

前鎮高中 114 學年度上學期 高一第一次段考



御藍教育

範圍：數與式（實數、乘法公式與根式、絕對值、算幾不等式、指數、常用對數） · 多重選擇題 2 題（12 分）、填充題 15 題共 20 格（88 分）

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/cjhs-114a-g10-1

一、多重選擇題（一題 6 分，共 12 分）

1 請選出正確的選項：

- (A) 若 a 、 b 都是無理數，則 $\frac{a}{b}$ 必為無理數
- (B) 若 $a+b$ 、 $a-b$ 都是有理數，則 a 、 b 均為有理數
- (C) 若 a 是有理數， b 是無理數，則 ab 必為無理數
- (D) 若 $a \neq 0$ ， a^3 與 a^5 都是有理數，則 a 為有理數
- (E) 若 $(a+1) + (b-3)\sqrt{2} = 0$ ，則 $a = -1$ ， $b = 3$

2 設 a 、 b 、 $c \in R$ 且滿足 $\log a = 1.7$ ， $\log b = 6.8$ ， $\log c = 11.56$ ，請選出正確選項。（已知： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ， $\log 7 \approx 0.8451$ ）

- (A) $a = 4b$
- (B) $c = ab$
- (C) $b^2 > ac$
- (D) $a < 50$
- (E) ac 為 14 位數

二、填充題（共 88 分）（本頁第 3~22 題依序為流傳版本的填充 1(1)、1(2)、2、3、4、5、6、7、8(1)、8(2)、9、10(1)、10(2)、11、12、13(1)、13(2)、14(1)、14(2)、15；另一個流傳版本卷首註明：最後答案用指數式、對數式的形式表示不給分）

3 (1) 已知 $x = \log 6$ ，求 100^x 之值 = _____。

4 (2) 化簡 $\left(\sqrt[5]{16\sqrt{4}}\right)^{-3}$ ，並求其值 = _____。

5 試將下列各題的答案用 2 位有效數字的科學記號表示： $(4.162 \times 10^9) - (7.0 \times 10^8) \approx$ _____。



6 求 $\frac{23}{111}$ 化成小數後，在小數點後第 114 位之數字為 ____。

7 已知圓心為 O 半徑為 5 之圓， $\overline{OC} = 3$ ， D 在圓上且 $\overline{CD} \perp \overline{OC}$ ，則 $\overline{CD} =$ ____。

8 設 a 、 b 為有理數，若 $(a + b\sqrt{2})(1 + 2\sqrt{2}) = -1 + 5\sqrt{2}$ ，則數對 $(a, b) =$ ____。

9 數線上 $A(18)$ 、 $B(-6)$ 、 $C(x)$ ，已知點 C 不在線段 AB 上，又 $\overline{AC} : \overline{BC} = 7 : 1$ ，則 $x =$ ____。

10 設 $x^3 = \sqrt{7}$ ，則 $(x+1)(x-1)(x^2+x+1)(x^2-x+1) =$ ____。

11 (1) 解不等式 $|-3x+4| \leq 5$ ____。

12 (2) 解方程式 $|x-2| = 4x+1$ ____。

13 設 a 、 b 為實數，若不等式 $|ax-5| \leq b$ 的解為 $-3 \leq x \leq 1$ ，則數對 $(a, b) =$ ____。

填充第 10 題 設兩正數 x 、 y 滿足 $xy = 24$ 。



14 (1) 則 $3x + y$ 的最小值為 ____。

15 (2) 承上題，此時 $x =$ ____。

16 設 $x + y + z = -2$ 且 $a = 4^{\frac{1}{x}} = 5^{\frac{1}{y}} = 9^{\frac{1}{z}}$ ，則 $a =$ ____。

17 $\sqrt{19 - 8\sqrt{3}}$ 的整數部分為 a ，小數部分為 b ($0 < b < 1$)，則 $\frac{1}{b} - a$ 的值為 ____。

填充第 13 題 若 $|x - 1| \leq 5$ 且 $|y + 3| \leq 1$ ，求：

18 (1) $3x - y$ 的範圍 ____。

19 (2) $x^2 + 2xy + y^2$ 的範圍為 ____。

填充第 14 題 設 a 為實數， $0 < a < 1$ ， $a + a^{-1} = 6$ 。

20 (1) $a^2 + a^{-2} =$ ____。

21 (2) $a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}} =$ ____。



22

某項實驗中，細菌數一日後增為 k 倍，且已知 3 日後的細菌數為 600000 個，而 $5\frac{1}{2}$ 日後的細菌數為 19200000 個，若 8 日後的細菌數為 $a \times 10^5$ 個，則正整數 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



網頁版 (答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章) : royalblue-education.com/school-exams/cjhs-114a-g10-1

答案一覽

第 1 題 (B)(D)

第 2 題 (C)(E)

第 3 題 36

第 4 題 $\frac{1}{8}$

第 5 題 3.5×10^9

第 6 題 7

第 7 題 4

第 8 題 (3, -1)

第 9 題 -10

第 10 題 6

第 11 題 $-\frac{1}{3} \leq x \leq 3$

第 12 題 $x = \frac{1}{5}$

第 13 題 (-5, 10)

第 14 題 $12\sqrt{2}$

第 15 題 $2\sqrt{2}$

第 16 題 $\frac{\sqrt{5}}{30}$

第 17 題 $\sqrt{3}$

第 18 題 $-10 \leq 3x - y \leq 22$

第 19 題 $0 \leq x^2 + 2xy + y^2 \leq 64$

第 20 題 34

第 21 題 -2

第 22 題 6144

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code, 在網頁上勾你錯的題號, 馬上看到錯在哪幾章。(不用註冊)
3. 下次段考前, 註冊後在首頁填上段考日期和範圍, 可以自己產生一份考前藍圖 PDF: 一份模擬卷、詳解, 還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解? 考完把題目頁拍照上傳, 收到會盡快做好放上來: royalblue-education.com/school-exams/submit (可以先把姓名、座號遮掉)



勾你錯的題號, 看錯在哪幾章, 註冊後直接從那幾章開始練

網頁版: royalblue-education.com/school-exams/cjhs-114a-g10-1

多重選擇 1~2：有理數與無理數、由 log 值比大小

- 1 答案 (B)(D)。 (A) 錯：取 $a = b = \sqrt{2}$ ， $\frac{a}{b} = 1$ 是有理數。 (B) 對： $a = \frac{(a+b) + (a-b)}{2}$ 、 $b = \frac{(a+b) - (a-b)}{2}$ ，有理數相加減、除以 2 仍是有理數。 (C) 錯：取 $a = 0$ ， $ab = 0$ 是有理數。 (D) 對： $a \neq 0$ 所以 $a^3 \neq 0$ ， $a^2 = \frac{a^5}{a^3}$ 是有理數且不為 0，於是 $a = \frac{a^3}{a^2}$ 也是有理數。 (E) 錯：題目沒有說 a 、 b 是有理數，例如 $a = -1 - \sqrt{2}$ 、 $b = 4$ 時 $(a+1) + (b-3)\sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{2} = 0$ ，但 $a \neq -1$ 。
(E) 的比較係數只有在 a 、 b 都是有理數時才能用；(C) 要記得有理數可以是 0。
- 2 答案 (C)(E)。由定義 $a = 10^{1.7}$ 、 $b = 10^{6.8}$ 、 $c = 10^{11.56}$ 。(A) 錯： b 比 a 大很多， $a = 4b$ 不可能（成立的是 $b = a^4$ ，因為 $6.8 = 4 \times 1.7$ ）。(B) 錯： $ab = 10^{1.7+6.8} = 10^{8.5} \neq 10^{11.56}$ 。(C) 對： $b^2 = 10^{13.6}$ ， $ac = 10^{1.7+11.56} = 10^{13.26}$ ， $13.6 > 13.26$ 。(D) 錯： $\log 50 = \log 100 - \log 2 \approx 2 - 0.3010 = 1.6990 < 1.7$ ，所以 $50 < a$ 。(E) 對： $ac = 10^{13.26}$ ， $10^{13} < ac < 10^{14}$ ，是 14 位數。
(D) 的 1.6990 和 1.7 只差 0.001，要把 $\log 50$ 算到小數第四位才分得出來。另一個流傳版本的解答把本題寫成 (D) (E)；依題幹重算，(D) 不成立、(C) 成立，本站答案為 (C)(E)，與第一個流傳版本的簡答相同。

填充 1~7（第 3~10 題）：對數的意義、根式、科學記號、循環小數與乘法公式

- 3 $x = \log 6$ 表示 $10^x = 6$ 。 $100^x = (10^2)^x = (10^x)^2 = 6^2 = 36$ 。
- 4 $\sqrt{4} = 2$ ，所以 $16\sqrt{4} = 32 = 2^5$ ， $\sqrt[5]{32} = 2$ 。原式 $= 2^{-3} = \frac{1}{8}$ 。
- 5 先把兩數化成同一個次方： $7.0 \times 10^8 = 0.70 \times 10^9$ 。 $4.162 \times 10^9 - 0.70 \times 10^9 = 3.462 \times 10^9$ 。取 2 位有效數字，第三位 6 進位，得 3.5×10^9 。
相減前 10 的次方要先對齊，不能直接拿 4.162 減 7.0。
- 6 $\frac{23}{111} = \frac{207}{999} = 0.\overline{207}$ ，循環節是 2、0、7 三個數字。 $114 \div 3 = 38$ 整除，所以第 114 位是循環節的最後一個數字 7。
除以循環節長度後整除，對應的是循環節的最後一位，不是第一位。
- 7 D 在圓上，所以 $\overline{OD} = 5$ 。 $\overline{CD} \perp \overline{OC}$ ，三角形 OCD 是以 C 為直角頂點的直角三角形，由畢氏定理 $\overline{CD} = \sqrt{\overline{OD}^2 - \overline{OC}^2} = \sqrt{25 - 9} = 4$ 。
- 8 左邊展開： $(a + b\sqrt{2})(1 + 2\sqrt{2}) = a + 2a\sqrt{2} + b\sqrt{2} + 4b = (a + 4b) + (2a + b)\sqrt{2}$ 。 a 、 b 是有理數，所以有理數部分和 $\sqrt{2}$ 的係數分別相等： $a + 4b = -1$ ， $2a + b = 5$ 。由第二式 $b = 5 - 2a$ 代入第一式： $a + 20 - 8a = -1$ ， $a = 3$ ， $b = -1$ 。
驗算： $(3 - \sqrt{2})(1 + 2\sqrt{2}) = 3 + 6\sqrt{2} - \sqrt{2} - 4 = -1 + 5\sqrt{2}$ 。
- 9 C 不在線段 AB 上，而且 $\overline{AC} > \overline{BC}$ ，所以 C 離 B 較近，在 B 的左邊 ($x < -6$)。這時 $\overline{AC} = 18 - x$ 、 $\overline{BC} = -6 - x$ ，由 $18 - x = 7(-6 - x)$ 得 $6x = -60$ ， $x = -10$ 。驗算： $\overline{AC} = 28$ 、 $\overline{BC} = 4$ ，比是 7:1。
 $|x - 18| = 7|x + 6|$ 還有另一個解 $x = -3$ ，那是線段 AB 上的內分點，題目已排除。



- 10 重新配對： $(x+1)(x^2-x+1)=x^3+1$ ， $(x-1)(x^2+x+1)=x^3-1$ 。原式 =
 $(x^3+1)(x^3-1)=(x^3)^2-1=(\sqrt{7})^2-1=6$ 。

$x+1$ 要配 x^2-x+1 (立方和)， $x-1$ 要配 x^2+x+1 (立方差)，正負號是相反的。

看到 $x = \log 6$ 先改寫成 $10^x = 6$ ，看到根式先改寫成同一個底數的次方，後面就只剩指數律。

填充 8~12 (第 11~17 題)：絕對值、算幾不等式、指數律與雙重根號

- 11 $|-3x+4|=|3x-4|$ ，所以不等式是 $-5 \leq 3x-4 \leq 5$ 。各加 4： $-1 \leq 3x \leq 9$ ，各除以 3： $-\frac{1}{3} \leq x \leq 3$ 。

- 12 分兩種情形。 $x \geq 2$ 時 $x-2=4x+1$ ，得 $x=-1$ ，不在 $x \geq 2$ 的範圍內，不合。 $x < 2$ 時 $-(x-2)=4x+1$ ，得 $5x=1$ ， $x=\frac{1}{5}$ ，符合 $x < 2$ 。驗算：左邊 $|\frac{1}{5}-2|=\frac{9}{5}$ ，右邊 $\frac{4}{5}+1=\frac{9}{5}$ 。所以 $x=\frac{1}{5}$ 。

絕對值不會是負的，右邊 $4x+1$ 必須 ≥ 0 ； $x=-1$ 時右邊是 -3 ，可以直接看出不合。解出來的兩個候選 -1 、 $\frac{1}{5}$ 要代回原式檢查，只有 $\frac{1}{5}$ 成立；流傳版本的簡答也只寫 $\frac{1}{5}$ 。

- 13 解 $-3 \leq x \leq 1$ 的中點是 -1 ，端點到中點的距離是 2，所以解就是 $|x+1| \leq 2$ 。題目的常數項是 -5 ，把兩邊同乘以 5： $|5x+5| \leq 10$ ，也就是 $|-5x-5| \leq 10$ 。和 $|ax-5| \leq b$ 對照，得 $a=-5$ 、 $b=10$ 。

$|5x+5|$ 和 $|-5x-5|$ 相等，要配合題目的「 -5 」選後者，所以 a 是負的。

- 14 (1) $3x$ 、 y 都是正數，由算幾不等式 $\frac{3x+y}{2} \geq \sqrt{3x \cdot y} = \sqrt{3 \times 24} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$ ，所以 $3x+y \geq 12\sqrt{2}$ ，最小值 $12\sqrt{2}$ 。

- 15 (2) 等號在 $3x=y$ 時成立。代入 $xy=24$ ： $3x^2=24$ ， $x^2=8$ ， $x>0$ 所以 $x=2\sqrt{2}$ (這時 $y=6\sqrt{2}$ ， $3x+y=12\sqrt{2}$)。

等號成立的條件是算幾不等式裡的兩個數相等，也就是 $3x=y$ ，不是 $x=y$ 。

- 16 由 $a=4^{\frac{1}{x}}$ 兩邊取 x 次方得 $a^x=4$ ；同理 $a^y=5$ 、 $a^z=9$ 。三式相乘： $a^{x+y+z}=4 \times 5 \times 9=180$ ，而 $x+y+z=-2$ ，所以 $a^{-2}=180$ ， $a^2=\frac{1}{180}$ 。 a 是正數， $a=\frac{1}{\sqrt{180}}=\frac{1}{6\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{30}$ 。

把「 a 等於某數的 $\frac{1}{x}$ 次方」改寫成「 a 的 x 次方等於某數」，指數就能用相乘加起來。

- 17 $19-8\sqrt{3}=19-2\sqrt{48}$ ，找兩數和 19、積 48：16 和 3，所以 $\sqrt{19-8\sqrt{3}}=\sqrt{16}-\sqrt{3}=4-\sqrt{3}$ 。
 $1 < \sqrt{3} < 2$ ，所以 $2 < 4-\sqrt{3} < 3$ ，整數部分 $a=2$ ，小數部分 $b=4-\sqrt{3}-2=2-\sqrt{3}$ 。 $\frac{1}{b}=\frac{1}{2-\sqrt{3}}=2+\sqrt{3}$ ，所以 $\frac{1}{b}-a=2+\sqrt{3}-2=\sqrt{3}$ 。

雙重根號裡面要先整理成 $2\sqrt{\quad}$ 的形式： $8\sqrt{3}=2\sqrt{48}$ 。

絕對值方程式右邊含 x 時，分段解完一定要代回去檢查；絕對值不等式的解是區間時，先找中點和半徑再回推係數。



填充 13~15 (第 18~22 題)：範圍、對稱式求值與指數成長

- 18 $|x-1| \leq 5$ 即 $-4 \leq x \leq 6$ ； $|y+3| \leq 1$ 即 $-4 \leq y \leq -2$ 。(1) $-12 \leq 3x \leq 18$ ， $2 \leq -y \leq 4$ ，兩式相加： $-10 \leq 3x - y \leq 22$ 。

減 y 要先把 y 的範圍變號成 $-y$ 的範圍 (大小順序會顛倒)，再相加。

- 19 (2) $x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)^2$ 。 $-4 \leq x \leq 6$ 與 $-4 \leq y \leq -2$ 相加得 $-8 \leq x+y \leq 4$ 。這個範圍包含 0，所以 $(x+y)^2$ 最小是 0；最大發生在離 0 最遠的 $x+y = -8$ ，是 64。因此 $0 \leq x^2 + 2xy + y^2 \leq 64$ 。

$x+y$ 的範圍跨過 0，平方的最小值是 0，不是 $4^2 = 16$ 。

- 20 (1) 把 $a + a^{-1} = 6$ 兩邊平方： $a^2 + 2 + a^{-2} = 36$ ，所以 $a^2 + a^{-2} = 34$ 。

- 21 (2) $(a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}})^2 = a - 2 + a^{-1} = 6 - 2 = 4$ ，所以 $a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}} = \pm 2$ 。因為 $0 < a < 1$ ， $a^{\frac{1}{2}} < 1 < a^{-\frac{1}{2}}$ ，差是負的，答案 -2 。

平方之後有正負兩個可能，要用 $0 < a < 1$ 判斷正負。

- 22 設一開始有 N 個， t 日後是 $N \cdot k^t$ 個。 $Nk^3 = 600000$ ， $Nk^{5.5} = 19200000$ ，兩式相除： $k^{2.5} = 32$ 。從 $5\frac{1}{2}$ 日到 8 日又過了 2.5 日，細菌數再乘以 $k^{2.5} = 32$ ： $19200000 \times 32 = 614400000 = 6144 \times 10^5$ ，所以 $a = 6144$ 。

不必求出 k 和 N (實際上 $k^{\frac{5}{2}} = 2^5$ ， $k = 4$)；3 日到 5.5 日、5.5 日到 8 日間隔相同，倍數也相同。

指數成長裡，相同的時間間隔對應相同的倍數；看到兩個時間點的數量，先相除求出那段間隔的倍數。

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自前鎮高中 114 學年度上學期高一第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/cjhs-114a-g10-1