) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



12

設 x, y 皆為整數且滿足聯立不等式
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 5x + 4y \leq 20 \\ x + 2y \leq 6 \end{cases}$$
，今從該聯立不等式的區域中任取一點 $P(x, y)$ ，令

隨機變數 K 表示 $x + 2y$ 的取值，則 K 的期望值 $E(K) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

四、混合題（共 15 分） | 說明：本部分共有 1 題組，單選題每題 3 分，非選擇題配分標於題末。非選擇題請以黑色墨水的筆在答題卷上依題號由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

13–15 題為題組 為了籌措社團成發所需的費用，小綠計畫在北一市集上販售紀念 T 恤與紀念背包兩種商品來募款，這兩種商品所需的材料費、製作費、設計費與售價如下表所示。因資金有限，小綠希望材料費不超過 2400 元，製作費不超過 3600 元，設計費不超過 3000 元。若小綠訂製紀念 T 恤 x 件，紀念背包 y 件，且假設小綠所訂製的 T 恤與背包全部都可以售完，試回答下列問題。

	材料費（元 / 件）	製作費（元 / 件）	設計費（元 / 件）	售價（元 / 件）
紀念 T 恤	80	60	120	400
紀念背包	90	180	60	450

13 小綠將所訂製的兩種商品全部售出後，所得的利潤可以用下列哪一個選項來表示？（單選題，3 分）

- (1) $80x + 90y$
- (2) $60x + 180y$
- (3) $120x + 60y$
- (4) $400x + 450y$
- (5) $140x + 120y$

14 請根據題目之條件限制，寫出 x, y 所滿足的聯立不等式。（非選擇題，4 分）

15 請在答題卷上畫出可行解區域（以斜線表示該區域），標出該斜線區域的所有頂點坐標，並求出小綠應訂製 T 恤與背包各幾件才能使利潤有最大值，以及此時的利潤為多少元。（非選擇題，8 分）





御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/fg-114a-g12yi-1

答案一覽

第 1 題 (2)

第 2 題 (4)

第 3 題 (1)

第 4 題 (5)

第 5 題 (1)(3)(4)

第 6 題 (3)(4)

第 7 題 (2)(3)(5)

第 8 題 (2)(3)(4)

第 9 題 (1) $\frac{16}{27}$ (2) 3

第 10 題 3

第 11 題 $\frac{\sqrt{5}}{3}$

第 12 題 $\frac{45}{13}$

第 13 題 (5)

第 14 題
$$\begin{cases} 8x + 9y \leq 240 \\ x + 3y \leq 60 \\ 2x + y \leq 50 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases} \quad (x, y \text{ 為整數})$$

第 15 題 頂點 (0, 0)、(25, 0)、(21, 8)、(12, 16)、(0, 20)；T 恤 21 件、背包 8 件時利潤最大，為 3900 元

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。(不用註冊)
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit (可以先把姓名、座號遮掉)



單選題 (第 1~4 題)：二項分布的標準差、變異數、頂點法、期望值

- 1 答案 (2)。正面次數 $X \sim B(300, p)$ ，期望值 $E(X) = 300p = 75$ ，得 $p = \frac{1}{4}$ 。變異數 $\text{Var}(X) = 300 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{225}{4}$ ，標準差 $\sigma(X) = \sqrt{\frac{225}{4}} = \frac{15}{2}$ (次)。
選項 (5) 的 $\frac{225}{4}$ 是變異數，題目問的是標準差，要再開根號。
- 2 答案 (4)。共 10 顆球， $P(X=2) = \frac{1}{10}$ 、 $P(X=4) = \frac{2}{10}$ 、 $P(X=6) = \frac{3}{10}$ 、 $P(X=8) = \frac{4}{10}$ 。
 $E(X) = \frac{2 \times 1 + 4 \times 2 + 6 \times 3 + 8 \times 4}{10} = \frac{60}{10} = 6$ ， $E(X^2) = \frac{4 \times 1 + 16 \times 2 + 36 \times 3 + 64 \times 4}{10} = \frac{400}{10} = 40$ 。所以 $\text{Var}(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = 40 - 36 = 4$ 。
也可以直接用定義：各號碼與 6 的差是 $-4, -2, 0, 2$ ， $\text{Var}(X) = \frac{16 \times 1 + 4 \times 2 + 0 \times 3 + 4 \times 4}{10} = 4$ 。
- 3 答案 (1)。可行解區域是四邊形，頂點為 $(0, 0)$ 、 $(3, 0)$ 、 $(1, 4)$ 、 $(0, 1)$ ：其中 $(3, 0)$ 是 $2x + y = 6$ 與 x 軸的交點， $(0, 1)$ 是 $3x - y = -1$ 與 y 軸的交點， $(1, 4)$ 由 $3x - y = -1$ 與 $2x + y = 6$ 相加得 $5x = 5$ 求出。把頂點代入 $2x - 3y$ ：依序為 0 、 6 、 -10 、 -3 。所以 $M = 6$ 、 $m = -10$ ， $M + m = -4$ 。
 $3x - y \geq -1$ 即 $y \leq 3x + 1$ ，區域在直線 $y = 3x + 1$ 的下方；代原點 $(0, 0)$ 檢查： $0 \geq -1$ 成立，原點在區域內。
- 4 答案 (5)。10 個紅包任取 2 個，共 $C_2^{10} = 45$ 種。金額與取法數：200 元 (兩個 100) $C_2^5 = 10$ 種；600 元 (100 與 500) $5 \times 4 = 20$ 種；1100 元 (100 與 1000) 5 種；1000 元 (兩個 500) $C_2^4 = 6$ 種；1500 元 (500 與 1000) 4 種。期望值 $= \frac{200 \times 10 + 600 \times 20 + 1100 \times 5 + 1000 \times 6 + 1500 \times 4}{45} = \frac{31500}{45} = 700$ (元)。
檢查：取一個紅包的期望值是 $\frac{100 \times 5 + 500 \times 4 + 1000 \times 1}{10} = 350$ 元，取兩個剛好是它的 2 倍。

多選第 5 題：二項分布的合理性檢定

- 5 答案 (1)(3)(4)。(1) 對： $X \sim B(15, 0.5)$ ，命中 3 次、沒中 12 次， $P(X=3) = C_3^{15}(0.5)^3(0.5)^{12}$ 。假設是 $p = 0.5$ ，命中次數太少或太多都不合理，拒絕域取在兩端，兩端的機率和不過 α 。由表， $P(X \leq 3) = 0.00003 + 0.00046 + 0.00320 + 0.01389 = 0.01758$ ，由對稱 $P(X \geq 12) = 0.01758$ ，兩端合計 $0.03516 \leq 0.05$ ；若再放進 $X = 4$ 與 $X = 11$ ，合計變成 $0.03516 + 2 \times 0.04166 = 0.11848 > 0.05$ 。所以拒絕域是 $\{X \leq 3 \text{ 或 } X \geq 12\}$ 。(2) 錯：4 不在拒絕域內，不拒絕。(3) 對：12 在拒絕域內。(4) 對： $\alpha = 0.1$ 時， $\{X \leq 3 \text{ 或 } X \geq 12\}$ 的機率 $0.03516 \leq 0.1$ ，但擴大到 $\{X \leq 4 \text{ 或 } X \geq 11\}$ 的機率 $0.11848 > 0.1$ ，所以拒絕域仍然不變。(5) 錯：假設改為 $p \geq 0.5$ 時，只有命中次數太少才會讓人懷疑這個假設，拒絕域在左端； $P(X \leq 4) = 0.01758 + 0.04166 = 0.05924 \leq 0.1$ ， $P(X \leq 5) = 0.05924 + 0.09164 = 0.15088 > 0.1$ ，所以拒絕域是 $\{X \leq 4\}$ ，不是 $\{X \geq 11\}$ 。
拒絕域在哪一端要看假設的方向：假設 $p = 0.5$ 看兩端，假設 $p \geq 0.5$ 只看次數偏少的那一端。命中 11 次以上反而支持 $p \geq 0.5$ 。



多選第 6~8 題：二項分布與變換、同時休假天數、放回與不放回

- 6 答案 (3)(4)。號碼和為奇數要一奇一偶。甲箱奇數 3 顆、偶數 2 顆，乙箱奇數 2 顆 (7, 9)、偶數 3 顆 (6, 8, 10)，所以每次和為奇數的機率是 $\frac{3 \times 3 + 2 \times 2}{25} = \frac{13}{25}$ 。每次取完放回，各次獨立， $X \sim B\left(5, \frac{13}{25}\right)$ ，(1) 錯。奇數 X 次、偶數 $5 - X$ 次， $Y = 200X + 100(5 - X) = 100X + 500$ ，(2) 錯。
 $E(X) = 5 \times \frac{13}{25} = \frac{13}{5}$ ， $E(Y) = 100 \times \frac{13}{5} + 500 = 760$ ，(3) 對。 $\text{Var}(X) = 5 \times \frac{13}{25} \times \frac{12}{25} = \frac{156}{125}$ ，
 (4) 對。 $\text{Var}(Y) = 100^2 \text{Var}(X) = 10000 \times \frac{156}{125} = 12480$ ，(5) 錯。
 (5) 的 $\frac{624}{5} = 124.8$ 是只乘 100 的結果； $Y = aX + b$ 時變異數要乘 a^2 ，加上的常數 b 不影響變異數。

- 7 答案 (2)(3)(5)。先固定甲休假的 3 天，乙從 7 天任選 3 天，共 $C_3^7 = 35$ 種，機會均等。乙選的 3 天中有 k 天落在甲的休假日、 $3 - k$ 天落在其餘 4 天： $P(X = k) = \frac{C_k^3 C_{3-k}^4}{35}$ 。得 $P(X = 0) = \frac{4}{35}$ 、
 $P(X = 1) = \frac{3 \times 6}{35} = \frac{18}{35}$ 、 $P(X = 2) = \frac{3 \times 4}{35} = \frac{12}{35}$ 、 $P(X = 3) = \frac{1}{35}$ ，(1) 錯、(2) 對。 $E(X) = \frac{0 \times 4 + 1 \times 18 + 2 \times 12 + 3 \times 1}{35} = \frac{45}{35} = \frac{9}{7}$ ，(3) 對。 $E(X^2) = \frac{1 \times 18 + 4 \times 12 + 9 \times 1}{35} = \frac{75}{35} = \frac{15}{7}$ ，
 (4) 錯。 $\text{Var}(X) = \frac{15}{7} - \frac{81}{49} = \frac{24}{49}$ ， $\sigma(X) = \frac{2\sqrt{6}}{7}$ ，(5) 對。
 四個機率加起來 $\frac{4 + 18 + 12 + 1}{35} = 1$ ，可以用來檢查分布表。(1) 的 $\frac{1}{35}$ 是 $P(X = 3)$ 。

- 8 答案 (2)(3)(4)。① 不放回連取三次與 ③ 一次取三球，取到的三顆球是同一回事，所以 X 與 Z 的機率分布相同：5 顆取 3 顆共 $C_3^5 = 10$ 種， $P(Z = 1) = \frac{C_1^3 C_2^2}{10} = \frac{3}{10}$ 、 $P(Z = 2) = \frac{C_2^3 C_1^2}{10} = \frac{6}{10}$ 、 $P(Z = 3) = \frac{1}{10}$ (白球只有 2 顆，不可能 0 顆紅球)。(1) 錯：不放回時各次不獨立， X 不是二項分布。(2)、
 (4) 對： X 與 Z 分布相同。 $E(X) = \frac{1 \times 3 + 2 \times 6 + 3 \times 1}{10} = \frac{9}{5}$ ；② 放回時 $Y \sim B\left(3, \frac{3}{5}\right)$ ， $E(Y) = 3 \times \frac{3}{5} = \frac{9}{5}$ ，(3) 對。 $E(Z^2) = \frac{1 \times 3 + 4 \times 6 + 9 \times 1}{10} = \frac{18}{5}$ ， $\text{Var}(Z) = \frac{18}{5} - \frac{81}{25} = \frac{9}{25}$ ； $\text{Var}(Y) = 3 \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{18}{25}$ 。 $\frac{18}{25} > \frac{9}{25}$ ，(5) 錯。

放回與不放回的期望值相同，但不放回的變異數比較小：不放回時不可能取到 0 顆紅球，結果比較集中。

先分清楚是不是二項分布 (各次獨立、成功機率相同)；不是的話就老實列出機率分布表，再算 $E(X)$ 、 $E(X^2)$ 與 $\text{Var}(X) = E(X^2) - (E(X))^2$ 。

填充題 (第 9~12 題)：二項分布的機率、中位數、反求標準差、格子點

- 9 $X \sim B\left(4, \frac{2}{3}\right)$ ， $P(X = k) = C_k^4 \left(\frac{2}{3}\right)^k \left(\frac{1}{3}\right)^{4-k}$ 。逐一算出： $P(X = 0) = \frac{1}{81}$ 、 $P(X = 1) = \frac{8}{81}$ 、
 $P(X = 2) = \frac{24}{81}$ 、 $P(X = 3) = \frac{32}{81}$ 、 $P(X = 4) = \frac{16}{81}$ 。(1) $P(X > 2) = P(X = 3) + P(X = 4) = \frac{48}{81} = \frac{16}{27}$ 。(2) 五個機率中 $\frac{32}{81}$ 最大，所以 $k = 3$ 。
 $X > 2$ 不含 $X = 2$ 。期望值 $4 \times \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$ 不是整數，機率最大的次數要把各個機率列出來比。



- 10 5 顆取 3 顆共 $C_3^5 = 10$ 種。中位數是 m 表示另外兩顆一顆比 m 小、一顆比 m 大： $X = 2$ 有 $1 \times 3 = 3$ 種， $X = 3$ 有 $2 \times 2 = 4$ 種， $X = 4$ 有 $3 \times 1 = 3$ 種。 $E(X) = \frac{2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 3}{10} = \frac{30}{10} = 3$ 。

X 的分布對稱於 3 ($P(X = 2) = P(X = 4)$)，期望值就是 3。

- 11 設 $E(X) = \mu$ 。由 $\text{Var}(X) = E(X^2) - \mu^2$ 得 $\frac{1}{3}\mu = \frac{10}{3} - \mu^2$ ，即 $3\mu^2 + \mu - 10 = 0$ ， $(3\mu - 5)(\mu + 2) = 0$ ， $\mu = \frac{5}{3}$ 或 $\mu = -2$ 。變異數不能是負的， $\mu = -2$ 時 $\text{Var}(X) = -\frac{2}{3} < 0$ 不合，所以 $\mu = \frac{5}{3}$ ， $\text{Var}(X) = \frac{5}{9}$ ， $\sigma(X) = \frac{\sqrt{5}}{3}$ 。

解出兩個 μ 之後要用「變異數不小於 0」篩掉一個。

- 12 把區域內的格子點依 y 值列出。 $y = 0: 5x \leq 20$ 且 $x \leq 6$ ， $x = 0, 1, 2, 3, 4$ ，共 5 點， $x + 2y$ 的值為 0, 1, 2, 3, 4，和 10。 $y = 1: 5x \leq 16$ 且 $x \leq 4$ ， $x = 0, 1, 2, 3$ ，共 4 點，值為 2, 3, 4, 5，和 14。 $y = 2: 5x \leq 12$ 且 $x \leq 2$ ， $x = 0, 1, 2$ ，共 3 點，值為 4, 5, 6，和 15。 $y = 3: 5x \leq 8$ 且 $x \leq 0$ ，只有 $x = 0$ ，1 點，值為 6。 $y \geq 4$ 時 $x + 2y \geq 8 > 6$ ，沒有點。共 $5 + 4 + 3 + 1 = 13$ 個點，每點機會均等， $E(K) = \frac{10 + 14 + 15 + 6}{13} = \frac{45}{13}$ 。

每一列都要兩個不等式同時檢查： $y = 1$ 時 $x = 4$ 滿足 $x + 2y \leq 6$ ，但 $5x + 4y = 24 > 20$ ，不在區域內。

混合題 (第 13~15 題)：線性規劃求最大利潤

- 13 答案 (5)。利潤是售價扣掉三項費用。每件 T 恤的利潤 $= 400 - 80 - 60 - 120 = 140$ 元，每件背包的利潤 $= 450 - 90 - 180 - 60 = 120$ 元，所以利潤為 $140x + 120y$ 。

選項 (4) 的 $400x + 450y$ 是總收入，還沒扣成本。

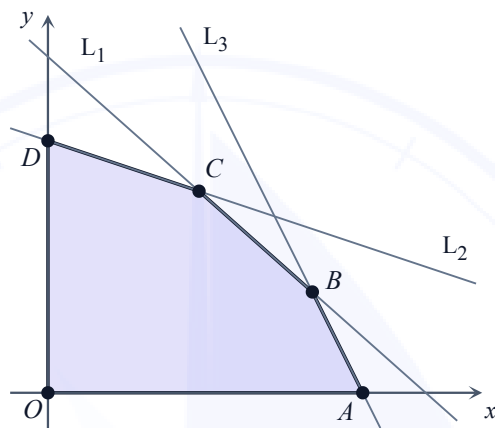
- 14 材料費 $80x + 90y \leq 2400$ ，同除以 10 得 $8x + 9y \leq 240$ ；製作費 $60x + 180y \leq 3600$ ，同除以 60 得 $x + 3y \leq 60$ ；設計費 $120x + 60y \leq 3000$ ，同除以 60 得 $2x + y \leq 50$ ；件數不能是負的， $x \geq 0$ 、 $y \geq 0$ ，且 x, y 為整數。聯立不等式為

$$\begin{cases} 8x + 9y \leq 240 \\ x + 3y \leq 60 \\ 2x + y \leq 50 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}。$$

「不超過」是 $\leq$ 。原卷參考答案註明：不等式沒有約分不扣分。



- 15 設 $L_1: 8x + 9y = 240$ 、 $L_2: x + 3y = 60$ 、 $L_3: 2x + y = 50$ 。求頂點： L_3 與 x 軸交於 $A(25, 0)$ ； L_3 與 L_1 ：把 $y = 50 - 2x$ 代入得 $8x + 450 - 18x = 240$ ， $x = 21$ 、 $y = 8$ ，得 $B(21, 8)$ （代入 L_2 的限制： $21 + 24 = 45 \leq 60$ ，成立）； L_1 與 L_2 ：把 $x = 60 - 3y$ 代入得 $480 - 24y + 9y = 240$ ， $y = 16$ 、 $x = 12$ ，得 $C(12, 16)$ （ $2 \times 12 + 16 = 40 \leq 50$ ，成立）； L_2 與 y 軸交於 $D(0, 20)$ 。可行解區域是五邊形 $OABCD$ （如圖）。把頂點代入利潤 $140x + 120y$ ： $O(0, 0)$ 得 0； $A(25, 0)$ 得 3500； $B(21, 8)$ 得 $2940 + 960 = 3900$ ； $C(12, 16)$ 得 $1680 + 1920 = 3600$ ； $D(0, 20)$ 得 2400。最大值在 B ：訂製 T 恤 21 件、背包 8 件時，利潤最大，為 3900 元。



三條直線兩兩的交點不一定是頂點，例如 L_2 與 L_3 交於 $(18, 14)$ ，但 $8 \times 18 + 9 \times 14 = 270 > 240$ ，不在區域內。另外件數要是整數，這裡取到最大值的頂點 $(21, 8)$ 本身就是整數點，可以直接用。

線性規劃三步：由情境列出限制式與目標函數、畫可行解區域求出所有頂點、把頂點逐一代入目標函數比較。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自北一女中 114 學年度上學期高三第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/fg-114a-g12yi-1