

建國中學 114 學年度上學期 高二第一次段考



御藍教育

範圍：三角函數（弧度量、三角函數的圖形、和差角與倍角半角公式、正餘弦的疊合） · 多選題 4 題（28 分）、填充題 8 題（48 分）、計算題 2 題（24 分）

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/ck-114a-g11a-1

一、多選題（占 28 分）：第 1 題至第 4 題，每題 7 分。（7-4-2-0）

1 試問下列哪些選項是正確的？

- (1) 點 $(\tan 5, \cos 5)$ 落在第二象限
- (2) $\cos 3 \cos 2 - \sin 3 \sin 2 = \cos(3 + 2)$
- (3) $\sin(180 - \alpha) = \sin \alpha$
- (4) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$
- (5) $-1 < \cos(\pi^2) < -\frac{1}{2}$

2 已知 $\tan \theta = \frac{-12}{5}$ 且 $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$ ，試問下列選項哪些是正確的？

- (1) $\sin \theta = \frac{-5}{13}$
- (2) $\cos 2\theta = \frac{-119}{169}$
- (3) $\tan \frac{\theta}{2} = \frac{3}{2}$
- (4) $\cos \frac{\theta}{2} = \frac{3}{\sqrt{13}}$
- (5) $\sin(\theta + 60^\circ) = \frac{5\sqrt{3} - 12}{26}$

3 令 $f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x$ ，試選出正確的選項。

- (1) 鉛直線 $x = \frac{\pi}{3}$ 為 $y = f(x)$ 圖形的對稱軸
- (2) $f(x)$ 的最大值為 $1 + \sqrt{3}$
- (3) 在區間 $\left(\pi, \frac{7\pi}{6}\right)$ 中， $f(x)$ 的圖形向右下降
- (4) 在區間 $[0, 2\pi)$ 中，有兩個實數 x 滿足 $f(x) = -\sqrt{3}$
- (5) 在區間 $[0, 2\pi)$ 中，滿足 $f(x) = \frac{1}{2}$ 的所有實數之和不超過 π

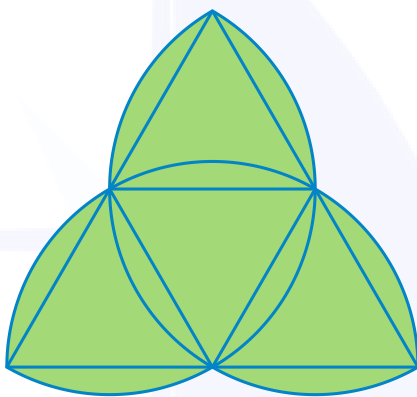


4 下列選項哪些是正確的？

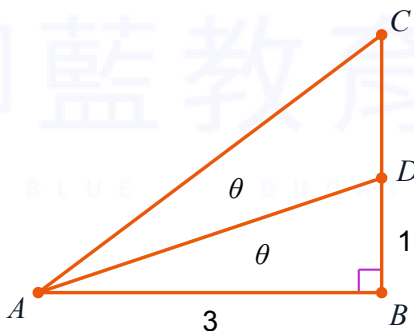
- (1) 將 $y = \sin x$ 的圖形向左平移 5 單位得到 $y = \sin(x + 5)$ 的圖形
- (2) 將 $y = \cos 2x$ 的圖形向左平移 3 單位得到 $y = \cos(2x + 3)$ 的圖形
- (3) 將 $y = \cos 2x$ 的圖形向上平移 1 單位再鉛直伸縮 $\frac{1}{2}$ 倍可以得到 $y = \cos^2 x$ 的圖形
- (4) 將 $y = \sin 2x$ 的圖形水平伸縮 3 倍可得 $y = \sin \frac{2x}{3}$ 的圖形
- (5) 將 $y = \sin x$ 的圖形向右平移 2 單位，再水平伸縮 3 倍所得的圖形與先水平伸縮 3 倍，再向右平移 2 單位所得的圖形相同

二、填充題（占 48 分）：第 5 題至第 12 題，每題 6 分。

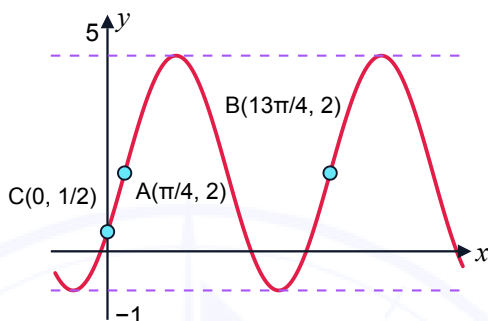
5 若以邊長為 8 的正三角形 ABC 之各邊為直徑，各向內作半圓，如圖所示，則著色部分面積為 _____。



6 如圖，直角三角形 ABC 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 3$ ， D 在 $\overline{BC}$ 上， $\overline{BD} = 1$ ，設 $\angle CAD = \angle DAB = \theta$ ，則 $\sin 2\theta =$ _____。



- 7 給定函數 $f(x) = a \sin(bx + c) + d$ 的部分圖形如圖所示，且 $a > 0, b > 0, \frac{-\pi}{2} < c < \frac{\pi}{2}$ ，已知 $A(\frac{\pi}{4}, 2)$ 、 $B(\frac{13\pi}{4}, 2)$ 、 $C(0, \frac{1}{2})$ 落在函數圖形上，且 $f(x)$ 的最大值與最小值分別為 5，-1，試求序對 $(a, b, c, d) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



- 8 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\tan B = \frac{-4}{3}$ ， $\cos C = \frac{2}{\sqrt{5}}$ ，試求 $\cos A = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

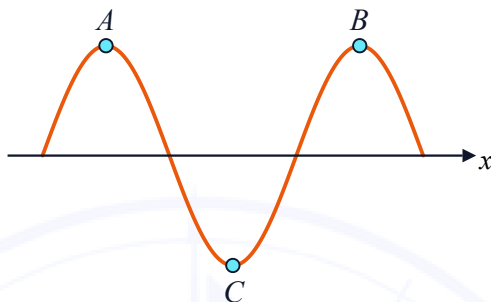
- 9 函數 $f(x) = \sqrt{3} \sin x - \cos x$ ，且 $0 \leq x \leq \pi$ ，若 $f(x)$ 在 $x = \theta$ 時會有最大值 M ，則求數對 $(\theta, M) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- 10 試問 $\tan x = x + 1$ 在 $-2\pi < x < 2\pi$ 的範圍內有 個實根。

- 11 $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ 且滿足 $2 \sin x - 2 \cos(x - \frac{\pi}{6}) = 1$ ，試求 x 的值 = 。

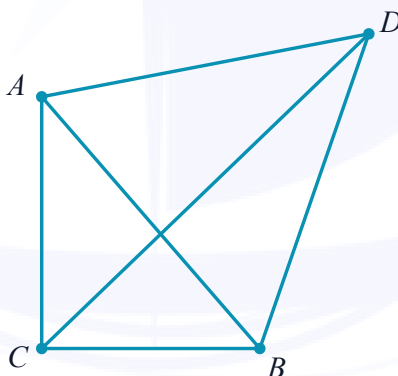


- 12 在函數 $f(x) = a \sin(bx)$ ($a > 0$ 且 $b > 0$) 的圖形中，若取相鄰的兩個最高點 A, B 兩點及一個最低點 C 點，使得 $\triangle ABC$ 形成正三角形，且點 $\left(\frac{\pi}{3b}, \frac{b\pi}{4}\right)$ 在函數 $f(x)$ 的圖形上，試求數對 $(a, b) =$ _____。



三、計算題 (占 24 分)：第 13 題至第 14 題，每題 12 分。

- 13 直角 $\triangle ABC$ 的三邊長分別為 $\overline{AB} = \sqrt{7}$, $\overline{AC} = 2$, $\overline{BC} = \sqrt{3}$ ，將 $\overline{AB}$ 邊向外做一個正三角形 ABD ，如圖所示，試回答下列問題：(1) 試求 $\triangle ACD$ 的面積。(5 分) (2) 試求 $\overline{CD}$ 的長度。(7 分)



御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



- 14 函數 $f(x) = 5 \sin x + 12 \cos x$ ，試回答下列兩小題：(1) 若將 $f(x)$ 化成 $f(x) = r \sin(x + \theta)$ 的形式，其中 r 為正數，試求 $\cos^2 \frac{\theta}{2}$ 的值。(6 分) (2) 當 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 時， $f(x)$ 在 $x = \alpha$ 時會有最大值 k ，試求 $\sin 2\alpha$ 與 k 的值。(6 分)



御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/ck-114a-g11a-1

答案一覽

第 1 題 (1)(2)(4)(5)

第 2 題 (2)(5)

第 3 題 (3)(4)

第 4 題 (1)(3)(4)

第 5 題 $16\pi - 8\sqrt{3}$

第 6 題 $\frac{3}{5}$

第 7 題 $\left(3, \frac{2}{3}, -\frac{\pi}{6}, 2\right)$

第 8 題 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

第 9 題 $\left(\frac{2\pi}{3}, 2\right)$

第 10 題 3

第 11 題 $\frac{7\pi}{6}$

第 12 題 $\left(\frac{\pi}{2}, \sqrt{3}\right)$

第 13 題 (1) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$; (2) $\sqrt{13}$

第 14 題 (1) $\frac{9^2}{13}$; (2) $\sin 2\alpha = \frac{120}{169}$, $k = 13$

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。（不用註冊）
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit（可以先把姓名、座號遮掉）



多選 1~2：弧度、象限與和差角、倍角、半角

- 1 答案 (1)(2)(4)(5)。沒有寫「°」的角一律是弧度。(1) 對： $\frac{3\pi}{2} \approx 4.71 < 5 < 2\pi \approx 6.28$ ，5 是第四象限角，所以 $\tan 5 < 0$ 、 $\cos 5 > 0$ ，點（負，正）在第二象限。(2) 對：餘弦的和角公式 $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ ，取 $\alpha = 3$ 、 $\beta = 2$ 就是這個式子。(3) 錯：成立的是 $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$ ；這裡的 180 是 180 弧度，取 $\alpha = 0$ ，左邊 $\sin 180 \neq 0$ （180 不是 π 的整數倍），右邊是 0。(4) 對：餘角關係。(5) 對： $\pi^2 = 3\pi + \pi(\pi - 3)$ ，其中 $\pi(\pi - 3) \approx 0.445$ ，所以 $\cos(\pi^2) = -\cos 0.445$ ；而 $0 < 0.445 < \frac{\pi}{3} \approx 1.047$ ，故 $\frac{1}{2} < \cos 0.445 < 1$ ，得 $-1 < \cos(\pi^2) < -\frac{1}{2}$ 。

流傳版本的參考答案寫 (1)(4)(5)，但選項 (2) 照所印的式子是餘弦的和角公式、恆成立，所以本頁答案多了 (2)。若原卷的 (2) 與流傳版本所印不同（例如正負號或括號內的加減不同），答案會跟著變。

- 2 答案 (2)(5)。 θ 在第四象限、 $\tan \theta = -\frac{12}{5}$ ，所以 $\sin \theta = -\frac{12}{13}$ 、 $\cos \theta = \frac{5}{13}$ 。(1) 錯： $\sin \theta = -\frac{12}{13}$ 。(2) 對： $\cos 2\theta = 2\cos^2 \theta - 1 = \frac{50}{169} - 1 = -\frac{119}{169}$ 。(3) 錯： $\tan \frac{\theta}{2} = \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} = \frac{-12/13}{18/13} = -\frac{2}{3}$ 。(4) 錯： $\frac{3\pi}{4} < \frac{\theta}{2} < \pi$ 是第二象限角， $\cos \frac{\theta}{2} = -\sqrt{\frac{1+\cos \theta}{2}} = -\sqrt{\frac{9}{13}} = -\frac{3}{\sqrt{13}}$ 。(5) 對： $\sin(\theta + 60^\circ) = \sin \theta \cos 60^\circ + \cos \theta \sin 60^\circ = -\frac{12}{13} \cdot \frac{1}{2} + \frac{5}{13} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}-12}{26}$ 。

半角公式開根號前，先由 θ 的範圍定出 $\frac{\theta}{2}$ 在第幾象限，再決定正負號。

多選 3~4：疊合後的圖形、平移與伸縮

- 3 答案 (3)(4)。疊合： $f(x) = 2\left(\frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x\right) = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ 。(1) 錯：對稱軸通過最高點或最低點，但 $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2\sin \frac{2\pi}{3} = \sqrt{3}$ ，不是 ± 2 。(2) 錯：最大值是 2。(3) 對： $\pi < x < \frac{7\pi}{6}$ 時 $\frac{4\pi}{3} < x + \frac{\pi}{3} < \frac{3\pi}{2}$ ，正弦在 $\frac{\pi}{2}$ 到 $\frac{3\pi}{2}$ 之間遞減。(4) 對： $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，而 $\frac{\pi}{3} \leq x + \frac{\pi}{3} < \frac{7\pi}{3}$ ，所以 $x + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$ 或 $\frac{5\pi}{3}$ ，即 $x = \pi$ 或 $\frac{4\pi}{3}$ ，共兩個。(5) 錯： $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{4}$ 。設銳角 φ 滿足 $\sin \varphi = \frac{1}{4}$ ($\varphi < \frac{\pi}{6}$)，在 $\frac{\pi}{3} \leq x + \frac{\pi}{3} < \frac{7\pi}{3}$ 內的解是 $x + \frac{\pi}{3} = \pi - \varphi$ 或 $2\pi + \varphi$ (φ 本身小於 $\frac{\pi}{3}$ ，不在範圍內)，兩個 x 的和是 $3\pi - \frac{2\pi}{3} = \frac{7\pi}{3} > \pi$ 。

第 (5) 不必求出 φ ：兩個解相加時 φ 剛好消掉。

- 4 答案 (1)(3)(4)。向左平移 h 是把 x 換成 $x + h$ ；水平伸縮 k 倍是把 x 換成 $\frac{x}{k}$ 。(1) 對： x 換成 $x + 5$ 。(2) 錯： x 換成 $x + 3$ 得 $y = \cos 2(x + 3) = \cos(2x + 6)$ 。(3) 對：先得 $y = \cos 2x + 1$ ，再鉛直伸縮 $\frac{1}{2}$ 倍得 $y = \frac{1+\cos 2x}{2} = \cos^2 x$ 。(4) 對： x 換成 $\frac{x}{3}$ 得 $y = \sin \frac{2x}{3}$ 。(5) 錯：先平移再伸縮得 $y = \sin\left(\frac{x}{3} - 2\right)$ ；先伸縮再平移得 $y = \sin \frac{x-2}{3} = \sin\left(\frac{x}{3} - \frac{2}{3}\right)$ ，兩者不同。

每一次變換都只對「 x 本身」做代換，不是對整個括號。

看到 $a \sin x + b \cos x$ 先疊合成 $r \sin(x + \theta)$ ，對稱軸、極值、升降、解方程式都改成看一個正弦函數。



填充 5~8：弓形面積、倍角、由圖形定係數、三角形內角

- 5 設 $\overline{BC}$ 中點 M 、 $\overline{AB}$ 中點 P 。以 $\overline{BC}$ 為直徑的半圓圓心是 M 、半徑 4； $\overline{MP} = \frac{1}{2}\overline{AC} = 4$ ，所以半圓通過 P ，弧 BP 凸到三角形外面。凸出的那一塊是弓形： $\triangle MBP$ 是邊長 4 的正三角形，圓心角 $\frac{\pi}{3}$ ，面積 $= \frac{1}{2} \cdot 4^2 \cdot \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 4^2 = \frac{8\pi}{3} - 4\sqrt{3}$ 。每個半圓在兩側各凸出一塊，共 6 塊；而正三角形被中點連線分成四個邊長 4 的小正三角形，每一個都落在某個半圓內，所以三角形內部全部著色。著色面積 $= \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 8^2 + 6 \left(\frac{8\pi}{3} - 4\sqrt{3} \right) = 16\sqrt{3} + 16\pi - 24\sqrt{3} = 16\pi - 8\sqrt{3}$ 。

扇形面積 $\frac{1}{2}r^2\theta$ 的 θ 要用弧度， 60° 要換成 $\frac{\pi}{3}$ 。

- 6 直角三角形 ABD 中 $\tan \theta = \frac{\overline{BD}}{\overline{AB}} = \frac{1}{3}$ ， $\overline{AD} = \sqrt{10}$ ，所以 $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{10}}$ 、 $\cos \theta = \frac{3}{\sqrt{10}}$ 。 $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3}{5}$ 。

- 7 最大值 $d + a = 5$ 、最小值 $d - a = -1$ ，得 $a = 3$ 、 $d = 2$ 。 A 、 B 的 y 坐標都是 $2 = d$ ，是圖形由下往上穿過中線 $y = 2$ 的相鄰兩點，相距一個週期： $\frac{2\pi}{b} = \frac{13\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = 3\pi$ ， $b = \frac{2}{3}$ 。代入 $C: 3 \sin c + 2 = \frac{1}{2}$ ， $\sin c = -\frac{1}{2}$ ，又 $-\frac{\pi}{2} < c < \frac{\pi}{2}$ ，所以 $c = -\frac{\pi}{6}$ 。檢查 $A: \frac{2}{3} \cdot \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} = 0$ ， $f = 3 \sin 0 + 2 = 2$ ，而且在這一點圖形是上升的，與圖相符。答案 $(3, \frac{2}{3}, -\frac{\pi}{6}, 2)$ 。

流傳版本題幹印作「且的最大值與最小值分別為 5，-1」，漏了「 $f(x)$ 」，本頁已補上。 A 、 B 都在上升的位置才是相隔一個週期；一升一降只隔半個週期。

- 8 $\tan B < 0$ ，所以 B 是鈍角： $\sin B = \frac{4}{5}$ 、 $\cos B = -\frac{3}{5}$ 。 C 是銳角： $\cos C = \frac{2}{\sqrt{5}}$ 、 $\sin C = \frac{1}{\sqrt{5}}$ 。 $A = \pi - (B + C)$ ，所以 $\cos A = -\cos(B + C) = -(\cos B \cos C - \sin B \sin C) = -\left(-\frac{6}{5\sqrt{5}} - \frac{4}{5\sqrt{5}}\right) = \frac{10}{5\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ 。

流傳版本的參考答案寫 $\frac{2}{\sqrt{5}}$ ，與 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ 同值，這裡化成分母有理化的形式。

填充 9~12：疊合求極值、正切圖形、解方程式、正三角形條件

- 9 $f(x) = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x \right) = 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right)$ 。 $0 \leq x \leq \pi$ 時 $-\frac{\pi}{6} \leq x - \frac{\pi}{6} \leq \frac{5\pi}{6}$ ，範圍內包含 $\frac{\pi}{2}$ ，所以最大值 $M = 2$ ，發生在 $x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$ ，即 $\theta = \frac{2\pi}{3}$ 。答案 $(\frac{2\pi}{3}, 2)$ 。

- 10 實根個數就是 $y = \tan x$ 與直線 $y = x + 1$ 在 $-2\pi < x < 2\pi$ 的交點個數。 $y = \tan x$ 在這個範圍內被漸近線 $x = \pm\frac{\pi}{2}$ 、 $x = \pm\frac{3\pi}{2}$ 分成五段。完整的三段 $(-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2})$ 、 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 、 $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ ：每一段的圖形都由下方無限遠一路上升到上方無限遠，與直線各交於一點。最左邊的不完整段 $(-2\pi, -\frac{3\pi}{2})$ ： $\tan x > 0$ ，但 $x + 1 < -\frac{3\pi}{2} + 1 < 0$ ，沒有交點。最右邊的不完整段 $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$ ： $\tan x < 0$ ，但 $x + 1 > 0$ ，沒有交點。共 3 個實根。

兩端不完整的那兩段要另外用正負號檢查，不能直接算成各一個。

- 11 用差角公式展開： $2 \cos \left(x - \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt{3} \cos x + \sin x$ 。原式變成 $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 1$ ，疊合得 $2 \sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) = 1$ ，即 $\sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2}$ 。 $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ 時 $\frac{\pi}{6} < x - \frac{\pi}{3} < \frac{7\pi}{6}$ ，範圍內只有 $x - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6}$ ($\frac{\pi}{6}$ 是端點，不含)，所以 $x = \frac{7\pi}{6}$ 。



- 12 最高點的 y 坐標是 a 、最低點是 $-a$ 。 $\overline{AB}$ 是一個週期 $\frac{2\pi}{b}$ ， C 在 $\overline{AB}$ 中點的正下方，到 $\overline{AB}$ 的距離是 $2a$ 。正三角形的高是邊長的 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 倍： $2a = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2\pi}{b}$ ，得 $ab = \frac{\sqrt{3}\pi}{2}$ 。點 $(\frac{\pi}{3b}, \frac{b\pi}{4})$ 在圖形上： $a \sin \frac{\pi}{3} = \frac{b\pi}{4}$ ，得 $a = \frac{b\pi}{2\sqrt{3}}$ 。代入前式： $\frac{b^2\pi}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}\pi}{2}$ ， $b^2 = 3$ ， $b = \sqrt{3}$ ， $a = \frac{\pi}{2}$ 。答案 $(\frac{\pi}{2}, \sqrt{3})$ 。
三角形的高是 $2a$ （最高點到最低點的鉛直距離），不是振幅 a 。

限制範圍的題目，先把 x 的範圍換成「括號裡那個角」的範圍，再看正弦在那一段的樣子。

計算 13~14

- 13 $2^2 + (\sqrt{3})^2 = 7$ ，所以 $\angle C = 90^\circ$ ， $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$ 、 $\cos A = \frac{2}{\sqrt{7}}$ （這裡 A 指 $\angle CAB$ ）。 D 與 C 在 $\overline{AB}$ 的異側，所以 $\angle CAD = A + 60^\circ$ ，且 $\overline{AD} = \overline{AB} = \sqrt{7}$ 。(1) $\sin(A + 60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$ ， $\triangle ACD$ 面積 $= \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{AD} \cdot \sin(A + 60^\circ) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{7} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ 。(2) $\cos(A + 60^\circ) = \frac{2}{\sqrt{7}} \cdot \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{1}{2\sqrt{7}}$ 。由餘弦定理 $\overline{CD}^2 = 2^2 + (\sqrt{7})^2 - 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{7} \cdot (-\frac{1}{2\sqrt{7}}) = 11 + 2 = 13$ ， $\overline{CD} = \sqrt{13}$ 。
 $A + 60^\circ$ 不是特殊角，不必求出角度，直接用和角公式算它的正弦與餘弦。
- 14 (1) $r = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ ， $f(x) = 13(\frac{5}{13}\sin x + \frac{12}{13}\cos x) = 13\sin(x + \theta)$ ，其中 $\cos \theta = \frac{5}{13}$ 、 $\sin \theta = \frac{12}{13}$ 。
由半角公式 $\cos^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1 + \cos \theta}{2} = \frac{1 + \frac{5}{13}}{2} = \frac{9}{13}$ 。(2) 取 θ 為銳角。 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 時 $\theta \leq x + \theta \leq \frac{\pi}{2} + \theta$ ，範圍內包含 $\frac{\pi}{2}$ ，所以最大值 $k = 13$ ，發生在 $\alpha + \theta = \frac{\pi}{2}$ ，即 $\alpha = \frac{\pi}{2} - \theta$ 。 $\sin 2\alpha = \sin(\pi - 2\theta) = \sin 2\theta = 2\sin \theta \cos \theta = 2 \cdot \frac{12}{13} \cdot \frac{5}{13} = \frac{120}{169}$ 。
 θ 可以相差 2π 的整數倍，但 $\cos^2 \frac{\theta}{2}$ 只和 $\cos \theta$ 有關，值不受影響。第 (2) 小題要先確認 $\frac{\pi}{2}$ 落在 $x + \theta$ 的範圍內，最大值才是 13。

計算題照順序寫：先交代角的範圍與每個三角函數值的正負，再套公式，最後寫出結論。

御藍教育

ROYAL BLUE • EDUCATION



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自建國中學 114 學年度上學期高二第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。

御藍教育
ROYAL BLUE • EDUCATION

