

成淵高中 114 學年度上學期 高一第一次段考



御藍教育

範圍：數與式（實數與根式、絕對值、指數與算幾不等式、常用對數） · 多選題 4 題（20 分）、填充題 12 題共 14 格（80 分）

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/cysh-114a-g10-1

一、多選題（占 20 分） 說明：第 1 題至第 4 題，每題 5 分。(5-3-1-0)

1 下列哪些選項正確？

- (1) 設 a, b, c, d 為實數，若 $a + b\sqrt{2} = c + d\sqrt{2}$ ，則 $a = c$ 且 $b = d$
- (2) 設 a, b 為有理數， c, d 為無理數，若 $a + c = b + d$ ，則 $a = b$ 且 $b = d$
- (3) 設 a, b, c 為實數，若 $ac = bc$ ，則 $a = b$
- (4) 設 a, b 為非負實數，則 $\sqrt{(a+b) - 2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$ 必成立
- (5) 設 a, b 為實數，則 $a^2 + b^2 \geq 2ab$ 必成立

2 設 $A(a)$ 、 $B(b)$ 為數線上兩點，且 $a < b$ ，則下列選項何者正確？

- (1) $\frac{2a+b}{3} < \frac{a+b}{2}$
- (2) $\frac{a+b}{3} < \frac{a+b}{2}$
- (3) $|a+b| < |a| + |b|$
- (4) 若 $a^2 < b^2$ ，則 $|a| < |b|$
- (5) 若有一點 $P(x)$ 使得 $\overline{AP} : \overline{BP} = m : n$ ，則 $x = \frac{na + mb}{m + n}$

3 下列哪些選項正確？

- (1) $(4^{\sqrt{5}})^2 = 4^5$
- (2) $(\sqrt[3]{4})^6 = 16$
- (3) $4^{-3} < 0$
- (4) $4^{\sqrt{5}} \times 5^{\sqrt{5}} = 20^5$
- (5) $(\sqrt[5]{4^7})^0 = 1$



4 下列哪些選項正確？

(1) $\log 2 = 0.3010$

(2) $10^{\log \sqrt{7}} = \sqrt{7}$

(3) $100^{\log 3} = 6$

(4) $\log \left(\frac{\sqrt{10}}{100} \right) = -\frac{3}{2}$

(5) $100^{\log(-7)} = 49$

二、填充題（占 80 分） 說明：第 5 題至第 16 題，答對前 10 格每格 6 分，後 4 格每格 5 分。

5 計算 $2.\bar{9} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6 若 $\sqrt{21 - 8\sqrt{5}}$ 的整數部分為 a ，小數部分為 b ，試求 $\frac{11}{a+b} + b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7 設 x 為實數，且 $5^x = 4$ ，試求 $25^{\frac{x}{4}} + \left(\frac{1}{5}\right)^{-2x} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8 計算 $\log 0.01 \times \log \sqrt{1000} + 10^{\log 3 + \log 5} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9 若 a, b 為正實數，且 $ab = 16$ ，回答以下問題：(1) 求出 $9a + 4b$ 的最小值 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(2) $9a + 4b$ 有最小值時，數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

10 若絕對值不等式 $|ax + 10| \geq b$ 的解 $x \leq -3$ 或 $x \geq 8$ ，求數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

11 絕對值不等式 $2|x - 2| + |x + 3| > 7$ 的解為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



12 設 $x = 6 - \sqrt{35}$ ，試求 (1) $x^3 + x^{-3} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(2) $x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

13 已知服用某藥物一段時間後，身體內殘留的藥量會隨著時間衰減，其公式為 $Y = X \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ ，其中 Y 為經過 t 小時後，身體殘留的藥量（毫克）， X 為初始服下的藥量（毫克）。若初始服下的藥量為 200 毫克，而服用此藥物兩小時後，身體殘留的藥量為 50 毫克；從服下此藥物開始計算，經過 k 小時後，身體殘留的藥量為 6.25 毫克。試求數對 $(T, k) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

14 若方程式 $|x - 2| - |x + 3| = k$ 有實數解，試求 k 的最大範圍為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

15 若 a, b 為正實數，且 $\log a = 3.6$ ， $\log b = 1.2$ ，試求 $\log(2a + b^3) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。（請將答案四捨五入至整數位）（ $\log 3 \approx 0.4771$ ）

16 已知溶液 pH 值的計算公式為 $pH = -\log[H^+]$ ，其中 $[H^+]$ 為溶液中的氫離子濃度。若 A 溶液的 pH 值為 1.6， A 溶液的氫離子濃度為 X ， B 溶液的 pH 值為 Y ，氫離子濃度為 0.5，試求 $\log X + 10^Y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/cysh-114a-g10-1

答案一覽

第 1 題 (5)

第 2 題 (1)(4)

第 3 題 (2)(5)

第 4 題 (2)(4)

第 5 題 3

第 6 題 7

第 7 題 18

第 8 題 12

第 9 題 (1) 48 ; (2) $\left(\frac{8}{3}, 6\right)$

第 10 題 $(-4, 22)$

第 11 題 $x < 0$ 或 $x > \frac{8}{3}$

第 12 題 (1) 1692 ; (2) $-\sqrt{10}$

第 13 題 (1, 5)

第 14 題 $-5 \leq k \leq 5$

第 15 題 4

第 16 題 $\frac{2}{5}$

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。(不用註冊)
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit (可以先把姓名、座號遮掉)



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/cysh-114a-g10-1

多選題 1~4：實數、分點、指數律、常用對數

- 1 答案 (5)。(1) 錯： a, b, c, d 要是有理數才能比較係數；反例 $a = \sqrt{2}, b = 0, c = 0, d = 1$ ，兩邊都是 $\sqrt{2}$ ，但 $a \neq c$ 。(2) 錯：反例 $a = 1, b = 0, c = \sqrt{2}, d = \sqrt{2} + 1, a + c = b + d = 1 + \sqrt{2}$ ，但 $a \neq b$ 。(3) 錯： $c = 0$ 時 $ac = bc$ 恆成立， a, b 可以不相等。(4) 錯： $(a + b) - 2\sqrt{ab} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2$ ，開根號得 $|\sqrt{a} - \sqrt{b}|$ ； $a < b$ 時右邊是負的，例如 $a = 1, b = 4$ 左邊是 1、右邊是 -1。(5) 對： $a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2 \geq 0$ 。

第 (2) 選項的結論照流傳版本印的「 $a = b$ 且 $b = d$ 」轉錄；上面的反例讓前半 $a = b$ 就不成立，所以結論後半不論怎麼寫，這個選項都不選。

- 2 答案 (1)(4)。(1) 對：兩邊同乘 6， $4a + 2b < 3a + 3b$ 就是 $a < b$ 。(2) 錯： $\frac{a+b}{3} < \frac{a+b}{2}$ 要 $a + b > 0$ 才成立；反例 $a = -2, b = 1$ ，左邊 $-\frac{1}{3}$ 、右邊 $-\frac{1}{2}$ ，左邊比較大。(3) 錯： a, b 同號時等號成立，例如 $a = 1, b = 2$ 兩邊都是 3。(4) 對： $a^2 = |a|^2, b^2 = |b|^2$ ，而 $|a|, |b|$ 都不是負數，所以 $|a|^2 < |b|^2$ 可推得 $|a| < |b|$ 。(5) 錯：這個公式只在 P 位於 A, B 之間時成立；題目沒說 P 在線段上，例如 $a = 0, b = 3, x = -3$ 時 $\overline{AP} : \overline{BP} = 3 : 6 = 1 : 2$ ，公式卻算出 $\frac{2 \cdot 0 + 1 \cdot 3}{3} = 1 \neq -3$ 。

(5) 的陷阱在「有一點 P 」沒有限定在 $\overline{AB}$ 上，線段外也有滿足同樣比例的點。

- 3 答案 (2)(5)。(1) 錯： $(4^{\sqrt{5}})^2 = 4^{2\sqrt{5}}$ ，而 $2\sqrt{5} \approx 4.47 \neq 5$ 。(2) 對： $(4^{\frac{1}{3}})^6 = 4^2 = 16$ 。(3) 錯： $4^{-3} = \frac{1}{64} > 0$ ，正數的任何次方都是正的。(4) 錯： $4^{\sqrt{5}} \times 5^{\sqrt{5}} = 20^{\sqrt{5}}$ ， $\sqrt{5} \neq 5$ 。(5) 對： $\sqrt[5]{4^7}$ 是不為 0 的數，它的 0 次方是 1。

- 4 答案 (2)(4)。(1) 錯：0.3010 只是 $\log 2$ 的近似值。如果 $\log 2 = 0.301 = \frac{301}{1000}$ ，就有 $2^{1000} = 10^{301}$ ，但右邊是 5 的倍數、左邊不是，所以不可能相等，應寫 $\log 2 \approx 0.3010$ 。(2) 對： $\log \sqrt{7}$ 的意思就是「10 的幾次方等於 $\sqrt{7}$ 」，所以 $10^{\log \sqrt{7}} = \sqrt{7}$ 。(3) 錯： $100^{\log 3} = (10^{\log 3})^2 = 3^2 = 9$ 。(4) 對： $\frac{\sqrt{10}}{100} = 10^{\frac{1}{2}-2} = 10^{-\frac{3}{2}}$ ，取 $\log$ 得 $-\frac{3}{2}$ 。(5) 錯：10 的任何次方都是正數，所以 $\log(-7)$ 沒有意義。

(1) 考的是「等號」和「約等於」的差別；(5) 考的是 $\log$ 裡面一定要是正數。

填充 5~8：循環小數、雙重根號、指數律、log 計算

- 5 設 $x = 0.\overline{9}$ ，則 $10x = 9.\overline{9}$ ，相減得 $9x = 9, x = 1$ 。所以 $2.\overline{9} = 2 + 1 = 3$ 。
- 6 $21 - 8\sqrt{5} = 21 - 2\sqrt{80}$ ，找兩數相加 21、相乘 80：16 和 5，所以 $\sqrt{21 - 8\sqrt{5}} = \sqrt{16} - \sqrt{5} = 4 - \sqrt{5}$ 。因為 $2 < \sqrt{5} < 3, 1 < 4 - \sqrt{5} < 2$ ，整數部分 $a = 1$ ，小數部分 $b = 3 - \sqrt{5}$ 。 $a + b = 4 - \sqrt{5}$ ， $\frac{11}{4 - \sqrt{5}} = \frac{11(4 + \sqrt{5})}{16 - 5} = 4 + \sqrt{5}$ 。所求 $= (4 + \sqrt{5}) + (3 - \sqrt{5}) = 7$ 。
 $a + b$ 就是原來的數 $4 - \sqrt{5}$ ，不必分開代。
- 7 $25^{\frac{x}{4}} = (5^2)^{\frac{x}{4}} = 5^{\frac{x}{2}} = (5^x)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2 = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2x} = (5^{-1})^{-2x} = 5^{2x} = (5^x)^2 = 16$ 。相加得 18。
- 8 $\log 0.01 = \log 10^{-2} = -2$ ； $\sqrt{1000} = 10^{\frac{3}{2}}$ ， $\log \sqrt{1000} = \frac{3}{2}$ ； $10^{\log 3 + \log 5} = 10^{\log 3} \times 10^{\log 5} = 3 \times 5 = 15$ 。所求 $= (-2) \times \frac{3}{2} + 15 = 12$ 。



填充 9~12：算幾不等式、絕對值不等式、乘法公式

- 9 (1) $9a, 4b$ 都是正數，由算幾不等式 $\frac{9a+4b}{2} \geq \sqrt{9a \cdot 4b} = \sqrt{36 \times 16} = 24$ ，所以 $9a+4b \geq 48$ ，最小值 48。(2) 等號成立在 $9a=4b=24$ 時， $a=\frac{8}{3}, b=6$ ，這時 $ab=16$ 也符合， $(a,b) = (\frac{8}{3}, 6)$ 。

算出下界之後要確認等號做得到，第 (2) 小題問的就是這件事。

- 10 $|ax+10| \geq b$ 的解是兩段，邊界 $x=-3$ 和 $x=8$ 都使 $|ax+10|=b$ ，而兩邊界的中點 $\frac{-3+8}{2} = \frac{5}{2}$ 使 $ax+10=0$ ，所以 $\frac{5}{2}a+10=0, a=-4$ 。代 $x=8: b=|-32+10|=22$ 。檢查： $|-4x+10| \geq 22$ 即 $|x-\frac{5}{2}| \geq \frac{11}{2}$ ，解為 $x \leq -3$ 或 $x \geq 8$ ，符合。 $(a,b) = (-4, 22)$ 。

- 11 以 $x=-3$ 和 $x=2$ 分三段。① $x < -3: 2(2-x) - (x+3) = 1-3x > 7, x < -2$ ，與範圍取交集得 $x < -3$ 。② $-3 \leq x < 2: 2(2-x) + (x+3) = 7-x > 7, x < 0$ ，得 $-3 \leq x < 0$ 。③ $x \geq 2: 2(x-2) + (x+3) = 3x-1 > 7, x > \frac{8}{3}$ 。三段合起來： $x < 0$ 或 $x > \frac{8}{3}$ 。

每一段解出來都要和那一段的範圍取交集，最後再把三段聯集。

- 12 $x^{-1} = \frac{1}{6-\sqrt{35}} = 6+\sqrt{35}$ (因為 $36-35=1$)，所以 $x+x^{-1}=12$ 。(1) $x^3+x^{-3} = (x+x^{-1})^3 - 3(x+x^{-1}) = 1728-36=1692$ 。(2) $(x^{\frac{1}{2}}-x^{-\frac{1}{2}})^2 = x-2+x^{-1}=10$ 。又 $0 < x < 1$ ($6-\sqrt{35} \approx 0.08$)，所以 $x^{\frac{1}{2}} < 1 < x^{-\frac{1}{2}}$ ，差是負的， $x^{\frac{1}{2}}-x^{-\frac{1}{2}} = -\sqrt{10}$ 。

平方之後開根號有正負兩個可能，要回頭用 x 比 1 小來決定正負號。

填充 13~16：指數模型、絕對值的範圍、對數應用

- 13 代 $X=200, t=2, Y=50: (\frac{1}{2})^{\frac{2}{T}} = \frac{50}{200} = \frac{1}{4} = (\frac{1}{2})^2$ ，所以 $\frac{2}{T}=2, T=1$ 。再代 $Y=6.25, t=k: (\frac{1}{2})^k = \frac{6.25}{200} = \frac{1}{32} = (\frac{1}{2})^5$ ， $k=5$ 。 $(T,k) = (1, 5)$ 。

- 14 令 $f(x) = |x-2| - |x+3|$ ，分三段： $x \leq -3$ 時 $f(x) = (2-x) + (x+3) = 5$ ； $-3 < x < 2$ 時 $f(x) = (2-x) - (x+3) = -2x-1$ ，值從 5 連續降到 -5 (不含兩端)； $x \geq 2$ 時 $f(x) = (x-2) - (x+3) = -5$ 。所以 $f(x)$ 能取到的值恰為 -5 到 5 之間的每一個數 (含兩端)，方程式有實數解的條件是 $-5 \leq k \leq 5$ 。

用距離想： $f(x)$ 是「 x 到 2 的距離」減「 x 到 -3 的距離」，兩距離的差最多就是 2 和 -3 之間的距離 5。

- 15 $a=10^{3.6}, b=10^{1.2}$ ，所以 $b^3=10^{3.6}, 2a+b^3=3 \times 10^{3.6}$ 。由 $\log 3 \approx 0.4771$ 知 $3 \approx 10^{0.4771}$ ，所以 $2a+b^3 \approx 10^{0.4771+3.6} = 10^{4.0771}, \log(2a+b^3) \approx 4.0771$ ，四捨五入至整數位得 4。

$\log(2a+b^3)$ 不能拆成 $\log 2a + \log b^3$ ；要先把括號裡面合併成一個數。

- 16 A 溶液： $1.6 = -\log X$ ，所以 $\log X = -1.6$ 。B 溶液： $Y = -\log 0.5$ ，而 $0.5 = \frac{1}{2}$ ，所以 $10^Y = 10^{-\log 0.5} = \frac{1}{10^{\log 0.5}} = \frac{1}{0.5} = 2$ 。所求 $= -1.6 + 2 = 0.4 = \frac{2}{5}$ 。

看到 $10^{\log \square}$ 就直接換成 $\square$ ；看到 $\log a = \text{某數}$ ，就把 a 寫成 10 的那個次方再算。



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自成淵高中 114 學年度上學期高一第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。

御藍教育
ROYAL BLUE • EDUCATION



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/cysh-114a-g10-1