

安康高中 114 學年度上學期 高三第一次段考



御藍教育

範圍：極限與函數（數列的極限、無窮等比級數與循環小數、函數的定義域與合成、函數的極限與連續）
是非題 10 題（20 分）、多重選擇題 4 題（20 分）、填充題 12 題共 15 格（60 分，依答對格數給分）；答案寫在答案卷

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/akhs-114a-g12yi-1

一、是非題（每題 2 分，共 20 分）

- 1 無窮數列 $\left\langle \frac{n-100}{3n} \right\rangle$ 的極限為 0。
- 2 若無窮數列 $\left\langle \frac{an^2-2n+1}{3n} \right\rangle$ 的極限存在，則 $a=0$ 。
- 3 無窮數列 $\langle (-1)^n \rangle$ 的極限為 1 或 -1。
- 4 無窮等比級數 $1 - \frac{3}{2} + \frac{9}{4} - \frac{27}{8} + \dots$ 的和為 $\frac{1}{1 - \left(-\frac{3}{2}\right)} = \frac{2}{5}$ 。
- 5 若多項式函數 $f(x)$ 滿足 $f(0) = 2$ ，則 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$ 。
- 6 若函數 $f(x) = x^3 + 1$ ， $g(x) = 2x^2 - 3$ ，則 $(g \circ f)(x)$ 為五次多項式函數。
- 7 函數 $f(x) = \frac{5x-3}{x^2+x+1}$ 的定義域為所有實數。
- 8 極限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{|x|}$ 不存在。
- 9 設函數 $f(x) = \sqrt{x}$ ， $g(x) = \frac{1}{x}$ ，則函數 $(f+g)(x)$ 的定義域為 $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$ 。
- 10 設 $f(x) = x^2 - x$ ，則在 3 與 4 之間至少有一個實數 c ，滿足 $f(c) = 10$ 。

二、多重選擇題（每題全對得 5 分，錯 1 個選項得 3 分，錯 2 個選項得 1 分，其餘不給分）（原卷題號 1~4，本頁編為第 11~14 題）

- 11 選出正確的選項。

- (1) $0.\bar{9} < 1$
- (2) $0.4\bar{7} = \frac{47}{99}$
- (3) $0.4\bar{74} = 0.4\bar{7}$
- (4) $0.4\bar{7} > 0.4\bar{74}$
- (5) $0.4\bar{7} + 0.5\bar{3} = 1$



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/akhs-114a-g12yi-1

12 下列哪些數列為收斂數列。

(1) $\left\langle \frac{n+2024}{n-2025} \right\rangle$

(2) $\left\langle \frac{(n-1)(n-2)}{3n+5} \right\rangle$

(3) $\left\langle \frac{2^{n+2} - 3^n}{2^n + 3^{n+1}} \right\rangle$

(4) $\langle \cos(n\pi) \rangle$

(5) $\langle \sin(n\pi) \rangle$

13 設 $f(x)$ 之圖形如圖，選出正確的選項。

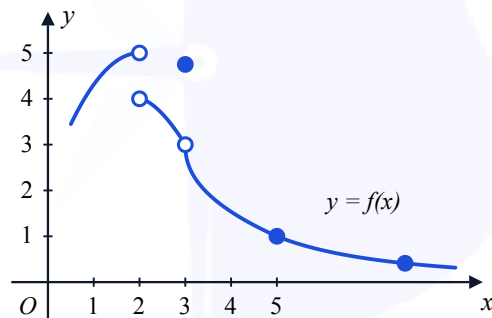
(1) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 不存在

(2) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 5$

(3) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3)$

(4) $f(x)$ 在 $x = 3$ 處連續

(5) $f(x)$ 在 $x = 5$ 處連續



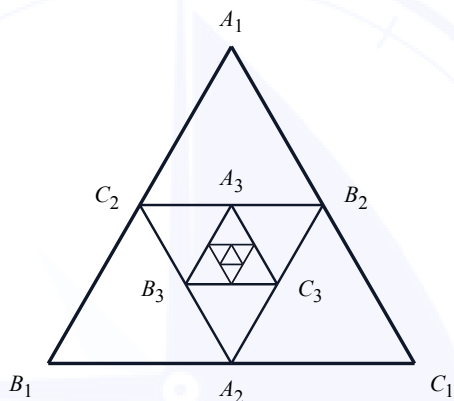
御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



- 14 設 $\triangle A_1B_1C_1$ 是邊長為 4 的正三角形，連接各邊中點形成正三角形 $\triangle A_2B_2C_2$ ，如此繼續下去，得到一序列的正三角形 $\triangle A_1B_1C_1, \triangle A_2B_2C_2, \triangle A_3B_3C_3, \dots$ 。設 a_n, b_n 分別為正三角形 $\triangle A_nB_nC_n$ 的周長及面積，選出所有正確的選項。

- (1) $\langle a_n \rangle$ 是公比為 $\frac{1}{2}$ 的等比數列
 (2) $\langle b_n \rangle$ 是公比為 $\frac{1}{2}$ 的等比數列
 (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$
 (4) $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n + \dots = 24$
 (5) $b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n + \dots = 16\sqrt{3}$



三、填充題（共 60 分，依答對格數給分）（原卷格號 (1)~(15)，本頁編為第 15~29 題）

填充第 1 題 求下列各無窮數列的極限：

15 (1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{-3n^2 + 1}{2n^2 - 3n} \right) = \underline{\hspace{2cm}}。$

16 (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n - 2^{n+1}}{4^{n+1} + 3^n} = \underline{\hspace{2cm}}。$

17 若數列 $\frac{2}{2n+1}, \frac{4}{2n+1}, \frac{6}{2n+1}, \dots, \frac{2n}{2n+1}$ 為等差數列，且這 n 項的算術平均數為 a_n ，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \underline{\hspace{2cm}}。$



18 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + (-2)^n}{5^n} = \underline{\hspace{2cm}}。$

19 若無窮級數 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x+1}{2}\right)^n$ 的和存在，則 x 的範圍為 $\underline{\hspace{2cm}}。$

20 已知 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - a_n}{2n - 5} = 3$ ，且 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 存在，求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 的值為 $\underline{\hspace{2cm}}。$

21 已知 a, b 為二實數，滿足 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 4} = \frac{1}{4}$ ，求 $a + b = \underline{\hspace{2cm}}。$

22 已知一無窮等比數列的首項為 $0.\overline{2}$ ，第二項為 $0.1\overline{6}$ ，求此級數的和為 $\underline{\hspace{2cm}}。$

填充第 8 題 求下列各極限：

23 (1) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x + 1}{x^2 + 3} = \underline{\hspace{2cm}}。$

24 (2) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x+1}{x-2} - \frac{4x+4}{x^2-4} \right) = \underline{\hspace{2cm}}。$

25 (3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|3 - 3x - x^2| - 1}{x - 1} = \underline{\hspace{2cm}}。$

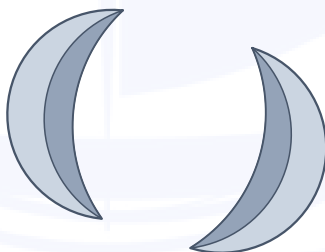


26 已知 $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + ax + 8}{|x| - 2} = b$ ，求實數 $a + b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

27 已知函數 $f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 3, & x \geq 2 \\ -x^3 + k, & x < 2 \end{cases}$ 為連續函數，求實數 k 的值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

28 一顆皮球自離地面 15 公尺高處落下，每次反跳高度為其落下時高度的 $\frac{1}{3}$ ，求此球自落下到靜止時所經過的距離為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

29 擲筊是民間信仰中人們請神明指示的儀式。使用工具為「筊杯」（如圖所示），由兩個約巴掌大的半月形木片，均為一面平坦、另一面中間凸出。儀式內容是將筊杯擲出，根據落下後的形狀方位以探測神明之意。而落下後的形狀方位共分以下三種：(I)「聖筊」：一平面、一凸面。(II)「笑筊」：兩平面。(III)「無筊」：兩凸面。某宮廟指示若擲出「聖筊」或「無筊」即請示結果，擲筊終止。若擲出笑筊（兩平面）表示陳述不清，可以仔細思考後重新向神明請示一次。已知每次擲筊的結果互不影響且每種出現機會均等，在沒有限制次數下，試問擲出「聖筊」的機率為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/akhs-114a-g12yi-1

答案一覽

是非題：1=正確、2=錯誤

1 2	2 1	3 2	4 2	5 1	6 2	7 1
8 2	9 2	10 1				

第 11 題 (2)(3)(4)

第 12 題 (1)(3)(5)

第 13 題 (1)(5)

第 14 題 (1)(3)(4)

第 15 題 $-\frac{3}{2}$

第 16 題 $\frac{1}{4}$

第 17 題 $\frac{1}{2}$

第 18 題 $\frac{17}{14}$

第 19 題 $-3 < x < 1$

第 20 題 -4

第 21 題 -1

第 22 題 $\frac{8}{9}$

第 23 題 $\frac{5}{7}$

第 24 題 $\frac{3}{4}$

第 25 題 5

第 26 題 4

第 27 題 7

第 28 題 30 公尺

第 29 題 $\frac{1}{2}$



對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code，在網頁上勾你錯的題號，馬上看到錯在哪幾章。(不用註冊)
3. 下次段考前，註冊後在首頁填上段考日期和範圍，可以自己產生一份考前藍圖 PDF：一份模擬卷、詳解，還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解？考完把題目頁拍照上傳，收到會盡快做好放上來：royalblue-education.com/school-exams/submit (可以先把姓名、座號遮掉)

是非第 1~4 題：數列的極限、無窮等比級數的收斂條件

1. 2. $\frac{n-100}{3n} = \frac{1}{3} - \frac{100}{3n}$ 。 $n \rightarrow \infty$ 時 $\frac{100}{3n} \rightarrow 0$ ，所以極限是 $\frac{1}{3}$ ，不是 0。
分子的 -100 是常數， n 夠大之後它的影響會消失；決定極限的是分子分母最高次項的係數比 $\frac{1}{3}$ 。
2. 1. $\frac{an^2-2n+1}{3n} = \frac{a}{3}n - \frac{2}{3} + \frac{1}{3n}$ 。若 $a \neq 0$ ， $\frac{a}{3}n$ 的絕對值會無限變大，數列發散；所以極限存在時必有 $a = 0$ ，此時極限為 $-\frac{2}{3}$ 。
3. 2. 數列的極限若存在，只能是一個確定的數。 $(-1)^n$ 的奇數項都是 -1、偶數項都是 1，不會趨近同一個數，所以極限不存在，不能說成「1 或 -1」。
4. 2. 公比 $r = -\frac{3}{2}$ ， $|r| = \frac{3}{2} > 1$ ，各項的絕對值愈來愈大，級數發散，沒有和。公式 $\frac{a}{1-r}$ 只有在 $|r| < 1$ 時才能用。
用部分和檢查： $1, -\frac{1}{2}, \frac{7}{4}, -\frac{13}{8}, \dots$ ，正負跳動而且愈跳愈遠，不會靠近 $\frac{2}{5}$ 。

分式型數列的極限看最高次項；無窮等比級數先確認公比的絕對值小於 1，才能套用和公式。

是非第 5~10 題：函數的定義域與合成、函數的極限與連續

5. 1. 多項式函數在每一點都連續，所以 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) = 2$ 。
6. 2. $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = 2(x^3 + 1)^2 - 3 = 2x^6 + 4x^3 - 1$ ，是六次多項式函數。
把三次式代進二次式，次數是相乘 $3 \times 2 = 6$ ，不是相加 $3 + 2 = 5$ 。
7. 1. 分式函數只要分母不為 0 就有定義。 $x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$ ，對任何實數 x 分母都不是 0，所以定義域是所有實數。
8. 2. x 接近 1 時 $x > 0$ ， $|x| = x$ ，所以 $\frac{x}{|x|} = 1$ ， $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{|x|} = 1$ ，極限存在。
極限不存在的是 $x \rightarrow 0$ 的情形：右邊趨近 1、左邊趨近 -1。本題趨近的點是 1，附近的 x 都是正的。
9. 2. $(f+g)(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{x}$ 要兩個函數都有定義： $\sqrt{x}$ 需要 $x \geq 0$ ， $\frac{1}{x}$ 需要 $x \neq 0$ 。兩者同時成立是 $x > 0$ ，定義域為 $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$ ，不包含 0。



- 10 1 $f(x) = x^2 - x$ 是多項式函數，在區間 $[3, 4]$ 上連續，而 $f(3) = 6$ 、 $f(4) = 12$ ，10 介於 6 與 12 之間，所以在 3 與 4 之間至少有一個 c 使 $f(c) = 10$ 。

也可以直接解： $c^2 - c - 10 = 0$ ， $c = \frac{1 + \sqrt{41}}{2} \approx 3.70$ （另一根為負），確實在 3 與 4 之間。

兩個函數相加、相除或合成時，定義域要每一步都算得出來；多項式函數處處連續，極限直接代入。

多選第 1、2 題（第 11、12 題）：循環小數、數列的收斂與發散

- 11 答案 (2)(3)(4)。(1) $0.\overline{9} = 0.9 + 0.09 + 0.009 + \cdots = \frac{0.9}{1 - 0.1} = 1$ ，兩數相等，不是小於。(2) $0.\overline{47} = 0.47 + 0.0047 + \cdots = \frac{0.47}{1 - 0.01} = \frac{47}{99}$ ，正確。(3) $0.4\overline{74} = 0.4747474 \cdots$ ，與 $0.\overline{47} = 0.474747 \cdots$ 每一位都相同；用分數算是 $\frac{4}{10} + \frac{74}{990} = \frac{470}{990} = \frac{47}{99}$ ，正確。(4) $0.\overline{47} = 0.4747 \cdots$ ， $0.4\overline{74} = 0.4744 \cdots$ ，前三位相同、第四位 $7 > 4$ ，所以前者較大，正確。(5) $\frac{47}{99} + \frac{53}{99} = \frac{100}{99} \neq 1$ ，錯。
- (5) 兩個循環節相加是 $0.\overline{47} + 0.\overline{53} = 1.0101 \cdots = 1.\overline{01}$ ，每一節 $47 + 53 = 100$ 都會進位，不會剛好是 1。

- 12 答案 (1)(3)(5)。(1) 分子分母同除以 n ： $\frac{1 + \frac{2024}{n}}{1 - \frac{2025}{n}} \rightarrow 1$ ，收斂。(2) 分子是二次、分母是一次， $\frac{(n-1)(n-2)}{3n+5}$ 會無限變大，發散。(3) 分子分母同除以 3^n ： $\frac{4(\frac{2}{3})^n - 1}{(\frac{2}{3})^n + 3} \rightarrow \frac{-1}{3}$ ，收斂。(4) $\cos(n\pi) = (-1)^n$ ，在 -1 與 1 之間來回，發散。(5) $\sin(n\pi) = 0$ ，每一項都是 0，收斂到 0。
- (1) 的第 2025 項分母為 0、沒有意義；數列收斂與否只看 n 很大之後的項，本站依此判定為收斂。(4)(5) 的差別在於 $n\pi$ 的餘弦值是 ± 1 交錯，正弦值則永遠是 0。

多選第 3、4 題（第 13、14 題）：由圖形看極限與連續、中點三角形

- 13 答案 (1)(5)。(1) x 從左邊接近 2 時圖形趨近高度 5，從右邊接近 2 時趨近高度 4，左右極限不相等，極限不存在，正確。(2) x 從左、右接近 3 時，圖形都趨近空心點 $(3, 3)$ ，所以 $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 3$ ，不是 5。(3) $f(3)$ 是 $x = 3$ 上方那個實心點的高度（在 4 與 5 之間，不是 3），與極限 3 不相等。(4) 極限不等於函數值，所以在 $x = 3$ 不連續。(5) 圖形在 $x = 5$ 沒有斷開，實心點 $(5, 1)$ 就在曲線上， $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = 1 = f(5)$ ，連續，正確。

極限看的是「附近的圖形往哪裡靠」，與那一點本身的實心點在哪裡無關；連續則要極限存在、函數值有定義，而且兩者相等。

- 14 答案 (1)(3)(4)。連接三邊中點得到的三角形，邊長是原來的 $\frac{1}{2}$ ，所以邊長依序為 4, 2, 1, $\cdots$ 。(1) 周長 a_n 依序為 12, 6, 3, $\cdots$ ，公比 $\frac{1}{2}$ ，正確。(2) 正三角形面積為 $\frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{邊長}^2$ ，邊長變 $\frac{1}{2}$ 時面積變 $\frac{1}{4}$ ： b_n 依序為 $4\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$, $\frac{\sqrt{3}}{4}$, $\cdots$ ，公比是 $\frac{1}{4}$ ，不是 $\frac{1}{2}$ 。(3) $a_n = 12 \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \rightarrow 0$ ，正確。(4) $\frac{12}{1 - \frac{1}{2}} = 24$ ，正確。(5) $\frac{4\sqrt{3}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{16\sqrt{3}}{3}$ ，不是 $16\sqrt{3}$ 。

原卷題幹印作「正方形 $\triangle A_n B_n C_n$ 」，依前後文應為正三角形，本頁題幹已更正。

圖形每次縮成一半時，長度的公比是二分之一、面積的公比是四分之一，兩者不要混用。



填充 (1)(2)(3)(6) (第 15、16、17、20 題)：數列的極限

15 分子分母同除以 n^2 ： $\frac{-3n^2+1}{2n^2-3n} = \frac{-3+\frac{1}{n^2}}{2-\frac{3}{n}}$ 。 $n \rightarrow \infty$ 時 $\frac{1}{n^2}$ 、 $\frac{3}{n}$ 都趨近 0，極限為 $-\frac{3}{2}$ 。

16 底數最大的是 4，分子分母同除以 4^n ： $\frac{4^n-2^{n+1}}{4^{n+1}+3^n} = \frac{1-2\left(\frac{1}{2}\right)^n}{4+\left(\frac{3}{4}\right)^n}$ 。 $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ 、 $\left(\frac{3}{4}\right)^n$ 都趨近 0，極限為 $\frac{1}{4}$ 。

$4^{n+1} = 4 \times 4^n$ ，除以 4^n 後剩下 4； $2^{n+1} = 2 \times 2^n$ ，除以 4^n 後是 $2\left(\frac{1}{2}\right)^n$ 。

17 這 n 項的和是 $\frac{2+4+6+\cdots+2n}{2n+1} = \frac{n(n+1)}{2n+1}$ ，平均數 $a_n = \frac{1}{n} \times \frac{n(n+1)}{2n+1} = \frac{n+1}{2n+1}$ 。分子分母同除以 n 得 $\frac{1+\frac{1}{n}}{2+\frac{1}{n}}$ ，極限為 $\frac{1}{2}$ 。

等差數列的平均數也等於首末兩項的平均： $\frac{1}{2} \left(\frac{2}{2n+1} + \frac{2n}{2n+1} \right) = \frac{n+1}{2n+1}$ ，結果相同。

20 分子分母同除以 n ： $\frac{2n-a_n}{2n-5} = \frac{2-\frac{a_n}{n}}{2-\frac{5}{n}}$ 。設 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = L$ (題目已知存在)，則左式的極限為 $\frac{2-L}{2} = 3$ ，得 $2-L=6$ ， $L=-4$ 。

原卷第一個極限的下標印作 $x \rightarrow \infty$ ，式中的變數是 n ，應為 $n \rightarrow \infty$ ，本頁題幹已更正。檢查：取 $a_n = -4n$ ， $\frac{2n+4n}{2n-5} = \frac{6n}{2n-5} \rightarrow 3$ 。

多項式型同除以最高次，指數型同除以底數最大的那一項，剩下的項都會趨近 0。

填充 (4)(5)(8) (第 18、19、22 題)：無窮等比級數

18 拆成兩個無窮等比級數： $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{5}\right)^n + \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{2}{5}\right)^n$ 。兩個公比的絕對值都小於 1，各自收斂。前者首項 $\frac{3}{5}$ 、公比 $\frac{3}{5}$ ，和為 $\frac{\frac{3}{5}}{1-\frac{3}{5}} = \frac{3}{2}$ ；後者首項 $-\frac{2}{5}$ 、公比 $-\frac{2}{5}$ ，和為 $\frac{-\frac{2}{5}}{1+\frac{2}{5}} = -\frac{2}{7}$ 。所以原式 $= \frac{3}{2} - \frac{2}{7} = \frac{17}{14}$ 。

n 從 1 開始，首項是 $\frac{3}{5}$ 與 $-\frac{2}{5}$ ，不是 1。

19 這是首項與公比都是 $r = \frac{x+1}{2}$ 的無窮等比級數，和存在的條件是 $|r| < 1$ ： $-1 < \frac{x+1}{2} < 1$ ，即 $-2 < x+1 < 2$ ，得 $-3 < x < 1$ 。

$x = -1$ 時每一項都是 0，和為 0，也在這個範圍內，不必另外排除。

22 先化成分數： $0.\overline{2} = \frac{2}{9}$ ； $0.1\overline{6} = \frac{1}{10} + \frac{6}{90} = \frac{15}{90} = \frac{1}{6}$ 。公比 $r = \frac{1}{6} \div \frac{2}{9} = \frac{3}{4}$ ， $|r| < 1$ ，級數收斂，和為 $\frac{\frac{2}{9}}{1-\frac{3}{4}} = \frac{2}{9} \times 4 = \frac{8}{9}$ 。

$0.1\overline{6}$ 只有 6 循環， $0.0\overline{6} = \frac{6}{90}$ ；若把 16 都當成循環節會得到 $\frac{16}{99}$ ，與本題不同。



填充 (7)、(9)~(13) (第 21、23~27 題)：函數的極限與連續

- 21 $x \rightarrow 2$ 時分母 $x^2 - 4 \rightarrow 0$ ，極限要存在，分子在 $x = 2$ 的值必為 0： $4 + 2a + b = 0$ ， $b = -4 - 2a$ 。

於是 $x^2 + ax + b = (x - 2)(x + a + 2)$ ，而 $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$ ，約去 $x - 2$ 後極限為

$$\frac{2 + a + 2}{2 + 2} = \frac{a + 4}{4} = \frac{1}{4}, \text{得 } a = -3, b = 2, \text{所以 } a + b = -1。$$

檢查： $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4} = \frac{(x - 1)(x - 2)}{(x + 2)(x - 2)}, x \rightarrow 2$ 時趨近 $\frac{1}{4}$ 。

- 23 $x = 2$ 時分母 $x^2 + 3 = 7 \neq 0$ ，直接代入： $\frac{2 \times 2 + 1}{4 + 3} = \frac{5}{7}$ 。

- 24 兩項各自在 $x \rightarrow 2$ 時都沒有極限，要先通分： $\frac{x + 1}{x - 2} - \frac{4x + 4}{x^2 - 4} = \frac{(x + 1)(x + 2) - 4(x + 1)}{(x - 2)(x + 2)} =$

$$\frac{(x + 1)(x - 2)}{(x - 2)(x + 2)}。約去 $x - 2$ 得 $\frac{x + 1}{x + 2}$ ， $x \rightarrow 2$ 時極限為 $\frac{3}{4}$ 。$$

分子提出公因式 $x + 1$ ： $(x + 1)[(x + 2) - 4] = (x + 1)(x - 2)$ ，比全部展開再分解快。

- 25 先看絕對值裡面的正負： $x = 1$ 時 $3 - 3x - x^2 = -1 < 0$ ，所以 x 接近 1 時 $|3 - 3x - x^2| = x^2 + 3x - 3$ 。分子變成 $x^2 + 3x - 4 = (x - 1)(x + 4)$ ，約去 $x - 1$ 後極限為 $1 + 4 = 5$ 。

若沒有判斷正負就把絕對值直接拿掉，分子會是 $2 - 3x - x^2$ ，在 $x = 1$ 的值是 -2 而不是 0，就看不出可以約分。

- 26 x 接近 -2 時 $x < 0$ ， $|x| = -x$ ，分母 $|x| - 2 = -x - 2 = -(x + 2) \rightarrow 0$ 。極限要存在，分子在 $x = -2$ 的值必為 0： $4 - 2a + 8 = 0$ ， $a = 6$ 。此時 $x^2 + 6x + 8 = (x + 2)(x + 4)$ ，原式 =

$$\frac{(x + 2)(x + 4)}{-(x + 2)} = -(x + 4)，極限為 -2 ，即 $b = -2$ 。所以 $a + b = 4$ 。$$

分母是 $-(x + 2)$ ，約分後多一個負號；若把 $|x| - 2$ 當成 $x - 2$ 就不會趨近 0， a 也定不出來。

- 27 兩段都是多項式，只要在接點 $x = 2$ 連續即可。 $f(2) = 2^2 - 2 - 3 = -1$ ，右極限也是 -1 ；左極限用 $-x^3 + k$ 算，是 $-8 + k$ 。連續要左極限 = 右極限 = 函數值： $-8 + k = -1$ ，得 $k = 7$ 。

分母趨近 0 而極限存在時，分子也要趨近 0，先用這個條件求係數，再約去公因式；有絕對值的先判斷趨近的特點附近是正是負。

填充 (14)(15) (第 28、29 題)：無窮等比級數的應用

- 28 第一次落下 15 公尺。之後每次反跳都是「上去再下來」：第一次反跳高度 $15 \times \frac{1}{3} = 5$ ，來回 10 公尺；第二次高度 $\frac{5}{3}$ ，來回 $\frac{10}{3}$ 公尺；依此類推。總距離 = $15 + \left(10 + \frac{10}{3} + \frac{10}{9} + \dots\right) = 15 + \frac{10}{1 - \frac{1}{3}} = 15 + 15 = 30$ 公尺。

第一段只有落下、沒有上升，所以 15 只算一次；之後每個高度都要算兩次。

- 29 題目說三種結果機會均等，每次擲出聖筊、笑筊、無筊的機率各為 $\frac{1}{3}$ 。擲出笑筊就再擲一次，所以「最後停在聖筊」可能發生在第 1 次、第 2 次、第 3 次...：第 k 次才擲出聖筊，表示前 $k - 1$ 次都是笑筊，機率為 $\left(\frac{1}{3}\right)^{k-1} \times \frac{1}{3}$ 。全部相加是首項 $\frac{1}{3}$ 、公比 $\frac{1}{3}$ 的無窮等比級數： $\frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$ 。

也可以這樣檢查：擲筊只會停在聖筊或無筊，而這兩種結果每次出現的機會相等，所以最後停在聖筊與停在無筊各佔一半。本題依題目所給的「每種出現機會均等」計算，三種結果各取 $\frac{1}{3}$ 。



「重複到某個結果出現為止」的機率，把第 1 次、第 2 次、第 3 次...發生的機率相加，就是一個無窮等比級數。



御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自安康高中 114 學年度上學期高三第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。

御藍教育
ROYAL BLUE · EDUCATION



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/akhs-114a-g12yi-1