

成功高中 114 學年度上學期 高一第一次段考



御藍教育

範圍：數與式（實數、絕對值、指數、常用對數） · 單選題 2 題（12 分）、多選題 2 題（16 分）、填充題 12 題（60 分）、混合題 1 題組 3 小題（12 分）

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/cksh-114a-g10-1

第壹部分：選擇（填）題（占 88 分） 一、單選題（占 12 分）說明：第 1 題至第 2 題，每題 6 分。

1 下列哪一個選項的分數可以化成有限小數？

- (1) $\frac{64}{14}$
- (2) $\frac{14}{385}$
- (3) $\frac{15}{861}$
- (4) $\frac{123}{9999}$
- (5) $\frac{35}{63}$

2 下列哪一個選項的敘述是正確的？

- (1) 若 2^a 是有理數， 3^b 為無理數，則 $2^a \cdot 3^b$ 有可能是有理數
- (2) 若 a, b, c, d 是有理數，且 $a\sqrt{3} + b\sqrt{12} = c\sqrt{3} + d\sqrt{12}$ ，則 $a = c$ 且 $b = d$
- (3) 若 a, b 是有理數， c, d 無理數，則 $a + b \times c + d$ 必為無理數
- (4) 若 $\log a, \log b$ 是有理數，則 $(\log a) \times (\log b)$ 必為有理數
- (5) 若 $\log a, \log b$ 是無理數，則 $a + b$ 必為無理數

二、多選題（占 16 分）說明：第 3 題至第 4 題，每題 8 分。（8-5-2-0）

3 下列哪一個選項的 x 是無解？

- (1) $|x - 2| + |x + 5| = 4$
- (2) $|x - 2| + |x + 5| \leq 9$
- (3) $|x - 2| - |x + 5| \geq 8$
- (4) $|x - 2| - |x + 5| \leq 4$
- (5) $|x - 2| - |x + 5| < 5$



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/cksh-114a-g10-1

4 若 a, n 皆為實數，則下列哪一個選項的敘述或式子是正確的？

(1) $(-2)^{-\sqrt{3}} = \frac{1}{(-2)^{\sqrt{3}}}$

(2) 若 $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 2$ ，則 $a^{2025} + a^{-2025} = 2$

(3) $\sqrt[6]{-2} = (-2)^{\frac{1}{6}}$

(4) $10^{n \log 2} = n \cdot 2$

(5) $\log(-2)^2 + \log 3^2 = \log(-2 \times 3)^2$

三、填充題（占 60 分）說明：第 5 題至第 16 題，每題 5 分。

5 若 $\sqrt[3]{729} \times \left(\frac{1}{6}\right)^{-5} \div 72^3 \times 36^{\frac{1}{3}} = 2^m \times 3^n$ ，則序對 $(m, n) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6 若 $|2x - 3| < 4$ ，則 x 的範圍為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

7 試求 $\left[(\sqrt{3})^{\frac{1}{3}} - (\sqrt{3})^{-\frac{1}{3}}\right] \left[(\sqrt{9})^{\frac{1}{3}} + (\sqrt{9})^{-\frac{1}{3}} + 1\right]$ 的值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

8 若 x 為 $\frac{\sqrt{5+\sqrt{21}}}{\sqrt{5-\sqrt{21}}}$ 的小數部分，則 $x + \frac{3}{x}$ 的值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

9 數線上兩點 $A(\sqrt{3-\sqrt{8}})$ 、 $B(\sqrt{17+12\sqrt{2}})$ ，若 P 點在 $\overline{AB}$ 線段上，且滿足 $\overline{PB} = 3\overline{PA}$ ，試求 P 點坐標 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10 若 $106^x = 81$ ， $2862^y = 27$ ，則 $\frac{4}{x} - \frac{3}{y}$ 的值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

11 若 a, b 為實數，已知 $a^2 + 36b^2 = 8$ ，試求 ab 的最小值 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



12 解不等式 $2|x+1| - |x-6| \geq 3x-4$ ，則 x 的範圍 ____。

13 若 $x^2 - x + \log 2 \times \log 5 = 0$ ，則 x 的值為 ____。

14 若不等式 $\begin{cases} |x-1| \leq 3 \\ |x-a| \geq 6 \end{cases}$ 的解為 $3 \leq x \leq 4$ ，試求 a 值 ____。

15 若 $a = \sqrt{11} - \sqrt{6}$ ， $b = \sqrt{6} - \sqrt{2}$ ， $c = \sqrt{5} - \sqrt{2}$ ，則 a, b, c 由大而小依序寫出為 ____。

16 某一天后級歌手開演唱會，因門票一票難求，故在場外架設 25 台直播的電視牆。已知每一台電視牆發出 108 分貝的聲音，且已知聲音的分貝 s 與聲音的強度 ω 的關係為 $s = 10 \cdot \log \omega$ 。主辦方為避免被投訴而遭環保局開罰，欲控制電視牆的聲音在 120 分貝以內，則請問場外的電視牆至少要關閉 ____ 台，才能達到主辦方的要求。 $(10^{0.2} \approx 1.585)$

第貳部分：混合題（占 12 分） 說明：本部分共有 1 題組，每一子題配分標於題末。限在標示題號作答區內作答。選擇題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。非選擇題由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

17-19 題組 我們常用 pH 值來表示溶液的酸鹼程度。其中 pH 值是以溶液中的氫離子濃度 $[H^+]$ 計算出來的， pH 值與溶液中氫離子濃度 $[H^+]$ 的關係式為： $pH = -\log[H^+]$ 。今有 pH 值 4.3 的蜂蜜水 300 ml， pH 值 2.3 的檸檬水 300 ml。



17 檸檬水 $[H^+]$ 濃度是蜂蜜水 $[H^+]$ 濃度的幾倍？（單選題，3 分）

- (1) $\frac{2}{3}$
- (2) $\frac{1}{100}$
- (3) 100
- (4) $\frac{3}{2}$
- (5) $\frac{23}{43}$

18 將現有的蜂蜜水與檸檬水全部混合成蜂蜜檸檬水，混合後的 pH 值為何 ____。（四捨五入至小數點以下第一位， $\log 5.05 \approx 0.7032$ ）（填充題，4 分）

19 欲將現有的蜂蜜水和檸檬水各取一些出來調配成 $pH = 3.3$ 的蜂蜜檸檬水 330 ml，請問各需多少 ml 才能調製出來。（非選擇題，5 分）

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



網頁版 (答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章) : royalblue-education.com/school-exams/cksh-114a-g10-1

答案一覽

第 1 題 (3)

第 2 題 (4)

第 3 題 (1)(3)

第 4 題 (2)(5)

第 5 題 $\left(-\frac{10}{3}, \frac{5}{3}\right)$

第 6 題 $-\frac{1}{2} < x < \frac{7}{2}$

第 7 題 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

第 8 題 $\sqrt{21}$

第 9 題 $\frac{5\sqrt{2}}{4}$

第 10 題 -3

第 11 題 $-\frac{2}{3}$

第 12 題 $x \leq 6$

第 13 題 $\log 2$ 或 $\log 5$

第 14 題 -3

第 15 題 b, a, c

第 16 題 10

第 17 題 (3)

第 18 題 2.6

第 19 題 蜂蜜水 300 ml、檸檬水 30 ml

單選 1~2：有限小數與有理數的判斷

- 1 答案 (3)。分數先約成最簡分數，分母只含質因數 2 和 5 才能化成有限小數。(1) $\frac{64}{14} = \frac{32}{7}$ ；(2) $\frac{385}{15} = \frac{77}{3}$ ；(3) $123 = 3 \times 41$ ， $861 = 3 \times 7 \times 41$ ， $\frac{861}{123} = 7$ 是整數，可以；(4) $9999 = 3^2 \times 11 \times 101$ 與 $35 = 5 \times 7$ 互質，分母含 7；(5) $1042 = 2 \times 521$ ，與 63 互質，分母含 521。

判斷前一定要先約分：(3) 看起來分母有 3 和 41，約分後分母是 1。



- 2 答案 (4)。(1) 錯： $2^a > 0$ 是有理數，非零有理數乘無理數一定是無理數。(2) 錯： $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ，等式只能推出 $a + 2b = c + 2d$ ，例如 $a = 2, b = 0, c = 0, d = 1$ 。(3) 錯：取 $b = 1, c = \sqrt{2}, d = -\sqrt{2}, a + bc + d = a$ 是有理數。(4) 對：有理數乘有理數還是有理數。(5) 錯： $a = 2, b = 8, \log 2, \log 8$ 都是無理數，但 $a + b = 10$ 。

判斷「必為」的敘述，找一個反例就能推翻；(3) 的反例是讓兩個無理部分互相抵消。

有限小數先約分再看分母；有理、無理的敘述先想封閉性，再找反例。

多選 3~4：絕對值的範圍與指數、對數的定義

- 3 答案 (1)(3)。 $|x - 2| + |x + 5|$ 是數線上 x 到 2 與到 -5 的距離和，最小值是兩點距離 7 ($-5 \leq x \leq 2$ 時)，沒有最大值；所以 (1) = 4 無解，(2) ≤ 9 有解（例如 $x = 0$ ）。 $|x - 2| - |x + 5|$ 是距離差，範圍是 -7 到 7；所以 (3) ≥ 8 無解，(4) ≤ 4 、(5) < 5 都有解（例如 $x = 0$ 時值為 -3 ）。

距離和的最小值、距離差的範圍，都由兩點距離 7 決定。

- 4 答案 (2)(5)。(1) 錯：底數是負數時，指數只能是整數， $(-2)^{-\sqrt{3}}$ 沒有定義。(2) 對：令 $t = a^{\frac{1}{2}} > 0$ ， $t + \frac{1}{t} = 2$ 得 $(t - 1)^2 = 0$ ， $t = 1$ ， $a = 1$ ，所以 $a^{2025} + a^{-2025} = 1 + 1 = 2$ 。(3) 錯：偶次方根內不能是負數， $\sqrt[6]{-2}$ 在實數裡沒有定義。(4) 錯： $10^{n \log 2} = (10^{\log 2})^n = 2^n$ ，不是 $2n$ 。(5) 對：左邊 $\log 4 + \log 9 = \log 36$ ，右邊 $\log(-6)^2 = \log 36$ 。

(5) 裡的 $\log(-2)^2$ 是 $\log 4$ ，先平方再取對數，所以有意義。

填充 5~9：指數律、雙重根號與分點

- 5 全部化成 2、3 的次方： $\sqrt[3]{729} = 3^2$ ， $(\frac{1}{6})^{-5} = 6^5 = 2^5 \cdot 3^5$ ， $72^3 = (2^3 \cdot 3^2)^3 = 2^9 \cdot 3^6$ ， $36^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{\frac{2}{3}}$ 。由左而右計算，2 的次方： $5 - 9 + \frac{2}{3} = -\frac{10}{3}$ ；3 的次方： $2 + 5 - 6 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$ 。答案 $(m, n) = (-\frac{10}{3}, \frac{5}{3})$ 。

- 6 $|2x - 3| < 4 \iff -4 < 2x - 3 < 4 \iff -1 < 2x < 7$ ，所以 $-\frac{1}{2} < x < \frac{7}{2}$ 。

- 7 令 $t = (\sqrt{3})^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{6}}$ ，則 $(\sqrt{9})^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{3}} = t^2$ 。原式 $= (t - \frac{1}{t})(t^2 + 1 + \frac{1}{t^2}) = t^3 - \frac{1}{t^3}$ （立方差公式）。 $t^3 = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$ ，所以答案 $\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ 。

看出第二個括號是 $t^2 + 1 + t^{-2}$ ，就能直接用立方差，不必展開。

- 8 分子分母同乘 $\sqrt{5 + \sqrt{21}}$ ：原數 $= \frac{5 + \sqrt{21}}{\sqrt{25 - 21}} = \frac{5 + \sqrt{21}}{2}$ 。 $4 < \sqrt{21} < 5$ ，所以原數介於 4.5 和 5 之間，整數部分是 4， $x = \frac{5 + \sqrt{21}}{2} - 4 = \frac{\sqrt{21} - 3}{2}$ 。 $\frac{3}{x} = \frac{6}{\sqrt{21} - 3} = \frac{6(\sqrt{21} + 3)}{12} = \frac{\sqrt{21} + 3}{2}$ ，相加得 $\sqrt{21}$ 。

- 9 $3 - \sqrt{8} = 3 - 2\sqrt{2} = (\sqrt{2} - 1)^2$ ，所以 $A = \sqrt{2} - 1$ ； $17 + 12\sqrt{2} = 17 + 2\sqrt{72} = (3 + 2\sqrt{2})^2$ ，所以 $B = 3 + 2\sqrt{2}$ 。 P 在線段上且 $\overline{AP} : \overline{PB} = 1 : 3$ ， $P = \frac{3A + 1 \cdot B}{4} = \frac{3\sqrt{2} - 3 + 3 + 2\sqrt{2}}{4} = \frac{5\sqrt{2}}{4}$ 。

分點公式的權重是交叉的：離 A 近， A 的權重大。



填充 10~14：對數運算、算幾不等式與絕對值不等式

10 $x = \frac{\log 81}{\log 106} = \frac{4 \log 3}{\log 106}$ ，所以 $\frac{4}{x} = \frac{\log 106}{\log 3}$ ；同理 $\frac{3}{y} = \frac{\log 2862}{\log 3}$ 。相減： $\frac{\log 106 - \log 2862}{\log 3} = \frac{\log \frac{1}{27}}{\log 3} = \frac{-3 \log 3}{\log 3} = -3$ 。

2862 = 106 × 27，數字設計成可以整除。

11 a^2 與 $36b^2 = (6b)^2$ 用算幾不等式： $a^2 + (6b)^2 \geq 2|a| \cdot |6b| = 12|ab|$ ，所以 $12|ab| \leq 8$ ， $|ab| \leq \frac{2}{3}$ ， $ab \geq -\frac{2}{3}$ 。等號在 $|a| = |6b|$ ，取 $a = 2$ ， $b = -\frac{1}{3}$ 時 $a^2 + 36b^2 = 4 + 4 = 8$ 、 $ab = -\frac{2}{3}$ ，做得到。最小值 $-\frac{2}{3}$ 。

要最小值，就讓 a 、 b 異號；等號要真的取得到。

12 分三段。 $x \geq 6$ ： $2(x+1) - (x-6) = x+8 \geq 3x-4$ ，得 $x \leq 6$ ，只有 $x = 6$ 。 $-1 \leq x < 6$ ： $2(x+1) - (6-x) = 3x-4 \geq 3x-4$ 恆成立。 $x < -1$ ： $-2(x+1) - (6-x) = -x-8 \geq 3x-4$ ，得 $x \leq -1$ ，這段全部成立。合起來 $x \leq 6$ 。

13 $\log 2 + \log 5 = \log 10 = 1$ ，所以方程式是 $x^2 - (\log 2 + \log 5)x + \log 2 \cdot \log 5 = 0$ ，即 $(x - \log 2)(x - \log 5) = 0$ ， $x = \log 2$ 或 $\log 5$ 。

14 $|x-1| \leq 3 \iff -2 \leq x \leq 4$ 。 $|x-a| \geq 6 \iff x \leq a-6$ 或 $x \geq a+6$ 。要和 $[-2, 4]$ 的交集剛好是 $[3, 4]$ ，只能是 $x \geq a+6$ 那一段切在 3： $a+6 = 3$ ， $a = -3$ 。檢查：此時另一段 $x \leq -9$ 與 $[-2, 4]$ 不重疊，解確實是 $3 \leq x \leq 4$ 。

絕對值不等式先翻成區間或分段，最後一定要把各段合起來、再代回檢查。

填充 15~16：根式比大小與分貝

15 用近似值： $\sqrt{11} \approx 3.317$ 、 $\sqrt{6} \approx 2.449$ 、 $\sqrt{5} \approx 2.236$ 、 $\sqrt{2} \approx 1.414$ ，得 $a \approx 0.867$ 、 $b \approx 1.035$ 、 $c \approx 0.822$ 。由大而小為 b, a, c 。

也可以不用近似值： $b > c$ 因為 $\sqrt{6} > \sqrt{5}$ ； $a - c = (\sqrt{11} + \sqrt{2}) - (\sqrt{6} + \sqrt{5})$ ，兩邊平方比 $13 + 2\sqrt{22}$ 與 $11 + 2\sqrt{30}$ ，即比 $1 + \sqrt{22} \approx 5.69$ 與 $\sqrt{30} \approx 5.48$ ，所以 $a > c$ ； $b - a = 2\sqrt{6} - \sqrt{2} - \sqrt{11}$ ，平方比 24 與 $13 + 2\sqrt{22} \approx 22.4$ ，所以 $b > a$ 。

16 一台 108 分貝： $10 \log \omega = 108$ ， $\omega = 10^{10.8}$ 。聲音強度可以相加， n 台的強度是 $n \cdot 10^{10.8}$ ，分貝數 $10 \log (n \cdot 10^{10.8}) = 108 + 10 \log n$ 。要 $108 + 10 \log n \leq 120$ ，即 $\log n \leq 1.2$ ， $n \leq 10^{1.2} = 10 \times 10^{0.2} \approx 15.85$ ，最多開 15 台。至少關閉 $25 - 15 = 10$ 台。

相加的是強度 ω ，不是分貝數；分貝要先換回強度再加。

混合題 17~19：pH 值

想法 $pH = -\log[H^+] \iff [H^+] = 10^{-pH}$ 。蜂蜜水 $[H^+] = 10^{-4.3}$ ，檸檬水 $[H^+] = 10^{-2.3}$ 。混合時，氫離子的總量（濃度 × 體積）相加，再除以總體積。

17 答案 (3)。 $\frac{10^{-2.3}}{10^{-4.3}} = 10^2 = 100$ 。



18 各 300 ml 混合，總體積 600 ml： $[H^+] = \frac{300 \cdot 10^{-2.3} + 300 \cdot 10^{-4.3}}{600} = \frac{10^{-2.3}(1 + 0.01)}{2} = 0.505 \times 10^{-2.3} = 5.05 \times 10^{-3.3}$ 。 $pH = -\log(5.05 \times 10^{-3.3}) = 3.3 - \log 5.05 \approx 3.3 - 0.7032 = 2.5968$ ，四捨五入得 2.6。

19 設取蜂蜜水 h ml、檸檬水 ℓ ml，則 $h + \ell = 330$ ，且氫離子總量 $h \cdot 10^{-4.3} + \ell \cdot 10^{-2.3} = 330 \cdot 10^{-3.3}$ 。兩邊除以 $10^{-4.3}$ ： $h + 100\ell = 3300$ 。與 $h + \ell = 330$ 相減得 $99\ell = 2970$ ， $\ell = 30$ ， $h = 300$ 。所以蜂蜜水 300 ml、檸檬水 30 ml，現有的量都夠用。

非選題要寫出設的未知數、兩條等式與解的過程；最後確認 $h = 300$ 沒有超過現有的 300 ml。

濃度不能直接平均，要先算總量再除以總體積；對數只在最後一步取。

你們學校的段考卷也想要詳解？考完把題目頁拍照或掃描上傳，我們收到後會盡快做好放上來，一樣免費下載。

上傳：royalblue-education.com/school-exams/submit（上傳前可以先把姓名、座號遮掉）

本卷題目取自成功高中 114 學年度上學期高一第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

御藍教育

ROYAL BLUE • EDUCATION

