

安康高中 114 學年度上學期 高二第一次段考



御藍教育

範圍：三角函數（弧度量、三角函數的圖形、和差角與倍角半角公式、正餘弦的疊合） · 單選題 4 題（20 分）、多選題 5 題（25 分）、填充題 9 格（45 分）、混合題 1 題 2 小題（10 分）

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

網頁版（答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章）：royalblue-education.com/school-exams/akhs-114a-g11a-1

一、單選題（4 小題，每格 5 分，共 20 分）

1 若 $\tan \alpha = 2$ ， $\tan \beta = -3$ ，求 $\tan(\alpha - \beta)$ 的值為

- (A) 1
- (B) -1
- (C) $\frac{1}{7}$
- (D) $-\frac{1}{7}$
- (E) 5

2 函數 $y = -2 \sin(2\pi x - 2) + 2$ 的最大值為 a ，最小值為 b ，週期為 c ，振幅為 d 。求 $a + b + c + d =$

- (A) 5
- (B) 6
- (C) 7
- (D) 8
- (E) 9

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION

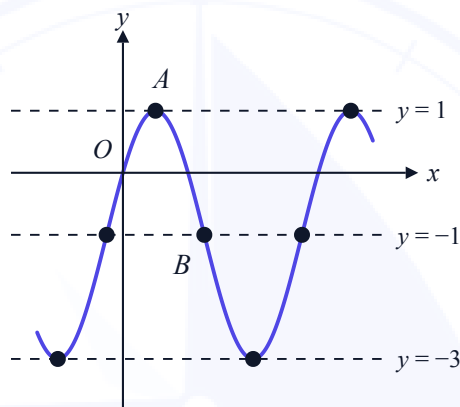


勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/akhs-114a-g11a-1

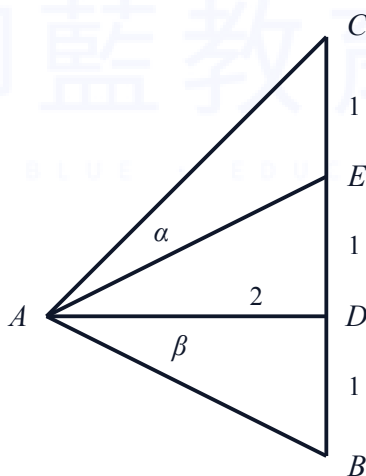
- 3 $y = f(x)$ 為 $y = \sin x$ 或 $y = \cos x$ 經平移伸縮後而得到的函數，其部分圖形如圖，其中 $A\left(\frac{\pi}{6}, 1\right)$ ， $B\left(\frac{5\pi}{12}, -1\right)$ ，試問下列哪一選項最合理？

- (A) $f(x) = -1 + 2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$
 (B) $f(x) = -1 + 2 \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{12}\right)$
 (C) $f(x) = -1 + 2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$
 (D) $f(x) = -1 + 2 \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{24}\right)$
 (E) $f(x) = -1 + 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$



- 4 如圖， $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{EC} = 1$ ， $\overline{AD} = 2$ ，且 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ， $\angle CAE = \alpha$ ， $\angle BAD = \beta$ ，則 $\tan(\alpha - \beta) = ?$

- (A) $\frac{2}{3}$
 (B) $-\frac{1}{2}$
 (C) $-\frac{1}{7}$
 (D) 3
 (E) -1



二、多選題（5 小題，每格 5 分，共 25 分。錯一選項扣 2 分，至該題扣至 0 分）（本頁第 5~9 題依序為原卷多選題第 1~5 題）

5 選出所有 $\frac{5\pi}{6}$ 徑的同界角。

- (A) $\frac{\pi}{6}$
- (B) $\frac{7\pi}{6}$
- (C) $-\frac{7\pi}{6}$
- (D) $\frac{17\pi}{6}$
- (E) $-\frac{19\pi}{6}$

6 已知 θ 為第三象限角，且 $\cos \theta = -\frac{3}{4}$ ，則下列何者正確？

- (A) $\sin 2\theta = -\frac{3\sqrt{7}}{8}$
- (B) $\cos 2\theta = \frac{1}{8}$
- (C) $\tan 2\theta = -3\sqrt{7}$
- (D) $\cos 2\theta = -\frac{1}{8}$
- (E) $\sin 2\theta = \frac{3\sqrt{7}}{8}$

7 下列哪些函數的週期為 π ？

- (A) $\sin x + \cos x$
- (B) $\sin x - \cos x$
- (C) $|\sin x|$
- (D) $\sin(-x)$
- (E) $\cos(-x)$

8 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle B = 2\angle A$ ，且 $\sin A = \frac{1}{3}$ ，則下列何者正確？

- (A) $\cos B = \frac{7}{9}$
- (B) $\cos B = -\frac{7}{9}$
- (C) $\sin C = \frac{23}{27}$
- (D) $\sin C = \frac{16}{27}$
- (E) $\tan A = \frac{\sqrt{2}}{4}$



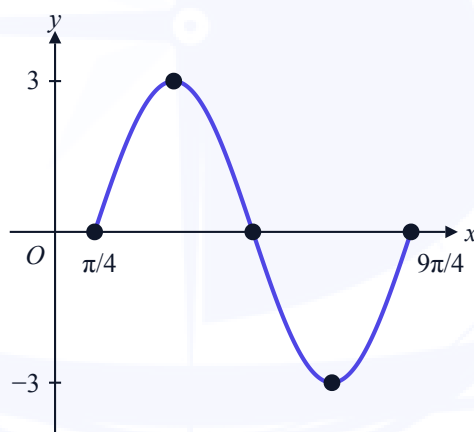
9 關於函數 $y = f(x) = 4 \sin x - 3 \cos x$ 的圖形，選出所有正確的選項。

- (A) 週期為 π
- (B) 振幅為 5
- (C) 與 y 軸的交點為 $(0, -1)$
- (D) 與 x 軸有無限多個交點
- (E) 對稱於直線 $x = \frac{\pi}{2}$

三、填充題 (9 小題，每格 5 分，共 45 分) (本頁第 10~18 題依序為原卷填充題第 1、2①、2②、3、4、5、6、7、8 格)

10 $10 \sin x = x$ 的圖形共有 _____ 個交點。

11 附圖為 $y = a \sin(x - h)$ 一個週期的圖形，其中 $a > 0$ 且 $0 < h < 2\pi$ ，則 $a =$ _____。(原卷填充第 2 題的第 ① 格)



12 承第 11 題的圖與條件， $h =$ _____。(原卷填充第 2 題的第 ② 格)

13 設 $\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ 且 $\sin 2\theta = \frac{4}{5}$ ，求 $\sin \theta =$ _____。

14 求 $\cos 14^\circ \cos 224^\circ + \sin 194^\circ \sin 404^\circ =$ _____。



15 求 $\frac{1}{\cos 80^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\sin 80^\circ} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

16 有一扇形的周長為 18，面積也為 18，求此扇形的半徑為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

17 $\tan 68^\circ \tan 23^\circ - \tan 68^\circ + \tan 23^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

18 在 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 的範圍內，求函數 $y = \sin x - \sqrt{3} \cos x + 1$ 的最大值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

四、混合題 (1 小題，共 10 分) (本頁第 19、20 題依序為原卷混合題第 1 題的 (1)、(2) 小題)

混合題 科學家欲建立潮汐模型，在只考慮月球的引潮力影響下，觀察得到某港口在一天 24 小時海水漲落的水深紀錄，如下表所示：

x (時間)	0	3	6	9	12	15	18	21
y (水位高度)	15	17	15	13	15	17	15	13

將其函數化後得到水深函數為

$y = a \sin(bx + c) + d$ ，其中 $a > 0$ 、 $b > 0$ 、 $0 \leq c \leq 2\pi$ 。

19 (1) 請問 $(a, b, c, d) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(各一分)

20 (2) 承上題，若當日想在潮水位低於 16 公尺的時間去該港口觀察潮間帶的生態，請問可以在哪些時間到港口觀察？(非選擇題，6 分)





御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



網頁版 (答案、詳解、勾錯題號看錯在哪幾章) : royalblue-education.com/school-exams/akhs-114a-g11a-1

答案一覽

第 1 題 (B)

第 2 題 (C)

第 3 題 (E)

第 4 題 (C)

第 5 題 (C)(D)(E)

第 6 題 (B)(E)

第 7 題 (C)

第 8 題 (A)(C)(E)

第 9 題 (B)(D)

第 10 題 7

第 11 題 3

第 12 題 $\frac{\pi}{4}$

第 13 題 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

第 14 題 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

第 15 題 4

第 16 題 3 或 6

第 17 題 -1

第 18 題 2

第 19 題 $(2, \frac{\pi}{6}, 0, 15)$

第 20 題 $0 \leq x < 1$ 或 $5 < x < 13$ 或 $17 < x \leq 24$ (0 時到 1 時之前、5 時之後到 13 時之前、17 時之後到 24 時)

對完答案之後



1. 把錯的題號圈起來。
2. 掃左邊的 QR code, 在網頁上勾你錯的題號, 馬上看到錯在哪幾章。(不用註冊)
3. 下次段考前, 註冊後在首頁填上段考日期和範圍, 可以自己產生一份考前藍圖 PDF: 一份模擬卷、詳解, 還有考前每天練哪一章。
4. 你們學校今年的卷也想要詳解? 考完把題目頁拍照上傳, 收到會盡快做好放上來: royalblue-education.com/school-exams/submit (可以先把姓名、座號遮掉)



勾你錯的題號, 看錯在哪幾章, 註冊後直接從那幾章開始練

網頁版: royalblue-education.com/school-exams/akhs-114a-g11a-1

單選 1~4：正切差角、由式子與圖形讀正弦型函數

- 1 答案 (B)。正切的差角公式： $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} = \frac{2 - (-3)}{1 + 2 \cdot (-3)} = \frac{5}{-5} = -1$ 。
差角公式分子是相減、分母是 1 加乘積； $\tan \beta$ 是負的，代入時連負號一起代。
- 2 答案 (C)。 $\sin(2\pi x - 2)$ 的值在 -1 與 1 之間，所以 $-2\sin(2\pi x - 2)$ 在 -2 與 2 之間，再加 2：最大值 $a = 4$ ，最小值 $b = 0$ 。週期 $c = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$ 。振幅 $d = \frac{4-0}{2} = 2$ 。 $a + b + c + d = 4 + 0 + 1 + 2 = 7$ 。
振幅是正的，等於 $|-2| = 2$ ，不是 -2 。括號裡的 -2 只讓圖形左右平移，不影響這四個量。
- 3 答案 (E)。最高在 $y = 1$ 、最低在 $y = -3$ ，所以中線是 $y = -1$ 、振幅是 2，五個選項都符合。 A 是最高點， B 是 A 之後第一次回到中線的點，兩點的 x 坐標相差四分之一個週期： $\frac{5\pi}{12} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{4}$ ，週期為 π ， x 的係數是 2，(B)(D) 不合。再把 A 代入： $(A) -1 + 2\cos \frac{\pi}{6} = -1 + \sqrt{3} \neq 1$ ；(C) $-1 + 2\cos \frac{2\pi}{3} = -2 \neq 1$ ；(E) $-1 + 2\sin \frac{\pi}{2} = 1$ ，合。(E) 代 B ： $-1 + 2\sin \pi = -1$ ，也合。
用餘弦寫的話，最高點在 $x = \frac{\pi}{6}$ ，式子是 $-1 + 2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ ，與 (E) 是同一個函數 $(\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right))$ ；(A)(C) 括號裡的常數都不對。
- 4 答案 (C)。 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ，三個直角三角形共用 $\overline{AD} = 2$ ： $\tan \angle CAD = \frac{\overline{CD}}{\overline{AD}} = \frac{2}{2} = 1$ ， $\tan \angle EAD = \frac{1}{2}$ ， $\tan \beta = \tan \angle BAD = \frac{1}{2}$ 。 $\alpha = \angle CAD - \angle EAD$ ，所以 $\tan \alpha = \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + 1 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$ 。 $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{-\frac{1}{6}}{\frac{7}{6}} = -\frac{1}{7}$ 。
 α 不是直角三角形裡的角，不能直接寫 $\tan \alpha = \frac{\overline{CE}}{\overline{AE}}$ ；要拆成兩個以 $\overline{AD}$ 為鄰邊的角相減。

看圖求正弦型函數：先由最高最低定中線與振幅，再由特殊點的間隔定週期，最後代點檢查。

多選 5~9（原卷多選 1~5）：同界角、倍角、週期、疊合

- 5 答案 (C)(D)(E)。同界角相差 $2\pi = \frac{12\pi}{6}$ 的整數倍，把各選項減去 $\frac{5\pi}{6}$ ： $(A) -\frac{4\pi}{6}$ ，不是； $(B) \frac{2\pi}{6}$ ，不是； $(C) -\frac{12\pi}{6} = -2\pi$ ，是； $(D) \frac{12\pi}{6} = 2\pi$ ，是； $(E) -\frac{24\pi}{6} = -4\pi$ ，是。
 $(A) \frac{\pi}{6}$ 與 $\frac{5\pi}{6}$ 的正弦值相同，但終邊不同（一個在第一象限、一個在第二象限），不是同界角。
- 6 答案 (B)(E)。 θ 在第三象限， $\sin \theta < 0$ ： $\sin \theta = -\sqrt{1 - \frac{9}{16}} = -\frac{\sqrt{7}}{4}$ 。 $\sin 2\theta = 2\sin \theta \cos \theta = 2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{7}}{4}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{3\sqrt{7}}{8}$ ，(E) 對、(A) 錯。 $\cos 2\theta = 2\cos^2 \theta - 1 = \frac{9}{8} - 1 = \frac{1}{8}$ ，(B) 對、(D) 錯。
 $\tan 2\theta = \frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta} = 3\sqrt{7}$ ，是正的，(C) 錯。
第三象限的正弦與餘弦都是負的，相乘為正，所以 $\sin 2\theta$ 是正的。



- 7 答案 (C)。 (A) $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ ，週期 2π 。 (B) $\sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ ，週期 2π 。 (C) $|\sin x|$ 把 $y = \sin x$ 在 x 軸下方的部分翻到上方，每隔 π 重複一次： $|\sin(x + \pi)| = |-\sin x| = |\sin x|$ ，週期 π 。 (D) $\sin(-x) = -\sin x$ ，週期 2π 。 (E) $\cos(-x) = \cos x$ ，週期 2π 。
(A)(B) 可以代 $x = 0$ 與 $x = \pi$ 檢查： $\sin 0 + \cos 0 = 1$ ， $\sin \pi + \cos \pi = -1$ ，兩個值不同，所以 π 不是週期。

- 8 答案 (A)(C)(E)。 $\angle A + \angle B = 3\angle A < 180^\circ$ ，所以 $\angle A < 60^\circ$ 是銳角， $\cos A = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ ， $\tan A = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$ ，(E) 對。 $\cos B = \cos 2A = 1 - 2\sin^2 A = 1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$ ，(A) 對、(B) 錯。 $\sin B = \sin 2A = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{9}$ 。 $\sin C = \sin(180^\circ - A - B) = \sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B = \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{9} + \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{4\sqrt{2}}{9} = \frac{7}{27} + \frac{16}{27} = \frac{23}{27}$ ，(C) 對、(D) 錯。
(D) 的 $\frac{16}{27}$ 只是 $\cos A \sin B$ 那一項，少加了 $\sin A \cos B = \frac{7}{27}$ 。

- 9 答案 (B)(D)。疊合： $\sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ ， $f(x) = 5\left(\frac{4}{5}\sin x - \frac{3}{5}\cos x\right) = 5\sin(x - \phi)$ ，其中 $\cos \phi = \frac{4}{5}$ 、 $\sin \phi = \frac{3}{5}$ 。(A) 週期是 2π ，錯。(B) 振幅 5，對。(C) $f(0) = 4 \cdot 0 - 3 \cdot 1 = -3$ ，交點是 $(0, -3)$ ，錯。(D) $5\sin(x - \phi) = 0$ 的解是 $x = \phi + k\pi$ (k 為整數)，有無限多個，對。(E) 若圖形對稱於直線 $x = \frac{\pi}{2}$ ，則 $f(0) = f(\pi)$ ；但 $f(0) = -3$ 、 $f(\pi) = 3$ ，不相等，錯。
正弦型函數的對稱軸通過最高點或最低點。 $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4$ ，不是 5 也不是 -5，所以 $x = \frac{\pi}{2}$ 不是對稱軸。

$a \sin x + b \cos x$ 疊合後振幅是係數平方和開根號，週期不變；對稱軸一定通過最高點或最低點。

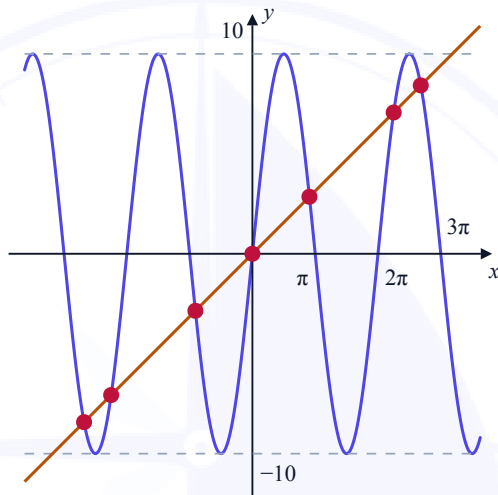
御藍教育

ROYAL BLUE • EDUCATION



填充 10~14 (原卷填充 1、2①、2②、3、4)：圖形交點、讀圖、半角、差角

- 10 看 $y = 10 \sin x$ 與 $y = x$ 兩個圖形的交點。 $-10 \leq 10 \sin x \leq 10$ ，所以交點只會在 $-10 \leq x \leq 10$ 內； $3\pi \approx 9.42 < 10 < \frac{7\pi}{2} \approx 11.0$ 。先看 $x > 0$ ：在 $0 < x \leq \pi$ ， $x = \frac{\pi}{2}$ 時 $10 > \frac{\pi}{2}$ (曲線在直線上方)， $x = \pi$ 時 $0 < \pi$ (曲線在下方)，有 1 個交點。在 $\pi < x < 2\pi$ ， $\sin x < 0 < x$ ，沒有交點。在 $2\pi \leq x \leq 3\pi$ ，兩端曲線高度 0 都在直線下方，中間 $x = \frac{5\pi}{2} \approx 7.85$ 時曲線高度 10 在直線上方，有 2 個交點。在 $3\pi < x \leq 10$ ， $\sin x < 0$ ，沒有交點。所以 $x > 0$ 有 3 個。兩個圖形都對稱於原點， $x < 0$ 也有 3 個；再加上原點，共 $3 + 3 + 1 = 7$ 個。



原卷題幹寫「 $10 \sin x = x$ 的圖形」，意思是 $y = 10 \sin x$ 與 $y = x$ 兩個圖形的交點個數，也就是方程式 $10 \sin x = x$ 的實根個數。原點容易漏算。

- 11 圖形最高在 3、最低在 -3，中線是 x 軸，振幅 $a = 3$ (題目給 $a > 0$)。
- 12 $y = a \sin(x - h)$ 是把 $y = a \sin x$ 向右平移 h 。 $y = 3 \sin x$ 的一個週期從原點出發先往上，圖中這個起點移到了 $(\frac{\pi}{4}, 0)$ ，所以 $h = \frac{\pi}{4}$ ，在 $0 < h < 2\pi$ 內。
檢查： $3 \sin(x - \frac{\pi}{4})$ 在 $x = \frac{9\pi}{4}$ 時為 $3 \sin 2\pi = 0$ ，一個週期的長度 $\frac{9\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = 2\pi$ ，與圖相符。
- 13 $\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ，所以 $\frac{\pi}{2} \leq 2\theta \leq \pi$ ， 2θ 在第二象限， $\cos 2\theta \leq 0$ ： $\cos 2\theta = -\sqrt{1 - \frac{16}{25}} = -\frac{3}{5}$ 。由 $\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2 \theta$ 得 $\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2} = \frac{1 + \frac{3}{5}}{2} = \frac{4}{5}$ 。 θ 在第一象限， $\sin \theta > 0$ ， $\sin \theta = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ 。
若把 $\cos 2\theta$ 取成正的 $\frac{3}{5}$ ，會算出 $\sin \theta = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ；那是 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ 時的答案。
- 14 先把角度化到好認的形狀： $\cos 224^\circ = \cos(180^\circ + 44^\circ) = -\cos 44^\circ$ ， $\sin 194^\circ = \sin(180^\circ + 14^\circ) = -\sin 14^\circ$ ， $\sin 404^\circ = \sin(360^\circ + 44^\circ) = \sin 44^\circ$ 。原式 $= -\cos 14^\circ \cos 44^\circ - \sin 14^\circ \sin 44^\circ = -(\cos 44^\circ \cos 14^\circ + \sin 44^\circ \sin 14^\circ) = -\cos(44^\circ - 14^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ 。

數方程式的解就是數兩個圖形的交點；先用值域把範圍框住，再一段一段比高低。



填充 15~18 (原卷填充 5~8)：疊合、扇形、正切公式的變形

15 通分：原式 = $\frac{\sin 80^\circ - \sqrt{3} \cos 80^\circ}{\sin 80^\circ \cos 80^\circ}$ 。分子疊合： $\sin 80^\circ - \sqrt{3} \cos 80^\circ = 2 \left(\frac{1}{2} \sin 80^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 80^\circ \right) = 2 \sin(80^\circ - 60^\circ) = 2 \sin 20^\circ$ 。分母用倍角公式： $\sin 80^\circ \cos 80^\circ = \frac{1}{2} \sin 160^\circ = \frac{1}{2} \sin 20^\circ$ 。原式 = $\frac{2 \sin 20^\circ}{\frac{1}{2} \sin 20^\circ} = 4$ 。

16 設半徑為 r 、弧長為 s 。周長 $2r + s = 18$ ，面積 $\frac{1}{2}rs = 18$ 。由第一式 $s = 18 - 2r$ 代入第二式：
 $\frac{1}{2}r(18 - 2r) = 18$ ， $r^2 - 9r + 18 = 0$ ， $(r - 3)(r - 6) = 0$ ， $r = 3$ 或 $r = 6$ 。 $r = 3$ 時 $s = 12$ ，圓心角 $\frac{s}{r} = 4$ 徑； $r = 6$ 時 $s = 6$ ，圓心角 1 徑。兩個圓心角都小於 2π ，都是合理的扇形，所以半徑為 3 或 6。

扇形的周長是兩條半徑加弧長，不是只有弧長。本題兩個解都成立，本頁兩個都寫；以校方答案為準。

17 $68^\circ - 23^\circ = 45^\circ$ ，用正切的差角公式： $\tan 45^\circ = \frac{\tan 68^\circ - \tan 23^\circ}{1 + \tan 68^\circ \tan 23^\circ} = 1$ ，所以 $\tan 68^\circ - \tan 23^\circ = 1 + \tan 68^\circ \tan 23^\circ$ 。移項： $\tan 68^\circ \tan 23^\circ - \tan 68^\circ + \tan 23^\circ = -1$ 。

18 疊合： $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2 \left(\frac{1}{2} \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x \right) = 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right)$ ，所以 $y = 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) + 1$ 。
 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 時 $-\frac{\pi}{3} \leq x - \frac{\pi}{3} \leq \frac{\pi}{6}$ ，正弦在這個範圍內遞增，最大在 $x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6}$ (即 $x = \frac{\pi}{2}$)，最大值 $= 2 \cdot \frac{1}{2} + 1 = 2$ 。

不能直接寫最大值 $2 + 1 = 3$ ：那需要 $x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}$ ，即 $x = \frac{5\pi}{6}$ ，不在題目給的範圍內。直接代 $x = \frac{\pi}{2}$ 檢查： $1 - 0 + 1 = 2$ 。

疊合後求極值，先把括號裡整個角的範圍寫出來，再看正弦在那個範圍內最大到多少。

混合題 19~20 (原卷混合題 (1)、(2))：潮汐模型

19 水位最高 17、最低 13：中線 $d = \frac{17 + 13}{2} = 15$ ，振幅 $a = \frac{17 - 13}{2} = 2$ 。水位每 12 小時重複一次 ($x = 3$ 與 $x = 15$ 都是最高)，週期 $\frac{2\pi}{b} = 12$ ， $b = \frac{\pi}{6}$ 。 $x = 0$ 時水位在中線 15 而且接下來上升，正好是 $\sin$ 從 0 出發的樣子，取 $c = 0$ 。所以 $(a, b, c, d) = \left(2, \frac{\pi}{6}, 0, 15 \right)$ ， $y = 2 \sin \frac{\pi}{6}x + 15$ 。檢查： $x = 3$ 時 $2 \sin \frac{\pi}{2} + 15 = 17$ ， $x = 9$ 時 $2 \sin \frac{3\pi}{2} + 15 = 13$ ，與表相符。

題目給的範圍 $0 \leq c \leq 2\pi$ 含兩端， $c = 2\pi$ 得到的是同一個函數，也符合條件；本頁寫 $c = 0$ ，以校方答案為準。週期取表中資料重複一次的間隔 12 小時。



20 水位低於 16： $2 \sin \frac{\pi}{6}x + 15 < 16$ ，即 $\sin \frac{\pi}{6}x < \frac{1}{2}$ 。令 $t = \frac{\pi}{6}x$ ，當日 $0 \leq x \leq 24$ 對應 $0 \leq t \leq 4\pi$ 。
 在這兩個週期內， $\sin t = \frac{1}{2}$ 的解是 $t = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{13\pi}{6}, \frac{17\pi}{6}$ ；由圖形， $\sin t \geq \frac{1}{2}$ 的部分是 $\frac{\pi}{6} \leq t \leq \frac{5\pi}{6}$
 與 $\frac{13\pi}{6} \leq t \leq \frac{17\pi}{6}$ ，其餘就是 $\sin t < \frac{1}{2}$ ： $0 \leq t < \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} < t < \frac{13\pi}{6}, \frac{17\pi}{6} < t \leq 4\pi$ 。乘以 $\frac{6}{\pi}$ 換回
 x ： $0 \leq x < 1$ 或 $5 < x < 13$ 或 $17 < x \leq 24$ 。也就是 0 時到 1 時之前、5 時之後到 13 時之前、17 時
 之後到 24 時，都可以去觀察。

1 時到 5 時、13 時到 17 時水位在 16 公尺以上（含剛好 16 公尺的四個時刻），不能去。「低於」本頁取不含等號，
 「當日」取 $0 \leq x \leq 24$ ；端點寫法以校方答案為準。

解三角不等式：先解等號找出分界點，再對照圖形判斷哪幾段在線的下方。



御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



孩子寫完這份卷，錯的題有人陪他看嗎？

有請家教的孩子，錯題可以問老師。沒有的話，多半是自己對完答案就算了，同一型下次換個數字還是會錯。

數學青於藍是一個國高中數學的練習網站，做的事情就是補上這一段：

- 照孩子這次段考的範圍出題，每一題都有詳解，選錯的選項會寫明錯在哪一步。
- 答錯的題自動收進錯題本，助教會陪他一步一步檢討，不直接給答案。
- 家長每週收到一份學習報告，看得到孩子練了哪些章節、卡在哪裡。

費用

- 先免費試用，不用信用卡。學校信箱註冊 100 題，一般信箱 15 題。
- 需要再由家長訂閱，每月 690 元起（創始會員價）。
- 不綁卡、不自動扣款，每月由家長確認後才付款，不想續就什麼都不用做。



掃 QR code 看怎麼開始

網站：royalblue-education.com

LINE 客服：@royalblue_edu

本卷題目取自安康高中 114 學年度上學期高二第一次段考；排版與詳解由御藍教育撰寫。



勾你錯的題號，看錯在哪幾章，註冊後直接從那幾章開始練

網頁版：royalblue-education.com/school-exams/akhs-114a-g11a-1