

高雄中山高中 114 學年度上學期 高一第一次段考



御藍教育

範圍：數與式、直線方程式（實數、絕對值、指數、常用對數、算幾不等式、分點公式、斜率與直線方程式）

· 多重選擇題 5 題（25 分）、填充題 13 題共 15 格（75 分）

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/cshs-114a-g10-1

一、多重選擇題（一題 5 分，共 25 分，錯一個選項扣 2 分）

1 下列哪些是無理數？

(A) $\sqrt{2} - 1.414$

(B) $0.8\overline{71}$

(C) $\sqrt{243}$

(D) $\pi + 1$

(E) $\frac{1}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}} - \frac{1}{\sqrt{2}-1}$

2 下列選項何者正確？

(A) $0.\overline{9} < 1$

(B) 若 a 是有理數且 b 是無理數，則 $a - b$ 是無理數

(C) $\sqrt{-3} = (-3)^{\frac{1}{2}}$

(D) 若 x 為實數，則 $x + \frac{1}{x}$ 必是大於或等於 2

(E) 若 $a > 0$ ，則 $\log 10^a = 10^{\log a}$

3 下列各不等式，哪些選項的解和不等式 $|x - 5| \leq 3$ 的解相同？

(A) $x \geq 8$ 或 $x \leq 2$

(B) $|x - 2| + |x - 8| = 6$

(C) $\left| -\frac{1}{5}x + 1 \right| \leq \frac{3}{5}$

(D) $1 \leq |x - 1| \leq 7$

(E) $-1 \leq |x - 3| \leq 5$

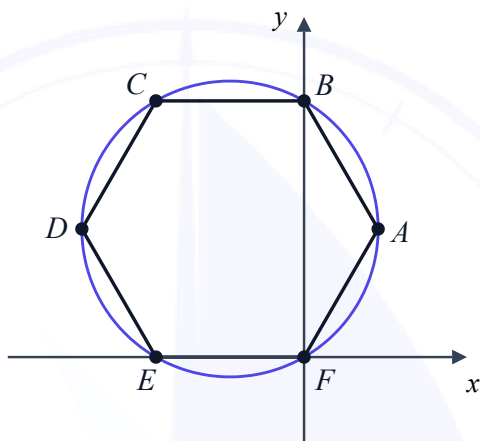


勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/cshs-114a-g10-1

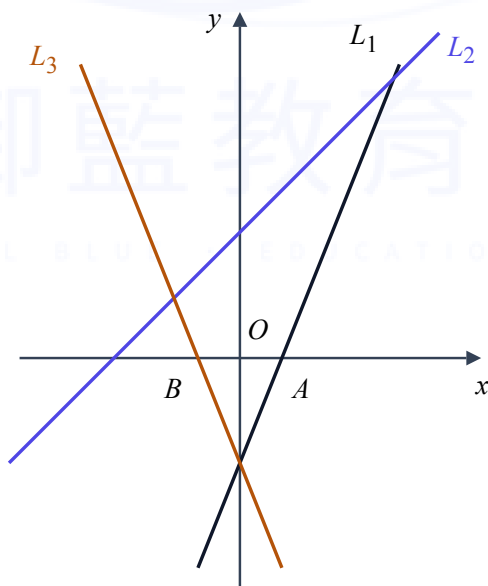
- 4 如右圖，將圓六等分的點分別為 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F ，設 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CD}$ 、 $\overline{DE}$ 、 $\overline{EF}$ 、 $\overline{FA}$ 六邊所在斜率分別為 m_1 、 m_2 、 m_3 、 m_4 、 m_5 、 m_6 ，且 $\overline{EF} = 2$ ，下列哪些正確？

- (A) $m_3 > 0$
 (B) $m_1 > m_2$
 (C) $m_4 \times m_6 = 3$
 (D) $\overline{BF} = 4$
 (E) 直線 $\overleftrightarrow{BE}$ 的方程式為 $y = \sqrt{3}(x + 2)$



- 5 在坐標平面上有三直線 $L_1: y = ax - 1$ 、 $L_2: y = x + b$ 、 $L_3: y = cx + d$ ，其圖形如右圖，已知 $\overline{OA} = \overline{OB}$ ，則下列哪些正確？

- (A) $a > 1$
 (B) $b > 0$
 (C) $c > -1$
 (D) $d = -1$
 (E) $bc + 1 > 0$



二、填充題（一格 5 分，共 75 分）注意：(1) 答案不可以用指數形式表示，例如 2 的三分之一次方須寫成三次根號 2。(2) 答案若為根號形式須化到最簡，例如根號 8 須寫成 2 倍根號 2。若違反以上 (1)(2) 之規定，則不予計分。(本頁第 6~17 題依序為原卷填充題 1~12，第 18~20 題為原卷填充題 13 的 (1)(2)(3))

6 化簡 $\frac{2x-1}{x^2-x-2} - \frac{x+2}{x+1} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7 試求 $(0.25)^{-\frac{1}{2}} + \left(\frac{81}{16}\right)^{0.25} + (\sqrt{5} + \sqrt{3})^{-3} (\sqrt{5} - \sqrt{3})^{-3} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8 $\log 0.0001 + \log 10^{-21} \times 10^{\log \frac{1}{3}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

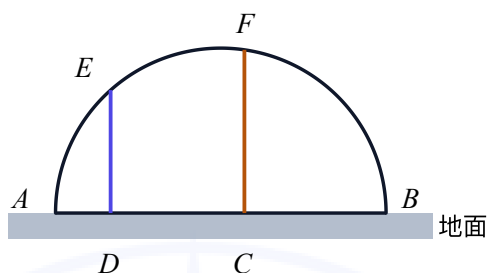
9 設 $a、b、c$ 為 1 至 9 的正整數，若 $\frac{399}{900} < 0.\overline{abc} < \frac{400}{900}$ ，則 $(a, b, c) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

10 設 a 為正整數且 $0 < a < 9$ ，若 $8 \times (3^2 + 3 + 1)(3^2 - 3 + 1)(3^6 + 1)(3^{12} + 1) + 1 = a^b$ ，則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

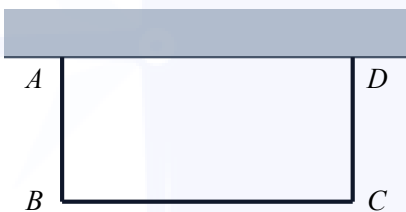
11 已知 $a、b$ 為實數，且不等式 $1 < |ax + 3| < b$ 之解為 $-3 < x < 1$ 或 $2 < x < 6$ ，則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



- 12 阿呆和正男在公園玩耍，兩人都想要爬到一個半圓形的遊樂器材上（如右圖），圖中 $\overline{AB}$ 為圓的直徑（ $\overline{AB}$ 為地面），且 $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{CF} \perp \overline{AB}$ 。若 $\overline{AB} = 42$ 單位長， $\overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 5$ ， $\overline{AC} : \overline{BC} = 4 : 3$ ，其中阿呆選中竿子 $\overline{DE}$ ，而正男選中竿子 $\overline{CF}$ ，試求：正男比阿呆多爬了 ____ 單位長。



- 13 小明設計一塊模型農地，想用籬笆圍一塊長方形田地，其中靠牆的一邊（ $\overline{AD}$ ）不圍（如右圖所示），已知圍出來的面積為 12 cm^2 ，若 $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 的造價為 30 元/cm， $\overline{BC}$ 的造價為 20 元/cm，則小明最少要花 ____ 元才能製作出這塊田地。

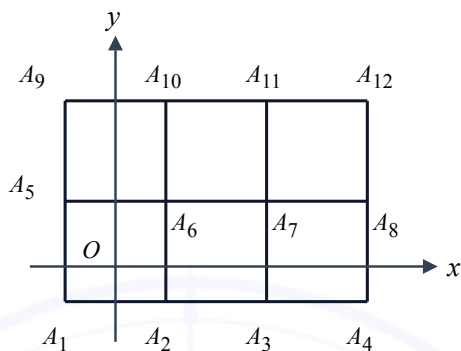


- 14 某手機程式，每次點擊螢幕上的數 a 後（ $a > 0$ ），螢幕上的數會變成 $\sqrt{a}$ 。當一開始時螢幕上的數為 N （ $N > 0$ ）且連續點擊螢幕 5 次後，螢幕上的數為 3，請問 N 是 ____ 位數。（已知 $10^{0.4771} \approx 3$ ）

- 15 若定義飲料中糖分的濃度 S 與甜度等級 K 的關係為 $\log S = \frac{1}{4}K + p$ ，其中 p 為一實數。已知珍珠奶茶的甜度等級為 12，梅子冰茶的甜度等級為 6，試問：珍珠奶茶糖分濃度是梅子冰茶的糖分濃度的 ____ 倍。



- 16 如右圖，每一個小方格都是正方形，如果將每個小方格的頂點 (A_1 、 A_2 、 A_3 、...、 A_{12}) 的坐標 (x, y) 代入 $202x - 101y = k$ ，請問會得到 _____ 個不同的 k 值。



- 17 小明在天文網站上看到以下的資訊「可利用北斗七星斗杓的天璇與天樞這兩顆星來尋找北極星：由天璇起駛向天樞的方向延伸便可找到北極星，其中天樞與北極星的距離為天樞與天璇距離的 5 倍。」今小明將所見的星空想像成一個坐標平面，其中天璇的坐標為 $(7, 3)$ ，天樞的坐標為 $(5, 6)$ 。依上述資訊求北極星的坐標為 _____。

填充題 13 坐標平面上，已知一點 $P(-1, 0)$ 及 $\triangle ABC$ 之三頂點 $A(3, 1)$ 、 $B(2, 6)$ 、 $C(5, 2)$ ，試求：

- 18 (1) 過 A 點且與 $\overleftrightarrow{BC}$ 平行的直線方程式為 _____。(請以 $ax + by + c = 0$ 形式表示)

- 19 (2) $\overline{BC}$ 上的高的直線方程式為 _____。(請以 $ax + by + c = 0$ 形式表示)

- 20 (3) 若直線 L 過 P 點且與 $\triangle ABC$ 有交點，設直線 L 的斜率為 m ，求 m 的範圍為 _____。



網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/cshs-114a-g10-1

答案一覽

第 1 題 (A)(C)(D)

第 2 題 (B)(E)

第 3 題 (B)(C)

第 4 題 (A)(E)

第 5 題 (A)(B)(D)

第 6 題 $\frac{-x+3}{x-2}$

第 7 題 $\frac{29}{8}$

第 8 題 -11

第 9 題 (4, 4, 3)

第 10 題 (3, 24)

第 11 題 (-2, 9)

第 12 題 $12\sqrt{3} - 7\sqrt{5}$

第 13 題 240

第 14 題 16

第 15 題 $10\sqrt{10}$

第 16 題 9

第 17 題 (-5, 21)

第 18 題 $4x + 3y - 15 = 0$

第 19 題 $3x - 4y - 5 = 0$

第 20 題 $\frac{1}{4} \leq m \leq 2$

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。(不用註冊)
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit (可以先把姓名、座號遮掉)



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/cshs-114a-g10-1

多選 1~3：有理數與無理數、基本性質、絕對值不等式

- 1 答案 (A)(C)(D)。(A) 是：1.414 是有理數，無理數 $\sqrt{2}$ 減去有理數仍是無理數。(B) 不是：循環小數是有理數。(C) 是： $\sqrt{243} = \sqrt{81 \times 3} = 9\sqrt{3}$ 。(D) 是：無理數 π 加上有理數 1 仍是無理數。(E) 不是： $3 + 2\sqrt{2} = (\sqrt{2} + 1)^2$ ，所以 $\frac{1}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2}-1$ ； $\frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}+1$ ；相減得 $(\sqrt{2}-1) - (\sqrt{2}+1) = -2$ ，是有理數。
1.414 只是 $\sqrt{2}$ 的近似值，兩者不相等，所以 (A) 不是 0。
- 2 答案 (B)(E)。(A) 錯：設 $x = 0.\bar{9}$ ，則 $10x = 9.\bar{9}$ ，相減得 $9x = 9$ ， $x = 1$ ，兩者相等。(B) 對：若 $a - b = r$ 是有理數，則 $b = a - r$ 是有理數，矛盾。(C) 錯：實數的範圍內負數不能開平方，分數指數也只對正的底數定義，兩邊都沒有意義。(D) 錯：取 $x = -1$ ， $x + \frac{1}{x} = -2$ ；要 $x > 0$ 才有 $x + \frac{1}{x} \geq 2$ 。(E) 對： $\log 10^a = a$ ；而 $\log a$ 就是「10 的幾次方等於 a 」的那個次方，所以 $10^{\log a} = a$ 。兩邊都等於 a 。(E) 的兩邊分別是「先取 10 的次方再取 $\log$ 」與「先取 $\log$ 再取 10 的次方」，後者需要 $a > 0$ 。
- 3 答案 (B)(C)。 $|x - 5| \leq 3$ 的解是 $2 \leq x \leq 8$ 。(A) 不同：那是 $|x - 5| \geq 3$ 的解。(B) 相同： $|x - 2| + |x - 8|$ 是 x 到 2、到 8 的距離和，而 2 和 8 相距 6，距離和等於 6 恰好是 x 在 2 和 8 之間（含端點）。(C) 相同：兩邊同乘以 5 得 $|-x + 5| \leq 3$ ，就是 $|x - 5| \leq 3$ 。(D) 不同： $1 \leq |x - 1| \leq 7$ 的解是 $2 \leq x \leq 8$ 或 $-6 \leq x \leq 0$ ，多了一段。(E) 不同： $|x - 3| \geq -1$ 恆成立，只剩 $|x - 3| \leq 5$ ，解是 $-2 \leq x \leq 8$ 。
(D) 的絕對值夾在兩個正數之間，解有左右兩段，只看右邊那段會誤以為相同。

多選 4~5：由圖形讀出斜率與截距

- 4 答案 (A)(E)。由圖， F 在原點、 E 在 x 軸負向、 B 在 y 軸上， $\overline{EF} = 2$ ，所以 $E(-2, 0)$ 、 $F(0, 0)$ 。正六邊形邊長 2，圓的半徑也是 2，圓心在 $\overline{EF}$ 的中垂線上、距 $\overline{EF}$ 為 $\sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$ ，即 $(-1, \sqrt{3})$ 。六個頂點為 $A(1, \sqrt{3})$ 、 $B(0, 2\sqrt{3})$ 、 $C(-2, 2\sqrt{3})$ 、 $D(-3, \sqrt{3})$ 、 $E(-2, 0)$ 、 $F(0, 0)$ 。斜率： $m_1 = \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{3}}{0 - 1} = -\sqrt{3}$ ， $m_2 = 0$ ， $m_3 = \frac{\sqrt{3} - 2\sqrt{3}}{-3 - (-2)} = \sqrt{3}$ ， $m_4 = \frac{0 - \sqrt{3}}{-2 - (-3)} = -\sqrt{3}$ ， $m_5 = 0$ ， $m_6 = \frac{\sqrt{3} - 0}{1 - 0} = \sqrt{3}$ 。(A) 對： $m_3 = \sqrt{3} > 0$ 。(B) 錯： $-\sqrt{3} < 0$ 。(C) 錯： $m_4 \times m_6 = -3$ 。(D) 錯： $\overline{BF} = 2\sqrt{3}$ 。(E) 對： $\overrightarrow{BE}$ 的斜率是 $\frac{2\sqrt{3} - 0}{0 - (-2)} = \sqrt{3}$ ，且過 $E(-2, 0)$ ，方程式為 $y = \sqrt{3}(x + 2)$ 。
正六邊形的對邊互相平行，所以 $m_1 = m_4$ 、 $m_2 = m_5$ 、 $m_3 = m_6$ ，只要算三個。
- 5 答案 (A)(B)(D)。 L_1 的 y 截距是 -1 ；圖中 L_3 和 L_1 交在 y 軸上同一點，所以 $d = -1$ ，(D) 對。 L_1 交 x 軸於 $A\left(\frac{1}{a}, 0\right)$ ， L_3 交 x 軸於 $B\left(\frac{1}{c}, 0\right)$ ； A 、 B 在原點兩側且 $\overline{OA} = \overline{OB}$ ，所以 $\frac{1}{c} = -\frac{1}{a}$ ， $c = -a$ 。 L_2 的 y 截距在 x 軸上方， $b > 0$ ，(B) 對。 L_1 、 L_2 的交點滿足 $ax - 1 = x + b$ ，即 $(a - 1)x = b + 1$ ；圖中交點在第一象限， $x > 0$ ，而 $b + 1 > 0$ ，所以 $a - 1 > 0$ ， $a > 1$ ，(A) 對。於是 $c = -a < -1$ ，(C) 錯。 L_2 交 x 軸於 $(-b, 0)$ ，圖中它在 $B\left(-\frac{1}{a}, 0\right)$ 的左邊，所以 $-b < -\frac{1}{a}$ ， $b > \frac{1}{a}$ ， $ab > 1$ ； $bc + 1 = -ab + 1 < 0$ ，(E) 錯。
 L_1 比斜率 1 的 L_2 更陡，也可以直接看出 $a > 1$ 。(E) 要用到 L_2 的 x 截距點在 B 的左邊這個位置關係。



由圖判斷係數時，先把每條線的 x 截距、 y 截距用係數寫出來，再把圖上的左右、上下關係翻成不等式。

填充 1~6 (第 6~11 題)：式的化簡、指數與對數求值、循環小數、絕對值

6 $x^2 - x - 2 = (x-2)(x+1)$ 。通分： $\frac{2x-1}{(x-2)(x+1)} - \frac{(x+2)(x-2)}{(x+1)(x-2)} = \frac{2x-1-(x^2-4)}{(x-2)(x+1)} = \frac{-x^2+2x+3}{(x-2)(x+1)}$ 。分子 $-x^2+2x+3 = -(x-3)(x+1)$ ，約去 $x+1$ 得 $\frac{-(x-3)}{x-2} = \frac{-x+3}{x-2}$ 。

分子算完還能再因式分解，要約到最簡。寫成 $\frac{3-x}{x-2}$ 或 $-\frac{x-3}{x-2}$ 都是同一個式子。

7 $(0.25)^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} = 4^{\frac{1}{2}} = 2$ ； $\left(\frac{81}{16}\right)^{0.25} = \left(\frac{3^4}{2^4}\right)^{\frac{1}{4}} = \frac{3}{2}$ ； $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^{-3}(\sqrt{5}-\sqrt{3})^{-3} = [(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})]^{-3} = (5-3)^{-3} = \frac{1}{8}$ 。相加： $2 + \frac{3}{2} + \frac{1}{8} = \frac{29}{8}$ 。

第三項兩個括號的指數相同，先把底數相乘（平方差）再取次方。

8 先乘後加。 $\log 0.0001 = \log 10^{-4} = -4$ ； $\log 10^{-21} = -21$ ； $10^{\log \frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$ 。所以原式 $= -4 + (-21) \times \frac{1}{3} = -4 - 7 = -11$ 。

$10^{\log \frac{1}{3}}$ 是「10 的某次方」，那個次方正好讓結果等於 $\frac{1}{3}$ 。

9 $\frac{399}{900} = \frac{133}{300} = 0.44\bar{3} = 0.44333\ldots$ ， $\frac{400}{900} = \frac{4}{9} = 0.\bar{4} = 0.44444\ldots$ 。夾在這兩數之間的小數，前兩位一定是 4、4，所以 $a = 4$ 、 $b = 4$ ，這個數是 $0.44\bar{c} = 0.44c4c\ldots$ 。 $c = 3$ 時是 $0.44343\ldots$ ，比 $0.44333\ldots$ 大、比 $0.44444\ldots$ 小，符合。 $c = 4$ 時等於 $0.\bar{4}$ ，不是「小於」； $c \leq 2$ 時小於 0.443 ， $c \geq 5$ 時大於 0.445 ，都不符合。所以 $(a, b, c) = (4, 4, 3)$ 。

循環節是 bc 兩位， a 不循環； $c = 4$ 會剛好等於右端，嚴格不等式不成立。

10 $8 = 3^2 - 1 = (3-1)(3+1)$ 。 $(3-1)(3^2+3+1) = 3^3 - 1$ ， $(3+1)(3^2-3+1) = 3^3 + 1$ ，兩者相乘得 $3^6 - 1$ 。再乘 $(3^6 + 1)$ 得 $3^{12} - 1$ ，再乘 $(3^{12} + 1)$ 得 $3^{24} - 1$ 。加上 1 就是 3^{24} 。 a 是小於 9 的正整數， 3^{24} 只含質因數 3，所以 $a = 3$ 、 $b = 24$ 。

把 8 拆成 $(3-1)(3+1)$ 是關鍵，分別配上立方差、立方和公式。 $3^{24} = 9^{12}$ ，但題目限定 $a < 9$ 。

11 $1 < |ax+3| < b$ 的解是以 $x = -\frac{3}{a}$ 為中心、左右對稱的兩段。兩段 $-3 < x < 1$ 、 $2 < x < 6$ 的對稱中心是 $\frac{-3+6}{2} = \frac{3}{2}$ （也等於 $\frac{1+2}{2}$ ），所以 $-\frac{3}{a} = \frac{3}{2}$ ， $a = -2$ 。此時 $|-2x+3| = 2\left|x - \frac{3}{2}\right|$ ，不等式成為 $\frac{1}{2} < \left|x - \frac{3}{2}\right| < \frac{b}{2}$ 。內側端點 1、2 到中心的距離是 $\frac{1}{2}$ ，相符；外側端點 -3、6 到中心的距離是 $\frac{9}{2}$ ，所以 $\frac{b}{2} = \frac{9}{2}$ ， $b = 9$ 。

驗算： $1 < |-2x+3| < 9$ 即 $1 < |2x-3| < 9$ ，解得 $2 < x < 6$ 或 $-3 < x < 1$ 。



填充 7~10 (第 12~15 題)：半圓、算幾不等式、位數與對數

- 12 半徑是 21，設圓心為 O ($\overline{AB}$ 的中點)。 $\overline{AD} = 42 \times \frac{1}{6} = 7$ ，所以 $\overline{OD} = 21 - 7 = 14$ ； E 在圓上， $\overline{OE} = 21$ ，由畢氏定理 $\overline{DE} = \sqrt{21^2 - 14^2} = \sqrt{245} = 7\sqrt{5}$ 。 $\overline{AC} = 42 \times \frac{4}{7} = 24$ ，所以 $\overline{OC} = 24 - 21 = 3$ ， $\overline{CF} = \sqrt{21^2 - 3^2} = \sqrt{432} = 12\sqrt{3}$ 。正男比阿呆多爬 $12\sqrt{3} - 7\sqrt{5}$ 單位長。
也可以用 $\overline{DE}^2 = \overline{AD} \times \overline{DB} = 7 \times 35$ 、 $\overline{CF}^2 = \overline{AC} \times \overline{CB} = 24 \times 18$ 。 $12\sqrt{3} \approx 20.8$ 、 $7\sqrt{5} \approx 15.7$ ，差是正的。
- 13 設 $\overline{AB} = \overline{CD} = x$ 、 $\overline{BC} = y$ (單位 cm)，則 $xy = 12$ ，花費是 $30x + 30x + 20y = 60x + 20y$ 元。由算幾不等式 $\frac{60x + 20y}{2} \geq \sqrt{60x \cdot 20y} = \sqrt{1200 \times 12} = \sqrt{14400} = 120$ ，所以 $60x + 20y \geq 240$ 。等號在 $60x = 20y$ 時成立，即 $y = 3x$ ，代入 $xy = 12$ 得 $x = 2$ 、 $y = 6$ 。最少要花 240 元。
 $\overline{AB}$ 和 $\overline{CD}$ 兩邊都要圍，所以是 $60x$ 不是 $30x$ ；靠牆的 $\overline{AD}$ 不用花錢。
- 14 每點擊一次就是取 $\frac{1}{2}$ 次方，點 5 次後是 $N^{\frac{1}{32}} = 3$ ，所以 $N = 3^{32}$ 。 $3 \approx 10^{0.4771}$ ， $N \approx 10^{0.4771 \times 32} = 10^{15.2672}$ ，介於 10^{15} 和 10^{16} 之間，是 16 位數。
開 5 次根號是 $\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$ 次方，不是 $\frac{1}{10}$ 次方。
- 15 $\log S = \frac{1}{4}K + p$ 表示 $S = 10^{\frac{1}{4}K+p}$ 。珍珠奶茶： $S_1 = 10^{3+p}$ ；梅子冰茶： $S_2 = 10^{\frac{3}{2}+p}$ 。 $\frac{S_1}{S_2} = 10^{(3+p)-(\frac{3}{2}+p)} = 10^{\frac{3}{2}} = 10\sqrt{10}$ 。
 p 在相除時消掉，不必知道它的值。依卷面規定答案不能寫成 $10^{\frac{3}{2}}$ ，要寫 $10\sqrt{10}$ 。

算幾不等式求極值時，把要求的式子拆成兩項，讓兩項的乘積是已知的定值。

填充 11~13 (第 16~20 題)：直線方程式

- 16 設小方格邊長為 s ， A_1 的坐標為 (x_0, y_0) 。從 A_1 往右 i 格、往上 j 格的頂點是 $(x_0 + is, y_0 + js)$ ($i = 0, 1, 2, 3$ ； $j = 0, 1, 2$)，代入得 $k = 202(x_0 + is) - 101(y_0 + js) = (202x_0 - 101y_0) + 101s(2i - j)$ 。
。 k 的值由 $2i - j$ 決定： $i = 0$ 時為 $0, -1, -2$ ； $i = 1$ 時為 $2, 1, 0$ ； $i = 2$ 時為 $4, 3, 2$ ； $i = 3$ 時為 $6, 5, 4$ 。不同的值是 $-2, -1, 0, 1, \dots, 6$ ，共 9 個。
 $202x - 101y = k$ 是斜率 2 的直線；同一條斜率 2 的直線上的頂點 (例如 A_1 、 A_6 ； A_2 、 A_7 、 A_{12}) 得到相同的 k 。
。12 個頂點落在 9 條平行線上。
- 17 設天璇 $M(7, 3)$ 、天樞 $D(5, 6)$ 、北極星 $N(x, y)$ 。 N 在 M 往 D 的延長線上，且 $\overline{DN} = 5\overline{MD}$ ，所以 D 在 $\overline{MN}$ 上， $\overline{MD} : \overline{DN} = 1 : 5$ 。由分點公式 $5 = \frac{5 \times 7 + 1 \times x}{6}$ ，得 $x = -5$ ； $6 = \frac{5 \times 3 + 1 \times y}{6}$ ，得 $y = 21$ 。北極星的坐標為 $(-5, 21)$ 。
從天璇到天樞是 x 減 2、 y 加 3，再往同方向走 5 倍： $(5 - 10, 6 + 15) = (-5, 21)$ ，結果相同。
- 18 (1) $\overrightarrow{BC}$ 的斜率是 $\frac{2-6}{5-2} = -\frac{4}{3}$ 。平行線斜率相同，過 $A(3, 1)$ ： $y - 1 = -\frac{4}{3}(x - 3)$ ，整理得 $4x + 3y - 15 = 0$ 。
- 19 (2) $\overline{BC}$ 上的高過頂點 A 且與 $\overrightarrow{BC}$ 垂直，斜率是 $\frac{3}{4}$ (與 $-\frac{4}{3}$ 相乘為 -1)。過 $A(3, 1)$ ： $y - 1 = \frac{3}{4}(x - 3)$ ，整理得 $3x - 4y - 5 = 0$ 。
 $\overline{BC}$ 上的高是從對面的頂點 A 作的，不是過 B 或 C 。



20 (3) $P(-1, 0)$ 到三個頂點的斜率： $m_{PA} = \frac{1-0}{3+1} = \frac{1}{4}$ ， $m_{PB} = \frac{6-0}{2+1} = 2$ ， $m_{PC} = \frac{2-0}{5+1} = \frac{1}{3}$ 。三個頂點都在 P 的右邊，直線 L 繞著 P 轉時，從過 A （斜率最小）轉到過 B （斜率最大）之間都會碰到三角形，中間不經過鉛直線，所以 $\frac{1}{4} \leq m \leq 2$ 。

三個斜率都要算，取最小和最大的； C 的斜率 $\frac{1}{3}$ 夾在中間。過頂點也算有交點，所以兩端有等號。

過定點的直線與圖形有交點的斜率範圍：把定點到各頂點的斜率都算出來，再確認旋轉過程中會不會經過鉛直線。



御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自高雄中山高中 114 學年度上學期高一第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。

御藍教育
ROYAL BLUE · EDUCATION



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/cshs-114a-g10-1