

北一女中 114 學年度上學期 高二第一次段考

範圍：三角函數（弧度量、三角函數的圖形與週期、和差角與倍角半角公式、正餘弦的疊合） · 單選題 3 題（15 分）、多選題 4 題（40 分）、填充題 7 題（45 分）；本次考試可使用學校指定型號的計算機（E-More FX-127、FuhBao FX-180、Canon F-502G、CASIO FX-82Solar）



御藍教育

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/fg-114a-g11a-1

壹、單選題（共 15 分） | 每題有五個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或作答多於一個選項者，該題以零分計算。

- 1 智慧綠園使用「窗邊照度」來自動控制電動窗簾。小綠以晴天的經驗數據，將窗邊照度 $I(t)$ （單位：lux）設為 $I(t) = 600 + 400 \sin\left(\frac{\pi}{12}(t - 9)\right)$ ，其中 t 以小時為單位， $0 \leq t < 24$ 。窗簾策略：當 $I(t) \geq 900$ 時自動將窗簾轉為半閉，以免眩光；否則全開。則在晴天時，窗簾「半閉」的時間為下列何者？

- (A) 11 : 23 ~ 18 : 37
- (B) 11 : 52 ~ 16 : 08
- (C) 12 : 08 ~ 17 : 52
- (D) 12 : 15 ~ 17 : 45
- (E) 不存在

- 2 承上題，若為陰天時，窗邊照度為 $I_0(t) = 600 + 0.7 \times 400 \sin\left(\frac{\pi}{12}(t - 9)\right)$ ，則在陰天時，窗簾「半閉」的時間為下列何者？

- (A) 11 : 23 ~ 18 : 37
- (B) 11 : 52 ~ 16 : 08
- (C) 12 : 08 ~ 17 : 52
- (D) 12 : 15 ~ 17 : 45
- (E) 不存在

- 3 若實數 x 滿足 $0 < x < \frac{\pi}{4}$ ，定義 $a = \sin x$ 、 $b = \sin(x^\circ)$ 、 $c = \tan \frac{x}{2}$ ，則 a 、 b 、 c 的大小關係為下列何者？

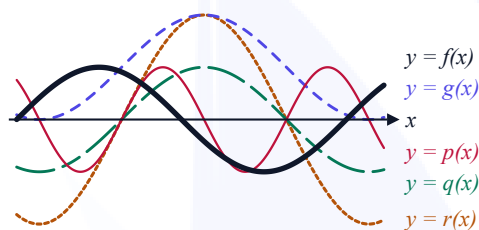
- (A) $a > b > c$
- (B) $a > c > b$
- (C) $c > a > b$
- (D) $b > a > c$
- (E) $b > c > a$



貳、多選題（共 40 分） | 每題有五個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，每個選項 2 分；所有選項均未作答者，該題以 0 分計算。（原卷題號 1~4，本頁接續編為第 4~7 題）

- 4 下圖為 $y = \sin x$ 、 $y = \sin 2x$ 、 $y = 2 \sin x$ 、 $y = 1 + \sin x$ 、 $y = \sin(2 + x)$ 的部分圖形，請問下列選項哪些是正確的？

- (A) $p(x)$ 的週期是 $r(x)$ 的一半
 (B) $g(x)$ 的圖形可由 $r(x)$ 向上平移 1 單位得到
 (C) $g(x) = 1 + \sin x$
 (D) $f(x) = \sin(2 + x)$
 (E) 當 $0 \leq x \leq \pi$ 時， $\sin 2x = \sin(2 + x)$ 恰有 3 解



- 5 已知函數 $f(x) = 3 \cos(2x - \pi) - 1$ ，請問函數 $y = \cos x$ 的圖形，經由以下哪些平移量與伸縮量即可得函數 $y = f(x)$ 的圖形，其中，水平伸縮以 y 軸為中心，鉛直伸縮以 x 軸為中心。

- (A) 先向右平移 $\frac{\pi}{2}$ ，再水平伸縮為 $\frac{1}{2}$ 倍，鉛直伸縮為 3 倍，最後向下平移 1
 (B) 先水平伸縮為 $\frac{1}{2}$ 倍，鉛直伸縮為 3 倍，再向右平移 $\frac{\pi}{2}$ ，最後向上平移 1
 (C) 先向右平移 π ，再水平伸縮為 $\frac{1}{2}$ 倍，鉛直伸縮為 3 倍，最後向下平移 1
 (D) 先向左平移 $\frac{\pi}{2}$ ，再水平伸縮為 $\frac{1}{2}$ 倍，鉛直伸縮為 3 倍，最後向上平移 1
 (E) 先向左平移 π ，再水平伸縮為 $\frac{1}{2}$ 倍，鉛直伸縮為 3 倍，最後向下平移 1

- 6 若 $0 \leq x \leq \pi$ ，設函數 $y = f(x) = \sin x + \cos x - 3 \sin 2x$ ， $t = \sin x + \cos x$ ，則下列敘述哪些是正確的？

- (A) $t = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$
 (B) t 的最大範圍為 $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$
 (C) 以 t 表示 y 時， $y = -3t^2 + t + 3$
 (D) $f(x)$ 的最大值為 $\frac{37}{12}$
 (E) $f(x)$ 的最小值為 -1



- 7 已知 $f(x) = a \sin(bx + c) + d$ ，其中 $a > 0$ 且 $b > 0$ ，若 $f(x)$ 滿足以下條件：① $f(1) = f(3) = f(13) = -3$ ② $f(2) = -2\sqrt{3}$ ③ 當 $1 < x < 3$ 時， $f(x) < -3$ ④ 當 $3 < x < 13$ 時， $f(x) > -3$ 。請問下列選項哪些是正確的？

- (A) $b = \frac{\pi}{6}$
(B) $c = \frac{7\pi}{6}$
(C) $a = 2\sqrt{3}$
(D) $d = 0$
(E) $f(8) = 2\sqrt{3}$

參、填充題 (共 45 分) | 第 A 至 G 題，每一個「○」代表一個字元，可填入 0~9 的一位數字，或符號「-」或「±」，答案皆需化簡為最簡分數或最簡根式；未完全答對不給分。答對 1~5 題每題 7 分 (7、14、21、28、35 分)，答對 6 題 40 分，7 題全對 45 分。(原卷題號 A~G，本頁編為第 8~14 題)

- 8 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\cos A = \frac{15}{17}$ 、 $\cos B = \frac{45}{53}$ ，則 $\cos C = \frac{\text{○○○○}}{\text{○○○}}$ 。

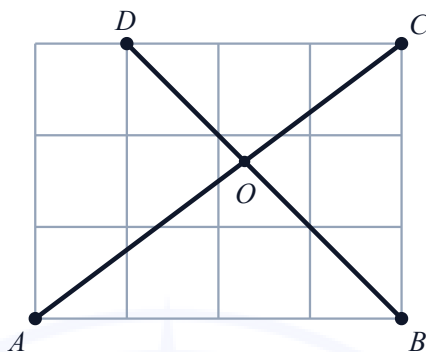
- 9 在 $-\pi \leq x \leq 3\pi$ 範圍，方程式 $\cos x = \frac{11}{15}$ 所有解的和為 $\text{○}\pi$ 。

- 10 已知 $\frac{5}{2}\pi < \theta < 3\pi$ 且 $5\cos^2\theta - 6\sin\theta + 3 = 0$ ，則 $\cos\frac{\theta}{2} = \frac{\text{○}\sqrt{\text{○}}}{\text{○}}$ 。

- 11 方程式 $5\pi \sin|x| + x = 0$ 有 ○○ 個實數解。

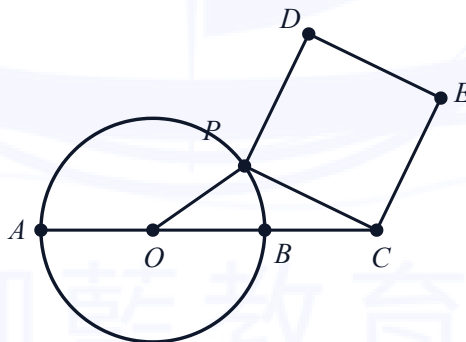


- 12 將十二個大小相同的正方形排成一個矩形，如圖所示，則 $\tan \angle AOB = \bigcirc\bigcirc$ 。



- 13 有一邊長為 3 的正六邊形木板 $A_0A_1A_2A_3A_4A_5$ 。初始時將此木板置於 xy 平面上，此時 $A_0(0,0)$ 、 $A_1(3,0)$ ；將此正六邊形木板沿 x 軸正向滾動（無滑動），過程中只觀察頂點 A_0 的軌跡。當 A_3 第一次落到 x 軸時， A_0 的軌跡長度 $s = \pi(\bigcirc + \sqrt{\bigcirc})$ 。

- 14 如圖，圓 Γ 以 $\overline{AB}$ 為直徑、 O 為圓心。點 P 在圓 Γ 的上半圓上，點 C 在直徑 $\overline{AB}$ 的延長線上。若 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{BC} = 2$ ，在線段 $\overline{CP}$ 的外側作正方形 $CPDE$ ，則四邊形 $OCDP$ 的面積最大值為 $\bigcirc\bigcirc + \bigcirc\sqrt{\bigcirc}$ 。



網頁版 (答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章) : royalblue-education.com/school-exams/fg-114a-g11a-1

答案一覽

- 第 1 題 (D)
 第 2 題 (E)
 第 3 題 (B)
 第 4 題 (A)(C)(D)(E)
 第 5 題 (C)(E)
 第 6 題 (A)(C)(D)
 第 7 題 (A)(C)(D)(E)
 第 8 題 $\frac{-451}{901}$
 第 9 題 4π
 第 10 題 $-\frac{\sqrt{5}}{5}$
 第 11 題 10
 第 12 題 -7
 第 13 題 $\pi(1 + \sqrt{3})$
 第 14 題 $10 + 4\sqrt{5}$

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。(不用註冊)
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit (可以先把姓名、座號遮掉)

單選題 (第 1~3 題)：正弦不等式、值域、弧度與度

- 1 答案 (D)。 $I(t) \geq 900$ 即 $\sin\left(\frac{\pi}{12}(t-9)\right) \geq \frac{3}{4}$ 。 $\frac{\pi}{12}$ 弧度是 15° ，令角度 $\alpha = 15^\circ \times (t-9)$ ； $0 \leq t < 24$ 時 $-135^\circ \leq \alpha < 225^\circ$ 。用計算機得 $\sin 48.59^\circ \approx \frac{3}{4}$ ，在這個範圍內 $\sin \alpha \geq \frac{3}{4}$ 的解是 $48.59^\circ \leq \alpha \leq 131.41^\circ$ 。除以 15： $3.24 \leq t-9 \leq 8.76$ ，即 t 約從 12.24 到 17.76，也就是約 12:14 到 17:46，最接近的選項是 12:15 ~ 17:45。

可以代端點檢查：12:15 時 $\alpha = 48.75^\circ$ ， $\sin \alpha \approx 0.752 \geq 0.75$ ；(C) 的 12:08 時 $\alpha = 47^\circ$ ， $\sin \alpha \approx 0.731$ ，還沒到 900。



- 2 答案 (E)。 $I_0(t) = 600 + 280 \sin\left(\frac{\pi}{12}(t-9)\right)$ ，正弦值最大是 1，所以 $I_0(t)$ 最大是 $880 < 900$ 。陰天時照度到不了 900，窗簾不會轉為半閉。

振幅從 400 變成 280，先看最大值夠不夠，不必解不等式。

- 3 答案 (B)。先比 $a、c$ ： $a = \sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$ ， $c = \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}}$ ，所以 $\frac{a}{c} = 2 \cos^2 \frac{x}{2} = 1 + \cos x > 1$ ，得 $a > c$ 。再比 $c、b$ ： $0 < \cos \frac{x}{2} < 1$ ，所以 $c = \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}} > \sin \frac{x}{2}$ 。而 $x^\circ = \frac{\pi}{180}x$ 弧度 $\approx 0.0175x$ 弧度，比 $\frac{x}{2}$ 弧度小；兩個角都在 0 到 $\frac{\pi}{2}$ 之間，正弦在這段遞增，所以 $\sin \frac{x}{2} > \sin(x^\circ) = b$ 。合起來 $a > c > b$ 。
 $\sin x$ 的 x 是弧度， $\sin(x^\circ)$ 的 x 是度；同一個數當成度，角度只有當成弧度時的 $\frac{\pi}{180}$ 倍。

多選 1、2 (第 4、5 題)：讀圖與圖形的平移伸縮

- 4 答案 (A)(C)(D)(E)。先認圖： r 與 q 同時過 x 軸， r 的振幅是 q 的兩倍，所以 $r(x) = 2 \sin x$ 、 $q(x) = \sin x$ ； p 的週期只有一半， $p(x) = \sin 2x$ ； g 的圖形整個在 x 軸上方、最低點剛好碰到 x 軸， $g(x) = 1 + \sin x$ ；剩下的 $f(x) = \sin(2+x)$ ，是 $y = \sin x$ 向左平移 2。(A) 對： p 的週期 π ， r 的週期 2π 。(B) 錯： $r(x)$ 向上平移 1 是 $1 + 2 \sin x$ ，不是 g ；要由 $q(x)$ 向上平移 1 才是。(C)、(D) 對。(E) 對： $\sin 2x = \sin(2+x)$ 時， $2x = 2+x+2k\pi$ 或 $2x = \pi - (2+x) + 2k\pi$ (k 為整數)。前者 $x = 2 + 2k\pi$ ，在 $[0, \pi]$ 內只有 $x = 2$ ；後者 $x = \frac{\pi - 2 + 2k\pi}{3}$ ， $k = 0$ 得 $x \approx 0.38$ ， $k = 1$ 得 $x \approx 2.47$ ， $k = 2$ 就超過 π 。共 3 解。

(E) 也可以直接在圖上數 p (細實線) 與 f (粗實線) 在 0 到 π 之間的交點，一樣是 3 個。

- 5 答案 (C)(E)。向右平移 h 是把 x 換成 $x-h$ ；水平伸縮為 $\frac{1}{2}$ 倍是把 x 換成 $2x$ 。(A) $\cos x \rightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$ ，角度不對。(B) 先伸縮得 $3 \cos 2x$ ，再向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 得 $3 \cos\left(2\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\right) = 3 \cos(2x - \pi)$ ，但最後向上平移 1 得到 $+1$ ，不對。(C) $\cos x \rightarrow \cos(x - \pi) \rightarrow \cos(2x - \pi) \rightarrow 3 \cos(2x - \pi) \rightarrow 3 \cos(2x - \pi) - 1$ ，對。(D) 得 $3 \cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) + 1$ ，不對。(E) $\cos x \rightarrow \cos(x + \pi) \rightarrow \cos(2x + \pi)$ ，而 $2x + \pi$ 與 $2x - \pi$ 相差 2π ，餘弦值相同，所以也得到 $3 \cos(2x - \pi) - 1$ ，對。

先平移再水平伸縮，平移量是 π ；先水平伸縮再平移，平移量才是 $\frac{\pi}{2}$ 。順序不同，平移量就不同。

多選 3、4 (第 6、7 題)：疊合求極值、由條件定係數

- 6 答案 (A)(C)(D)。(A) 對： $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \left(\sin x \cos \frac{\pi}{4} + \cos x \sin \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ 。(B) 錯： $0 \leq x \leq \pi$ 時 $\frac{\pi}{4} \leq x + \frac{\pi}{4} \leq \frac{5\pi}{4}$ ，正弦值在 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 到 1 之間，所以 $-1 \leq t \leq \sqrt{2}$ 。(C) 對： $t^2 = 1 + 2 \sin x \cos x = 1 + \sin 2x$ ， $\sin 2x = t^2 - 1$ ， $y = t - 3(t^2 - 1) = -3t^2 + t + 3$ 。(D) 對： $y = -3\left(t - \frac{1}{6}\right)^2 + \frac{37}{12}$ ， $t = \frac{1}{6}$ 在 $[-1, \sqrt{2}]$ 內，最大值 $\frac{37}{12}$ 。(E) 錯：開口向下，最小值在離 $\frac{1}{6}$ 較遠的端點 $t = \sqrt{2}$ (即 $x = \frac{\pi}{4}$)， $y = -6 + \sqrt{2} + 3 = \sqrt{2} - 3 \approx -1.59$ ，比 $t = -1$ 時的 -1 還小。

t 的範圍要跟著 x 的範圍算，不是直接寫 $\pm\sqrt{2}$ ；最小值要兩個端點都代。



- 7 答案 (A)(C)(D)(E)。由 ③④，從 $x = 1$ 到 $x = 13$ 之間， $f(x) < -3$ 恰好只有 $1 < x < 3$ 一段、 $f(x) > -3$ 恰好只有 $3 < x < 13$ 一段，而 $f(1) = f(13) = -3$ ，所以一個週期是 $13 - 1 = 12$ ， $b = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$ ，(A) 對。圖形在 $1 < x < 3$ 低於 -3 ，對稱軸在中間 $x = 2$ ，所以 $x = 2$ 是最低點： $d - a = -2\sqrt{3}$ 。 $x = 1$ 離最低點 1，角度差 $\frac{\pi}{6}$ ，所以 $f(1) = d - a \cos \frac{\pi}{6} = d - \frac{\sqrt{3}}{2}a = -3$ 。兩式相減： $(1 - \frac{\sqrt{3}}{2})a = 2\sqrt{3} - 3 = \sqrt{3}(2 - \sqrt{3})$ ，得 $a = 2\sqrt{3}$ ， $d = 0$ ，(C)(D) 對。最高點在最低點後半個週期 $x = 8$ ， $f(8) = d + a = 2\sqrt{3}$ ，(E) 對。(B)： $x = 2$ 是最低點表示 $\frac{\pi}{6} \cdot 2 + c = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$ ， $c = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$ (k 為整數)，例如 $c = -\frac{5\pi}{6}$ 也可以， c 不一定是 $\frac{7\pi}{6}$ ，所以 (B) 不選。

a 、 b 、 d 都被條件唯一決定，只有 c 可以差 2π 的整數倍。

填充 A~D (第 8~11 題)：和角、對稱、半角、數交點

- 8 A 、 B 是三角形的內角，正弦為正： $\sin A = \sqrt{1 - (\frac{15}{17})^2} = \frac{8}{17}$ ， $\sin B = \sqrt{1 - (\frac{45}{53})^2} = \frac{28}{53}$ 。 $C = \pi - (A + B)$ ，所以 $\cos C = -\cos(A + B) = -(\cos A \cos B - \sin A \sin B) = -\frac{15 \times 45 - 8 \times 28}{17 \times 53} = -\frac{675 - 224}{901} = \frac{-451}{901}$ 。
 $451 = 11 \times 41$ 、 $901 = 17 \times 53$ ，已是最簡分數；負號佔分子的第一格。
- 9 設 α 是 0 到 $\frac{\pi}{2}$ 之間滿足 $\cos \alpha = \frac{11}{15}$ 的角。 $\cos x = \frac{11}{15}$ 的解是 $x = \pm \alpha + 2k\pi$ (k 為整數)。落在 $-\pi \leq x \leq 3\pi$ 的有 $-\alpha$ 、 α 、 $2\pi - \alpha$ 、 $2\pi + \alpha$ 四個，和為 4π 。
 不用求出 α ：解兩兩對稱於 $x = 0$ 和 $x = 2\pi$ ，相加時 α 全部消掉。
- 10 把 $\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$ 代入： $5 - 5\sin^2 \theta - 6\sin \theta + 3 = 0$ ， $5\sin^2 \theta + 6\sin \theta - 8 = 0$ ， $(5\sin \theta - 4)(\sin \theta + 2) = 0$ ，得 $\sin \theta = \frac{4}{5}$ 。 $\frac{5}{2}\pi < \theta < 3\pi$ 與第二象限角同界， $\cos \theta < 0$ ，所以 $\cos \theta = -\frac{3}{5}$ 。半角公式： $\cos^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1 + \cos \theta}{2} = \frac{1}{5}$ 。又 $\frac{5}{4}\pi < \frac{\theta}{2} < \frac{3}{2}\pi$ 在第三象限，餘弦為負， $\cos \frac{\theta}{2} = -\frac{1}{\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ 。
 象限要判斷兩次：一次定 $\cos \theta$ 的正負，一次定 $\cos \frac{\theta}{2}$ 的正負。
- 11 改寫成 $\sin |x| = -\frac{x}{5\pi}$ ，數 $y = \sin |x|$ 與直線 $y = -\frac{x}{5\pi}$ 的交點；因為正弦值介於 -1 與 1 之間，只需看 $-5\pi \leq x \leq 5\pi$ 。 $x = 0$ 是一個解。 $x > 0$ 時是 $\sin x = -\frac{x}{5\pi}$ ，右邊為負，只在正弦為負的 $(\pi, 2\pi)$ 、 $(3\pi, 4\pi)$ 兩段才可能；直線在這兩段的值分別在 $-0.2 \sim -0.4$ 、 $-0.6 \sim -0.8$ ，都碰不到谷底 -1 ，每段各交 2 點，共 4 個。 $x < 0$ 時令 $u = -x > 0$ ，是 $\sin u = \frac{u}{5\pi}$ ： $(0, \pi)$ 內 1 個， $(2\pi, 3\pi)$ 內 2 個， $(4\pi, 5\pi)$ 內直線值在 $0.8 \sim 1$ 、峰頂 $u = \frac{9}{2}\pi$ 時直線值 $0.9 < 1$ ，交 2 個，共 5 個。合計 $1 + 4 + 5 = 10$ 個。

$y = \sin |x|$ 對 y 軸對稱，但直線不對稱，左右兩邊的交點個數不一樣 (左 5、右 4)，不能只算一邊再乘 2。

填充 E~G (第 12~14 題)：正切和角、弧長、疊合求面積最大值

- 12 設小正方形邊長 1， $A(0, 0)$ 、 $B(4, 0)$ 、 $C(4, 3)$ 、 $D(1, 3)$ 。在 $\triangle OAB$ 中， $\angle OAB$ 是 $\overline{AC}$ 與 $\overline{AB}$ 的夾角， $\tan \angle OAB = \frac{3}{4}$ ； $\angle OBA$ 是 $\overline{BD}$ 與 $\overline{BA}$ 的夾角， D 在 B 的左 3、上 3， $\tan \angle OBA = 1$ 。
 $\angle AOB = 180^\circ - (\angle OAB + \angle OBA)$ ，所以 $\tan \angle AOB = -\tan(\angle OAB + \angle OBA) = -\frac{\frac{3}{4} + 1}{1 - \frac{3}{4} \times 1} = -\frac{\frac{7}{4}}{\frac{1}{4}} = -7$ 。
 $\angle AOB$ 是鈍角，正切是負的；答案兩格填「-」和「7」。



- 13 正六邊形每次以著地的右端頂點為圓心順時針轉 $60^\circ = \frac{\pi}{3}$ (外角)，下一個頂點就落到 x 軸。第一次以 A_1 為圓心轉 $\frac{\pi}{3}$ ， A_2 落地； A_0 到 A_1 的距離是邊長 3，走的弧長 $3 \times \frac{\pi}{3} = \pi$ 。第二次以 A_2 為圓心轉 $\frac{\pi}{3}$ ， A_3 落地； A_0 到 A_2 的距離是短對角線 $3\sqrt{3}$ ，弧長 $3\sqrt{3} \times \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}\pi$ 。合計 $s = \pi + \sqrt{3}\pi = \pi(1 + \sqrt{3})$ 。

每一段的半徑是 A_0 到當時旋轉中心的距離：先是邊長 3，再是 $\overline{A_0A_2} = 3\sqrt{3}$ (頂角 120° 、兩腰 3 的等腰三角形的底邊)。

- 14 設 $\angle POC = \theta$ ($0 < \theta < \pi$)， $\overline{OP} = 2$ ， $\overline{OC} = 4$ 。四邊形 $OCDP$ 被 $\overline{CP}$ 分成 $\triangle OCP$ 與 $\triangle CPD$ 。
 $\triangle OCP$ 面積 $= \frac{1}{2} \times 2 \times 4 \sin \theta = 4 \sin \theta$ 。 $\triangle CPD$ 是正方形的一半，面積 $= \frac{1}{2} \overline{CP}^2$ ；由餘弦定理
 $\overline{CP}^2 = 4 + 16 - 16 \cos \theta = 20 - 16 \cos \theta$ ，所以是 $10 - 8 \cos \theta$ 。總面積 $= 10 + 4 \sin \theta - 8 \cos \theta = 10 + 4\sqrt{5} \sin(\theta - \varphi)$ ，其中 $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{5}}$ 、 $\sin \varphi = \frac{2}{\sqrt{5}}$ 。當 $\theta - \varphi = \frac{\pi}{2}$ 時最大，最大值 $10 + 4\sqrt{5}$ 。
 要確認取得到： φ 約 63.4° ， $\theta = \varphi + 90^\circ$ 約 153.4° ，在 0° 到 180° 之間， P 確實在上半圓上。

求極值的題先把式子整理成單一正弦（疊合）或二次函數，再回頭檢查角度或變數的範圍取不取得到。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自北一女中 114 學年度上學期高二第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/fg-114a-g11a-1