

北一女中 114 學年度上學期 高三第一次段考



御藍教育

範圍：複數與多項式方程式（複數的運算與絕對值、複數平面、極式與棣美弗定理、複數的 n 次方根、實係數多項式方程式與虛根成對、勘根定理） · 單選題 4 題（28 分）、多選題 3 題（21 分）、填充題 6 題（42 分）、題組題 2 題（14 分）；滿分 105 分，總分超過 100 分者以 100 分計。全卷以 z 代表複數 z 的共軛複數

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/fg-114a-g12jia-1

一、單選題（28 分） | 說明：每題答對者得 7 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者得 0 分。

- 1 已知 $\alpha = 1 + \sqrt{3}i$ 為複係數多項式方程式 $x^2 - 6x + k = 0$ 的一根，試問此多項式方程式的另一根為下列哪個選項？

- (1) $-1 + \sqrt{3}i$
- (2) $1 - \sqrt{3}i$
- (3) $-1 - \sqrt{3}i$
- (4) $7 - \sqrt{3}i$
- (5) $5 - \sqrt{3}i$

- 2 複數 $\frac{(\cos 75^\circ + i \sin 75^\circ)^5 (\sin 140^\circ + i \cos 140^\circ)^2}{(\cos 10^\circ - i \sin 10^\circ)^4}$ 經過化簡後，與下列哪個選項之值相等？

- (1) $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$
- (2) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}i$
- (3) $-\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}i$
- (4) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$
- (5) $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$

- 3 設 m 為實數，且二次多項式方程式 $x^2 - (m + 3)x + (m + 6) = 0$ 有兩相異負根，則 m 的範圍為下列哪個選項？

- (1) $-6 < m < -3$
- (2) $-5 < m < -3$
- (3) $-6 < m < -5$
- (4) $-3 < m < 3$
- (5) $-5 < m < 3$



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/fg-114a-g12jia-1

- 4 已知方程式 $2(x - \pi)(x - \sqrt{24})(x - 10) = x$ 有三個實根 α, β, γ ($\alpha < \beta < \gamma$)，且三個整數 a, b, c 滿足 $a < \alpha < a + 1$, $b < \beta < b + 1$, $c < \gamma < c + 1$ ，則 $a + b + c$ 與下列哪個選項之值相等？

- (1) 14
- (2) 15
- (3) 16
- (4) 17
- (5) 18

二、多選題 (21 分) | 說明：每題各有五個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判斷，所有選項均答對者，得 7 分；答錯一個選項者，得 4 分；答錯兩個選項者，得 1 分。答錯三個選項以上，及所有選項均未作答者，該題以 0 分計算。

- 5 給定一實係數三次多項式函數 $f(x) = -2x^3 + bx^2 + cx + 3$ 。令 $g(x) = f(-x) - 3$ ，已知圖形 $y = g(x)$ 的對稱中心為 $(1, 0)$ 。試選出正確的選項。

- (1) $g(2) = 0$
- (2) $y = f(x)$ 圖形的對稱中心 $(-1, 3)$
- (3) $f(x)$ 除以 $x^2 - 2x + 2$ 的餘式為 $20x - 17$
- (4) $f(1 + i) = -20 + 3i$
- (5) 設實係數多項式 $h(x)$ 除以 $(x^2 - 2x + 2)(x^2 + 1)$ 的餘式為 $f(x)$ ，則 $h(1 + i) = 3 + 20i$

- 6 設 $z^6 = 64$ 的解為 $2, 2\omega, 2\omega^2, 2\omega^3, 2\omega^4, 2\omega^5$ 。試選出正確的選項。

- (1) $|\omega| = 1$
- (2) $2 + 2\omega + 2\omega^2 + 2\omega^3 + 2\omega^4 + 2\omega^5 = 64$
- (3) $\left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}\right)\omega$ 滿足方程式 $x^6 = i$
- (4) $x = 2 \cos \frac{13\pi}{12}$ 為方程式 $\left(x + i \sin \frac{\pi}{12}\right)^6 = 64i$ 的唯一實數解
- (5) 設 $k > 0$ ，若方程式 $(x + ki)^6 = 64i$ 有實數解，則所有 k 的可能值總和為 2

- 7 設複數 z 的虛部不為 0，且 $|z| = 4$ 。設在複數平面上，點 A, B, C 分別代表複數 $1, z, z^3$ 。已知 A, B, C 三點共線。試選出正確的選項。

- (1) $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{BC}$ ，其中 k 為實數
- (2) $z(z + 1)$ 的虛部為 0
- (3) z 的實部為 $-\frac{1}{4}$
- (4) $z(z + 1)$ 的實部為 16
- (5) 在複數平面上， $8, z, z^2$ 三點共線



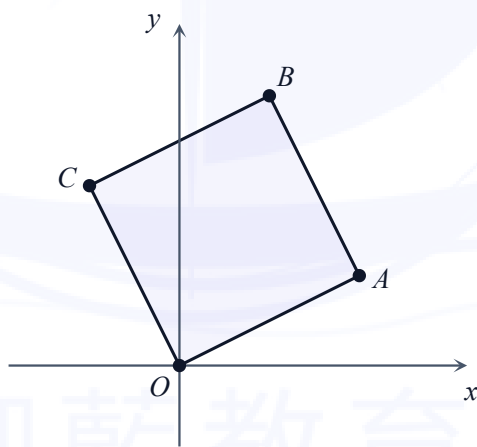
三、填充題 (42 分) | 說明：每格答對得 7 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。(原卷題號 A~F，本頁編為第 8~13 題)

8 已知複數 $z = \frac{(3+i)^5(4-3i)}{(1+i)^3(1-2i)^7}$ ，則 $|\bar{z}| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9 若複數 $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{114} = a+bi$ ，其中 a, b 為實數，則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

10 已知 $f(x)$ 為實係數多項式，若 $f(1+\sqrt{3}i) = 2+i$ ，且 $\frac{2f(1-\sqrt{3}i)}{1-i} = a+bi$ ，其中 a, b 為實數，則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

11 如圖，設 O 為複數平面上的原點，已知 $OABC$ 為正方形，其中 B 代表複數 $1+3i$ ，若 A 代表複數 $a+bi$ ，其中 a, b 為實數，則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



12 分別將滿足 $z^8 = i$ 的各根依序相連，則所成圖形的面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ (化成最簡根式)。

13 設 k 為實數，已知存在複數 z 滿足聯立方程組： $\begin{cases} z - \bar{z} = -2i \\ |z-1| = k \end{cases}$ ，則 k 的範圍為 $k \geq \underline{\hspace{2cm}}$ 。



四、題組題（14 分） | 說明：每題答對者得 7 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者得 0 分。
（原卷題號 18、19，本頁編為第 14、15 題）

14 設複數 z_1, z_2 滿足 $|z_1| = |z_1 + z_2| = 2$ ， $|z_1 - z_2| = 2\sqrt{3}$ ，則 $|z_2| = ?$

- (1) 2
- (2) 3
- (3) $2\sqrt{2}$
- (4) $2\sqrt{3}$
- (5) 4

15 承上題（原卷第 18 題）， $\log_2 \left(\left| (z_1 \bar{z}_2)^{114} + (\bar{z}_1 z_2)^{114} \right| \right) = ?$

- (1) 114
- (2) 115
- (3) 228
- (4) 229
- (5) 2025

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



網頁版 (答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章) : royalblue-education.com/school-exams/fg-114a-g12jia-1

答案一覽

- 第 1 題 (5)
第 2 題 (1)
第 3 題 (3)
第 4 題 (4)
第 5 題 (1)(2)
第 6 題 (1)(3)
第 7 題 (1)(2)
第 8 題 2
第 9 題 (0, 1)
第 10 題 (3, 1)
第 11 題 (2, 1)
第 12 題 $2\sqrt{2}$
第 13 題 1 (即 $k \geq 1$)
第 14 題 (1)
第 15 題 (4)

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。(不用註冊)
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit (可以先把姓名、座號遮掉)

單選題 (第 1~4 題)：根與係數、極式化簡、負根條件、勘根定理

- 1 答案 (5)。二次方程式 $x^2 - 6x + k = 0$ 的兩根和為 6 (根與係數關係對複係數也成立)，所以另一根是 $6 - \alpha = 6 - (1 + \sqrt{3}i) = 5 - \sqrt{3}i$ 。

題目說的是「複係數」， k 不一定是實數，不能用虛根成對直接選共軛的 $1 - \sqrt{3}i$ 。事實上 $k = \alpha(6 - \alpha) = (1 + \sqrt{3}i)(5 - \sqrt{3}i) = 8 + 4\sqrt{3}i$ ，確實不是實數。



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/fg-114a-g12jia-1

- 2 答案 (1)。先把每個括號寫成標準極式 $\cos \theta + i \sin \theta$: $\sin 140^\circ + i \cos 140^\circ = \cos(-50^\circ) + i \sin(-50^\circ)$ (因為 $\sin 140^\circ = \cos 50^\circ$ 、 $\cos 140^\circ = -\sin 50^\circ$) ; $\cos 10^\circ - i \sin 10^\circ = \cos(-10^\circ) + i \sin(-10^\circ)$ 。由棣美弗定理，分子的輻角是 $75^\circ \times 5 + (-50^\circ) \times 2 = 275^\circ$ ，分母的輻角是 $(-10^\circ) \times 4 = -40^\circ$ ，相除後輻角為 $275^\circ - (-40^\circ) = 315^\circ$ 。所以原式 $= \cos 315^\circ + i \sin 315^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ 。

$\sin \theta + i \cos \theta$ 與 $\cos \theta - i \sin \theta$ 都不是標準極式，要先改寫才能用棣美弗定理。

- 3 答案 (3)。設兩根為 x_1, x_2 。兩相異實根：判別式 $(m+3)^2 - 4(m+6) > 0$ ，即 $m^2 + 2m - 15 > 0$ ， $(m+5)(m-3) > 0$ ，得 $m < -5$ 或 $m > 3$ 。兩根都是負的：兩根和 $x_1 + x_2 = m+3 < 0$ 且兩根積 $x_1 x_2 = m+6 > 0$ ，得 $-6 < m < -3$ 。三個條件取交集： $-6 < m < -3$ 。

只有「和為負」不夠（可能一正一負），只有「積為正」也不夠（可能兩根同正），兩個條件加上判別式缺一不可。

- 4 答案 (4)。令 $f(x) = 2(x-\pi)(x-\sqrt{24})(x-10) - x$ ，其中 $\pi \approx 3.14$ 、 $\sqrt{24} \approx 4.90$ 。逐點看正負： $f(3)$ 的乘積項三個因式都是負的，乘積為負，再減 3， $f(3) < 0$ 。 $f(4) = 2(4-\pi)(4-\sqrt{24})(-6) - 4 \approx 2 \times 0.86 \times 0.90 \times 6 - 4 \approx 5.3 > 0$ 。 $f(5)$ 的乘積項是正、正、負，乘積為負， $f(5) < 0$ 。 $f(10) = -10 < 0$ 。 $f(11) = 2(11-\pi)(11-\sqrt{24}) - 11 \approx 2 \times 7.86 \times 6.10 - 11 > 0$ 。由勘根定理， $(3, 4)$ 、 $(4, 5)$ 、 $(10, 11)$ 內各至少有一個實根；三次方程式最多三個根，所以恰好各一個： $a = 3$ 、 $b = 4$ 、 $c = 10$ ， $a + b + c = 17$ 。

三個根都不是 π 、 $\sqrt{24}$ 、10 本身（代進去左邊是 0、右邊不是 0）： α 在 π 右邊、 β 在 $\sqrt{24}$ 左邊、 γ 在 10 右邊。根落在哪兩個整數之間，要用整數點函數值的正負號判斷。

多選第 5 題：三次函數的對稱中心與 $f(1+i)$

- 5 答案 (1)(2)。 $g(x) = f(-x) - 3 = 2x^3 + bx^2 - cx$ 。對稱中心為 $(1, 0)$ 的三次函數可寫成 $g(x) = 2(x-1)^3 + p(x-1)$ ，展開得 $2x^3 - 6x^2 + (6+p)x - (2+p)$ ；常數項為 0，所以 $p = -2$ ， $g(x) = 2x^3 - 6x^2 + 4x = 2x(x-1)(x-2)$ 。比較係數得 $b = -6$ 、 $c = -4$ ， $f(x) = -2x^3 - 6x^2 - 4x + 3$ 。(1) 對： $g(2) = 0$ 。(2) 對： $f(x) = g(-x) + 3$ ，把 $y = g(x)$ 的圖形對 y 軸鏡射再向上平移 3，對稱中心 $(1, 0) \rightarrow (-1, 0) \rightarrow (-1, 3)$ 。(3) 錯：用長除法， $f(x) = (x^2 - 2x + 2)(-2x - 10) + (-20x + 23)$ ，餘式是 $-20x + 23$ 。(4) 錯： $x = 1 + i$ 滿足 $(x-1)^2 = -1$ ，即 $x^2 - 2x + 2 = 0$ ，所以 $f(1+i) = -20(1+i) + 23 = 3 - 20i$ 。(5) 錯： $h(x) = (x^2 - 2x + 2)(x^2 + 1)q(x) + f(x)$ ，代 $x = 1 + i$ 時前一項為 0， $h(1+i) = f(1+i) = 3 - 20i$ ，不是 $3 + 20i$ 。

求虛數的函數值時，先找出它滿足的實係數二次式，用餘式代入比直接乘三次方省事。 $3 + 20i$ 是 $f(1-i)$ 的值。



多選第 6 題：六次方根

- 6 答案 (1)(3)。 2ω 是 $z^6 = 64$ 的解，所以 $64\omega^6 = 64$ ， $\omega^6 = 1$ ；六個解兩兩相異，所以 $\omega \neq 1$ 。(1) 對： $|\omega|^6 = 1$ ， $|\omega| = 1$ 。(2) 錯： $1 + \omega + \dots + \omega^5 = \frac{\omega^6 - 1}{\omega - 1} = 0$ ，總和是 0。(也可由 $z^6 - 64 = 0$ 的五次項係數為 0 知六根和為 0。)(3) 對： $[(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}) \omega]^6 = (\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}) \omega^6 = i$ 。(4)(5)： $64i = 2^6 (\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$ 的六次方根是 $2(\cos \theta + i \sin \theta)$ ， $\theta = 15^\circ, 75^\circ, 135^\circ, 195^\circ, 255^\circ, 315^\circ$ ，虛部 $2 \sin \theta$ 依序為 $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ 、 $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$ 、 $\sqrt{2}$ 、 $-\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ 、 $-\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$ 、 $-\sqrt{2}$ 。(4) 錯： x 為實數時 $x + i \sin \frac{\pi}{12}$ 的虛部是 $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} \approx 0.26$ ，但六個方根的虛部沒有一個等於它（最接近的是 $2 \sin 15^\circ \approx 0.52$ ），所以此方程式沒有實數解。(5) 錯： $x + ki$ 的虛部 k 要等於某個方根的虛部且 $k > 0$ ， k 可以是 $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ 、 $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$ 、 $\sqrt{2}$ ，總和為 $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ 。
- (4) 的陷阱在虛部少了 2 倍：若方程式是 $(x + 2i \sin \frac{\pi}{12})^6 = 64i$ ，才有實數解 $x = 2 \cos \frac{\pi}{12}$ 。有沒有實數解，看的是虛部能不能對上某一個方根。

多選第 7 題：三點共線

- 7 答案 (1)(2)。 z 不是實數，所以 $z \neq 1$ ；又 $|z| = 4$ ， $z^2 \neq 1$ ，所以 $z^3 \neq z$ ， A, B, C 是三個相異點。 A, B, C 共線表示 $\frac{z^3 - 1}{z - 1} = z^2 + z + 1$ 是實數，即 $z^2 + z = z(z + 1)$ 是實數。(1) 對：三相異點共線， $\overrightarrow{AB}$ 與 $\overrightarrow{BC}$ 平行且 $\overrightarrow{BC} \neq \vec{0}$ ，所以 $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{BC}$ 。(2) 對，如上。設 $z = x + yi$ ($y \neq 0$)， $z^2 + z = (x^2 - y^2 + x) + (2xy + y)i$ ，虛部 $y(2x + 1) = 0$ ，得 $x = -\frac{1}{2}$ ；由 $|z| = 4$ ， $y^2 = 16 - \frac{1}{4} = \frac{63}{4}$ 。(3) 錯：實部是 $-\frac{1}{2}$ 。(4) 錯： $z(z + 1)$ 的實部 $= x^2 - y^2 + x = \frac{1}{4} - \frac{63}{4} - \frac{1}{2} = -16$ 。(5) 錯：由上 $z^2 + z = -16$ ，所以 z 與 z^2 的中點是 -8 ，直線過 -8 。 $z = (-\frac{1}{2}, y)$ 、 $z^2 = -16 - z = (-\frac{31}{2}, -y)$ ，從 8 出發到這兩點的向量是 $(-\frac{17}{2}, y)$ 與 $(-\frac{47}{2}, -y)$ ， $(-\frac{17}{2})(-y) - y(-\frac{47}{2}) = 32y \neq 0$ ，不平行，三點不共線。

三點 z_1, z_2, z_3 共線 $\Leftrightarrow \frac{z_3 - z_1}{z_2 - z_1}$ 是實數。(4)(5) 都是正負號的陷阱：實部是 -16 ，共線的是 -8 、 z 、 z^2 。

填充 A~C (第 8~10 題)：絕對值、棣美弗定理、共軛

- 8 $|\bar{z}| = |z|$ ，而乘、除、次方的絕對值可以分開算： $|3 + i| = \sqrt{10}$ 、 $|4 - 3i| = 5$ 、 $|1 + i| = \sqrt{2}$ 、 $|1 - 2i| = \sqrt{5}$ 。所以 $|z| = \frac{(\sqrt{10})^5 \times 5}{(\sqrt{2})^3 (\sqrt{5})^7} = \frac{(\sqrt{2})^5 (\sqrt{5})^5 (\sqrt{5})^2}{(\sqrt{2})^3 (\sqrt{5})^7} = (\sqrt{2})^2 = 2$ 。
- 不用把 z 乘開；把 $\sqrt{10}$ 拆成 $\sqrt{2} \times \sqrt{5}$ 、5 寫成 $(\sqrt{5})^2$ 就能約掉。
- 9 $\frac{1+i}{\sqrt{2}} = \cos 45^\circ + i \sin 45^\circ$ 。由棣美弗定理，114 次方的輻角是 $45^\circ \times 114 = 5130^\circ = 360^\circ \times 14 + 90^\circ$ ，所以原式 $= \cos 90^\circ + i \sin 90^\circ = i$ ， $(a, b) = (0, 1)$ 。
- $\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ$ 每乘 8 次回到 1， $114 = 8 \times 14 + 2$ ，所以也等於它的平方 i 。
- 10 $f(x)$ 是實係數多項式，所以 $f(\bar{z}) = \overline{f(z)}$ ： $f(1 - \sqrt{3}i) = \overline{2 + i} = 2 - i$ 。於是 $\frac{2(2-i)}{1-i} = \frac{(4-2i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{4+4i-2i+2}{2} = \frac{6+2i}{2} = 3+i$ ， $(a, b) = (3, 1)$ 。
- $f(\bar{z}) = \overline{f(z)}$ 要係數都是實數才成立；虛根成對定理就是它在 $f(z) = 0$ 時的特例。



填充 D~F (第 11~13 題)：旋轉、正八邊形、距離

- 11 $\overline{OB}$ 是正方形的對角線， $\overline{OA}$ 是邊： $\overline{OA} = \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{OB}$ ，且由圖， A 在 $\overline{OB}$ 的順時針方向 45° 。所以把 B 代表的複數乘以 $\frac{1}{\sqrt{2}} (\cos(-45^\circ) + i \sin(-45^\circ)) = \frac{1-i}{2}$ 就得到 A ： $(1+3i) \times \frac{1-i}{2} = \frac{1-i+3i+3}{2} = 2+i$ ， $(a,b) = (2,1)$ 。

若往逆時針方向轉 45° ，得到的是 $(1+3i) \times \frac{1+i}{2} = -1+2i$ ，那是 C 。哪一個是 A 要看圖上的位置 (A 在右下、 C 在左上)。

- 12 $i = \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}$ ，所以 $z^8 = i$ 的八個根是 $z_k = \cos\left(\frac{\pi}{16} + \frac{k\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{16} + \frac{k\pi}{4}\right)$ ， $k = 0, 1, \dots, 7$ 。它們都在單位圓上、相鄰兩根的幅角差 $\frac{\pi}{4}$ ，依序相連是圓內接正八邊形。把它從圓心切成 8 個頂角 45° 、兩腰為 1 的等腰三角形，面積 $= 8 \times \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \sin 45^\circ = 2\sqrt{2}$ 。
面積只和半徑、邊數有關，和第一個根的幅角 $\frac{\pi}{16}$ 無關。

- 13 設 $z = x + yi$ (x, y 為實數)， $z - \bar{z} = 2yi = -2i$ ，得 $y = -1$ ，所以 $z = x - i$ ， x 可以是任意實數。此時 $|z - 1| = |(x-1) - i| = \sqrt{(x-1)^2 + 1}$ 。 $(x-1)^2 \geq 0$ ，所以這個值最小是 1 ($x = 1$ 時)，而且 x 變動時可以取到所有不小於 1 的實數。因此有解的條件是 $k \geq 1$ 。

幾何上： z 在水平線 $y = -1$ 上， $|z - 1| = k$ 是以點 1 為圓心、半徑 k 的圓；圓心到直線的距離是 1，半徑至少要 1 才碰得到。

題組 (第 14、15 題；原卷第 18、19 題)

- 14 答案 (1)。用 $|z|^2 = z\bar{z}$ 展開： $|z_1 + z_2|^2 = (z_1 + z_2)(\bar{z}_1 + \bar{z}_2) = |z_1|^2 + |z_2|^2 + (z_1\bar{z}_2 + \bar{z}_1z_2)$ ，同理 $|z_1 - z_2|^2 = |z_1|^2 + |z_2|^2 - (z_1\bar{z}_2 + \bar{z}_1z_2)$ 。兩式相加： $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2)$ ，代入得 $4 + 12 = 2(4 + |z_2|^2)$ ， $|z_2|^2 = 4$ ， $|z_2| = 2$ 。

這就是平行四邊形定理：兩條對角線長的平方和等於四邊長的平方和。

- 15 答案 (4)。令 $w = z_1\bar{z}_2$ ，則 $\bar{z}_1z_2 = \bar{w}$ ，且 $|w| = |z_1||z_2| = 4$ 。由上題的展開式， $|z_1 + z_2|^2 = |z_1|^2 + |z_2|^2 + (w + \bar{w})$ ，即 $4 = 4 + 4 + (w + \bar{w})$ ， $w + \bar{w} = -4$ ， w 的實部是 -2 。絕對值 4、實部 -2 ，所以 $w = 4(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$ 。由棣美弗定理，114 次方的幅角是 $\pm 120^\circ \times 114 = \pm 13680^\circ = \pm 360^\circ \times 38$ ，所以 $w^{114} = 4^{114}$ ，同理 $\bar{w}^{114} = 4^{114}$ 。兩者相加為 $2 \times 4^{114} = 2 \times 2^{228} = 2^{229}$ ， $\log_2 2^{229} = 229$ 。

114 是 3 的倍數，幅角 $\pm 120^\circ$ 乘上去剛好是整數圈， w 取哪一個正負號都一樣。別漏掉兩項相加多出來的那個 2：答案是 229 不是 228。

複數的題目先分清楚要用哪一種寫法：算絕對值與高次方用極式，判斷實數、共線用 $x + yi$ 或共軛，求根的位置用根與係數或勘根定理。



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自北一女中 114 學年度上學期高三第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。

御藍教育
ROYAL BLUE • EDUCATION



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/fg-114a-g12jia-1