

福誠高中 114 學年度上學期 高一第一次段考



御藍教育

範圍：數與式、直線方程式（實數與根式、絕對值、乘法公式、算幾不等式、指數、常用對數、斜率與直線方程式、分點坐標） · 單選題 6 題（24 分）、多重選擇題 4 題（20 分）、填充題 10 題（60 分）；卷面所印配分相加為 104 分

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/fcsh-114a-g10-1

一、單選題（一題 4 分，共 24 分）

1 下列何者為不等式 $3 < |8 - x| \leq 6$ 的解？

- (A) 0
- (B) 8
- (C) 5
- (D) 4
- (E) 6

2 下列數字何者最大？

- (A) $(-5)^2$
- (B) -5^2
- (C) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3}$
- (D) 5^{-3}
- (E) $5^{\sqrt{2}}$

3 設 a 、 b 為正數，且 $a + 3b = 12$ ，當 ab 有最大值時， a 、 b 之值為何？

- (A) $a = 3$ ， $b = 3$
- (B) $a = 6$ ， $b = 2$
- (C) $a = 9$ ， $b = 1$
- (D) $a = 10$ ， $b = \frac{2}{3}$
- (E) $a = 4$ ， $b = 8$



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/fcsh-114a-g10-1

4 已知 $\log 2 = 0.3010$ 、 $\log 3 = 0.4771$ ，若實數 $a = 10^{1.35}$ ，則下列何者正確？

- (A) $2 < a < 3$
- (B) $300 < a < 400$
- (C) $200 < a < 300$
- (D) $10 < a < 20$
- (E) $20 < a < 30$

5 已知 $3^{100} \approx 0.05137752 \times 10^{49}$ ，試問 3^{100} 整數部分是幾位數？

- (A) 51
- (B) 50
- (C) 49
- (D) 48
- (E) 47

6 在 xy 坐標平面上，已知直線 $L: 3x + 4y = 5$ ，下列哪一點坐標在直線 L 的圖形上？

- (A) $\left(\frac{5}{4}, 0\right)$
- (B) $(15, -11)$
- (C) $(3 + a, 3 - a)$
- (D) $(1 + 4a, 1 - 3a)$
- (E) $(15 + 4a, -10 - 3a)$

二、多重選擇題（一題 5 分，共 20 分，錯一個選項扣 2 分）（本頁第 7~10 題依序為卷面多重選擇題第 1~4 題）

7 已知 a 、 b 、 c 、 d 為實數，下列敘述哪些正確？

- (A) $2.\overline{34}$ 為有理數
- (B) $2 + \sqrt{3}$ 為無理數
- (C) $3^{\frac{1}{3}}$ 為無理數
- (D) 數線上 $A(a)$ 、 $B(b)$ 兩點的距離為 $b - a$
- (E) $a + \sqrt{3}b = c + \sqrt{3}d$ ，則 $a = c$ 、 $b = d$



8 下列敘述哪些正確？

(A) $(2a - 3b)^2 = 4a^2 - 12ab + 9b^2$

(B) $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 + ab + b^2)$

(C) $\sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2} + 2} = x + \frac{1}{x}$

(D) $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

(E) 若 $a^2 > b^2$ ，則 $|a| > |b|$

9 下列敘述哪些正確？

(A) $\log \sqrt{10} = \frac{1}{10}$

(B) $\sqrt[3]{\sqrt{2}} = 2^{\frac{1}{5}}$

(C) 若 $\log 5 = 0.6990$ ，且 $\log a = -1.3010$ ，則 $a = 0.05$

(D) $\log a = 3.6$ ，則 a 為 4 位數

(E) $\log(\log a) = 2$ ，則 a 為 101 位數

10 在 xy 平面，下列敘述哪些正確？

(A) 直線 $3x + 2y = 4$ 與 $3x - 2y = 4$ 垂直

(B) $3x + 2y + 6 = 0$ 與 x 軸截距為 -2

(C) 過點 $(-1, 3)$ 、 $(2, 5)$ 之直線斜率為 $\frac{2}{3}$

(D) $3x + 2y + 6 = 0$ 與兩軸所圍成面積為 6

(E) 直線 $x + 2 = 0$ 之斜率為 0

三、填充題（一題 6 分，共 60 分）（本頁第 11~20 題依序為卷面填充題第 1~10 題）

11 將 $\frac{1}{13}$ 化為小數，則小數點後第 30 位數字為何？

12 已知 $x > 7$ 且滿足 $|x + 5| - 3|x - 7| = 0$ ，求 x 之值。

13 設 a 、 b 為實數，且滿足 $a - b = 5$ ， $ab = 6$ ，試求 $a^2 + b^2$ 之值。



- 14 若 $\sqrt{16 - 6\sqrt{7}} = a + b$ ，其中 a 為整數， $0 < b < 1$ ，試求 $b + \frac{2}{b}$ 之值。

- 15 請利用 $\log 7 \approx 0.8451$ ，求 7^{50} 為幾位數。

- 16 求過 $A(3, 4)$ 且與直線 $4x - 3y = 2025$ 平行的直線方程式。(將所求直線寫成 $ax + by + c = 0$ 形式)

- 17 設 $A(1, -1)$ 、 $B(-5, 3)$ 為平面上相異兩點， P 為 $\overline{AB}$ 上一點，且滿足 $\overline{AP} : \overline{BP} = 1 : 3$ ，試求 P 點坐標。

- 18 考慮坐標平面上的直線 $L : 5y + (2k - 4)x - 10k = 0$ (其中 k 為常數) 以及長方形 $OABC$ ，其中頂點坐標為 $O(0, 0)$ 、 $A(10, 0)$ 、 $B(10, 6)$ 、 $C(0, 6)$ 。設直線 L 分別交 $\overline{OC}$ 於 D ，交 $\overline{AB}$ 於 E 。求四邊形 $OAED$ 面積。

- 19 設 $\log 2 = a$ ， $\log 3 = b$ ，求 10^{3a-2b} 之值。

- 20 計算 $(2 - \sqrt{3})^{\sqrt{5}} (2 + \sqrt{3})^{\sqrt{5}} + \log \frac{\sqrt{10}}{1000} + 9^{-\frac{4}{3}} \times \left(\frac{4}{81}\right)^{-0.25} \times \sqrt{\frac{27 \cdot \sqrt[3]{3}}{2}}$ 之值。



網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/fcsh-114a-g10-1

答案一覽

- 第 1 題 (D)
第 2 題 (C)
第 3 題 (B)
第 4 題 (E)
第 5 題 (D)
第 6 題 (E)
第 7 題 (A)(B)(C)
第 8 題 (A)(E)
第 9 題 (C)(D)(E)
第 10 題 (B)(C)
第 11 題 3
第 12 題 13
第 13 題 37
第 14 題 6
第 15 題 43
第 16 題 $4x - 3y = 0$
第 17 題 $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$
第 18 題 40
第 19 題 $\frac{8}{9}$
第 20 題 -1

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。（不用註冊）
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit（可以先把姓名、座號遮掉）



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/fcsh-114a-g10-1

單選 1~6：絕對值、指數比大小、算幾不等式、位數與直線上的點

- 1 答案 (D)。把五個數逐一代入 $|8 - x|$ ： $x = 0$ 得 8， $x = 8$ 得 0， $x = 5$ 得 3， $x = 4$ 得 4， $x = 6$ 得 2。要同時滿足「大於 3」且「不超過 6」的只有 4。也可以直接解： $3 < |x - 8| \leq 6$ 即 $3 < x - 8 \leq 6$ 或 $-6 \leq x - 8 < -3$ ，得 $11 < x \leq 14$ 或 $2 \leq x < 5$ ，選項中只有 4 在範圍內。
左邊是嚴格的 $3 <$ ，所以 $x = 5$ ($|8 - 5| = 3$) 不算。
- 2 答案 (C)。逐一算：(A) $(-5)^2 = 25$ ；(B) $-5^2 = -25$ ；(C) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = 5^3 = 125$ ；(D) $5^{-3} = \frac{1}{125}$ ；(E) $1 < \sqrt{2} < 2$ ，所以 $5 < 5^{\sqrt{2}} < 25$ 。最大的是 (C)。
 -5^2 是先平方再加負號； $(-5)^2$ 才是把 -5 平方。
- 3 答案 (B)。 a 、 $3b$ 都是正數，由算幾不等式 $\frac{a+3b}{2} \geq \sqrt{a \cdot 3b}$ ，即 $6 \geq \sqrt{3ab}$ ，平方得 $36 \geq 3ab$ ， $ab \leq 12$ 。等號在 $a = 3b$ 時成立，配合 $a + 3b = 12$ 得 $a = 6$ 、 $b = 2$ ，此時 $ab = 12$ 是最大值。
等號成立的條件是「相加的兩項相等」，也就是 $a = 3b$ ，不是 $a = b$ 。(E) $a = 4$ 、 $b = 8$ 不滿足 $a + 3b = 12$ 。
- 4 答案 (E)。 $a = 10^{1.35} = 10^1 \times 10^{0.35}$ 。因為 $\log 2 = 0.3010 < 0.35 < 0.4771 = \log 3$ ，所以 $2 < 10^{0.35} < 3$ ，乘以 10 得 $20 < a < 30$ 。
 $\log 2 = 0.3010$ 的意思是 $10^{0.3010} = 2$ ；把指數拆成整數部分和小數部分，小數部分決定首位數字。
- 5 答案 (D)。把它改寫成科學記號： $0.05137752 \times 10^{49} = 5.137752 \times 10^{47}$ 。 $10^{47} \leq 3^{100} < 10^{48}$ ，整數部分是 $47 + 1 = 48$ 位數。
題目給的 $0.0513 \dots$ 不是科學記號的形式（要介於 1 和 10 之間），小數點要先右移兩位、指數減 2。
- 6 答案 (E)。把各點代入 $3x + 4y$ ：(A) $\frac{15}{4}$ ；(B) $45 - 44 = 1$ ；(C) $3(3 + a) + 4(3 - a) = 21 - a$ ；(D) $3(1 + 4a) + 4(1 - 3a) = 7$ ；(E) $3(15 + 4a) + 4(-10 - 3a) = 45 + 12a - 40 - 12a = 5$ 。只有 (E) 不論 a 是多少都等於 5。
(C) 只有在 $a = 16$ 時才在 L 上，不是對所有 a 都成立。(D) 和 (E) 的 a 都會消掉： x 每增加 4、 y 就減少 3，正是沿著 L 的方向移動；(E) 的起點 $(15, -10)$ 在 L 上，(D) 的起點 $(1, 1)$ 不在。

多重選擇 1~4（第 7~10 題）：有理數與無理數、乘法公式、對數、直線

- 7 答案 (A)(B)(C)。(A) 對：循環小數都是有理數， $2.\overline{34} = 2 + \frac{34}{99} = \frac{232}{99}$ 。(B) 對：若 $2 + \sqrt{3} = r$ 是有理數，則 $\sqrt{3} = r - 2$ 是有理數，矛盾。(C) 對： $3^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{3}$ 。假設它等於最簡分數 $\frac{p}{q}$ ，則 $p^3 = 3q^3$ ， p 是 3 的倍數；設 $p = 3m$ ，得 $q^3 = 9m^3$ ， q 也是 3 的倍數，和最簡分數矛盾。(D) 錯：距離是 $|b - a|$ ，當 $a > b$ 時 $b - a$ 是負的。(E) 錯： a 、 b 、 c 、 d 只說是實數，例如 $a = \sqrt{3}$ 、 $b = 0$ 、 $c = 0$ 、 $d = 1$ ，兩邊都等於 $\sqrt{3}$ ，但 $a \neq c$ 。
(E) 的結論要在 a 、 b 、 c 、 d 都是有理數時才成立，題目給的條件是實數。



- 8 答案 (A)(E)。 (A) 對： $(2a - 3b)^2 = (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot 3b + (3b)^2 = 4a^2 - 12ab + 9b^2$ 。 (B) 錯：立方和公式是 $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ ，中間是 $-ab$ 。 (C) 錯： $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ ，開根號得 $\left|x + \frac{1}{x}\right|$ ； $x < 0$ 時（例如 $x = -1$ ）左邊是 2、右邊是 -2 。 (D) 錯：沒有說 a 、 b 是正數，例如 $a = b = -1$ 時左邊是 -1 、右邊是 1 。 (E) 對： $a^2 = |a|^2$ 、 $b^2 = |b|^2$ ， $|a|$ 、 $|b|$ 都不是負數，所以 $|a|^2 > |b|^2$ 可推得 $|a| > |b|$ 。

(C) 是 $\sqrt{A^2} = |A|$ ；(D) 的算幾不等式要求兩數都是正數（或 0）。這兩個選項都沒有給這樣的條件，所以不能算恆成立。

- 9 答案 (C)(D)(E)。 (A) 錯： $\sqrt{10} = 10^{\frac{1}{2}}$ ，所以 $\log \sqrt{10} = \frac{1}{2}$ 。 (B) 錯： $\sqrt[3]{\sqrt{2}} = \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{6}}$ 。 (C) 對： $-1.3010 = -2 + 0.6990$ ，所以 $a = 10^{-2} \times 10^{0.6990} = 10^{-2} \times 5 = 0.05$ 。 (D) 對： $a = 10^{3.6}$ ， $10^3 < a < 10^4$ ，整數部分是 4 位數（ $a \approx 3981$ ）。 (E) 對： $\log(\log a) = 2$ 表示 $\log a = 10^2 = 100$ ，所以 $a = 10^{100}$ ，是 1 後面 100 個 0，共 101 位數。

(B) 根號套根號時指數相乘（ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ ），不是把 2 和 3 相加。(C) 負的對數值要拆成「負整數 + 介於 0 和 1 的小數」。

- 10 答案 (B)(C)。 (A) 錯：兩線斜率分別是 $-\frac{3}{2}$ 和 $\frac{3}{2}$ ，相乘是 $-\frac{9}{4}$ ，不是 -1 ，所以不垂直。(B) 對：令 $y = 0$ ， $3x + 6 = 0$ ， $x = -2$ 。(C) 對：斜率 $= \frac{5-3}{2-(-1)} = \frac{2}{3}$ 。(D) 錯： x 截距 -2 、 y 截距 -3 ，和兩軸圍成直角三角形，面積是 $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$ 。(E) 錯： $x + 2 = 0$ 是鉛直線，沒有斜率；斜率為 0 的是水平線。

(D) 面積要乘 $\frac{1}{2}$ ；(E) 鉛直線「沒有斜率」和水平線「斜率為 0」不同。

填充 1~5（第 11~15 題）：循環小數、絕對值、乘法公式、雙重根號、位數

- 11 用長除法： $\frac{1}{13} = 0.\overline{076923}$ ，每 6 位循環一次。 $30 \div 6 = 5$ 整除，所以第 30 位是循環節的最後一位（第 6 位），數字是 3。

整除時對應的是循環節的最後一位，不是第一位。

- 12 $x > 7$ 時 $x + 5 > 0$ 、 $x - 7 > 0$ ，絕對值可以直接拿掉： $(x + 5) - 3(x - 7) = 0$ ， $-2x + 26 = 0$ ， $x = 13$ 。 $13 > 7$ ，符合條件。驗算： $|18| - 3|6| = 0$ 。

如果沒有 $x > 7$ 的條件， $-5 \leq x \leq 7$ 時還會得到另一個解 $x = 4$ 。

- 13 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ，所以 $a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab = 25 + 12 = 37$ 。

實際上 $(a, b) = (6, 1)$ 或 $(-1, -6)$ ，兩組都得 37。

- 14 $16 - 6\sqrt{7} = 16 - 2\sqrt{63}$ ，找兩數和為 16、積為 63：9 和 7，所以 $\sqrt{16 - 6\sqrt{7}} = \sqrt{9} - \sqrt{7} = 3 - \sqrt{7}$ 。因為 $2 < \sqrt{7} < 3$ ， $0 < 3 - \sqrt{7} < 1$ ，所以整數部分 $a = 0$ ， $b = 3 - \sqrt{7}$ 。 $\frac{2}{b} = \frac{2}{3 - \sqrt{7}} =$

$$\frac{2(3 + \sqrt{7})}{9 - 7} = 3 + \sqrt{7}，所以 b + \frac{2}{b} = (3 - \sqrt{7}) + (3 + \sqrt{7}) = 6。$$

係數是 6 不是 2 時，先把 $6\sqrt{7}$ 改寫成 $2\sqrt{63}$ 再找兩數。

- 15 $\log 7^{50}$ 就是把 7^{50} 寫成 10 的次方時的指數： $7 \approx 10^{0.8451}$ ，所以 $7^{50} \approx 10^{0.8451 \times 50} = 10^{42.255}$ 。 $10^{42} < 7^{50} < 10^{43}$ ，是 $42 + 1 = 43$ 位數。



判斷位數：把數寫成 10 的次方， $10^n \leq N < 10^{n+1}$ 時 N 的整數部分是 $n+1$ 位數。

填充 6~10 (第 16~20 題)：直線方程式、分點、過定點的直線、指對數計算

- 16 和 $4x - 3y = 2025$ 平行的直線可設為 $4x - 3y = c$ 。代入 $A(3, 4) : c = 12 - 12 = 0$ 。所求為 $4x - 3y = 0$ (已是 $ax + by + c = 0$ 的形式， $c = 0$)。

平行線的 x 、 y 係數相同，只有常數項不同。這條線通過原點。

- 17 P 在 $\overline{AB}$ 上且 $\overline{AP} : \overline{PB} = 1 : 3$ ，由分點公式 $P = \frac{3A + 1B}{1 + 3} : x = \frac{3 \times 1 + (-5)}{4} = -\frac{1}{2}, y = \frac{3 \times (-1) + 3}{4} = 0$ ，所以 $P\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ 。驗算： A 到 P 的位移是 $\left(-\frac{3}{2}, 1\right)$ ， P 到 B 的位移是 $\left(-\frac{9}{2}, 3\right)$ ，剛好是 3 倍。

分點公式的係數是交叉乘：靠近 A ，所以 A 的係數是 3。另一個流傳版本的參考答案寫 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ，但那一點不在直線 AB 上 (直線 AB 為 $2x + 3y + 1 = 0$ ，代入得 $\frac{3}{2} \neq 0$)；本卷所附簡答為 $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ ，與本站重算一致。

- 18 D 在 $\overline{OC}$ 上， $x = 0 : 5y - 10k = 0, y = 2k$ ，所以 $D(0, 2k)$ 。 E 在 $\overline{AB}$ 上， $x = 10 : 5y + 10(2k - 4) - 10k = 0, 5y = 40 - 10k, y = 8 - 2k$ ，所以 $E(10, 8 - 2k)$ 。四邊形 $OAED$ 中 $\overline{OD}$ 與 $\overline{AE}$ 都是鉛直線段，互相平行，是梯形：兩底為 $2k$ 與 $8 - 2k$ ，高為 $\overline{OA} = 10$ ，面積 $= \frac{2k + (8 - 2k)}{2} \times 10 = 40$ 。

面積和 k 無關。原因是把方程式依 k 整理成 $(5y - 4x) + k(2x - 10) = 0$ ，不論 k 是多少，直線都通過 $(5, 4)$ ，而它正是 $\overline{DE}$ 的中點，所以兩底的平均永遠是 4。(要讓 D 、 E 落在兩邊上， k 需滿足 $1 \leq k \leq 3$ 。)

- 19 $\log 2 = a$ 表示 $10^a = 2$ ， $\log 3 = b$ 表示 $10^b = 3$ 。 $10^{3a-2b} = \frac{10^{3a}}{10^{2b}} = \frac{(10^a)^3}{(10^b)^2} = \frac{2^3}{3^2} = \frac{8}{9}$ 。

- 20 分三部分。第一部分： $(2 - \sqrt{3})^{\sqrt{5}} (2 + \sqrt{3})^{\sqrt{5}} = [(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})]^{\sqrt{5}} = 1^{\sqrt{5}} = 1$ 。第二部分： $\frac{\sqrt{10}}{1000} = 10^{\frac{1}{2}-3} = 10^{-\frac{5}{2}}$ ，所以 $\log \frac{\sqrt{10}}{1000} = -\frac{5}{2}$ 。第三部分全部化成 3 和 2 的次方： $9^{-\frac{4}{3}} = 3^{-\frac{8}{3}}$ ； $\left(\frac{4}{81}\right)^{-0.25} = \left(\frac{81}{4}\right)^{\frac{1}{4}} = \frac{3}{2^{\frac{1}{2}}}$ ； $\sqrt{\frac{27 \cdot \sqrt{3}}{2}} = \left(\frac{3^{\frac{10}{3}}}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{3^{\frac{5}{3}}}{2^{\frac{1}{2}}}$ 。相乘：3 的指數是 $-\frac{8}{3} + 1 + \frac{5}{3} = 0$ ，分母是 $2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}} = 2$ ，得 $\frac{1}{2}$ 。合計 $1 - \frac{5}{2} + \frac{1}{2} = -1$ 。

另一個流傳版本的參考答案寫 $-\frac{1}{2}$ ，但三部分分別是 1 、 $-\frac{5}{2}$ 、 $\frac{1}{2}$ ，相加是 -1 (數值計算亦為 -1)；本卷所附簡答為 -1 ，與本站重算一致。

指數與對數的計算題先把每一項都化成同一個底數的次方 (10、2、3)，再用指數律把指數相加減。



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自福誠高中 114 學年度上學期高一第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。

御藍教育
ROYAL BLUE • EDUCATION



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/fcsh-114a-g10-1