



115 學年度 第三次學測模擬考 (E3) 數學 A

五屆最常考的五章

排列組合與機率	14 題
平面向量	13 題
多項式函數	11 題
三角比	11 題
三角函數	10 題

考試日期

115 年 10 月 28 日 (三) ~ 10 月 29 日
(四)

數學範圍

第一~三冊 (數 A ; 數 B 另卷)

考試時間

100 分鐘

這份指南裡有

1. 這場考什麼：五屆同場次的單元分佈
2. 卷末會給、不會給的公式
3. 考前 9 天衝刺計畫 (10/19 (一) ~ 10/27 (二))
4. 考前練習卷 20 題 (學測歷屆真題精選) + 答案與圖解詳解

卷子長什麼樣

部分	五屆的配置	你該記住的
第壹部分・單選題	110、113、114 屆為 1—6 (30 分) ; 111、112 屆為 1—5 (25 分)	每題 5 分。答錯 / 未答 / 劃記多於一個皆 0 分，不倒扣 $\Rightarrow$ 絕不留空白。
第壹部分・多選題	110 屆 4 題 (20 分)、111 屆 6 題 (30 分)、112 屆 5 題 (25 分)、113—114 屆 6 題 (30 分)	選項獨立判定，錯 k 個得 $(n-2k)/n \times 5$ 選項時錯 1 個仍得 3 分、錯 2 個得 1 分 $\Rightarrow$ 有把握 3 個就該作答。
第壹部分・選填題	110、112 屆 7 題 (35 分) ; 111 屆 6 題 (30 分) ; 113—114 屆 5 題 (25 分)	每題數格，全對才給分、答錯不倒扣。格式比計算更容易失分 (沒化到最簡 = 0 分)。
第貳部分・混合題 / 非選	110、111 屆 2 小題 ; 112—114 屆 3 小題 (單選 3 分 + 非選) ; 15 分，1 個題組	分段給分 (非選子題配分標於題末)，多解法都給分 $\Rightarrow$ 寫出過程與情形就有分，空白才是 0。

固定：第壹部分 85 分、第貳部分 15 分、只有一個題組。卷型 110—112 屆年年不同 (單選 5 或 6、多選 4—6、選填 5—7、題組 2 或 3 小題)，113 屆起定型為單選 6 / 多選 6 / 選填 5 / 題組 3 小題，與全國場次相同。進考場先翻到最後一頁看題組配分，再決定時間分配。



網頁版 (隨時更新)

royalblue-education.com/exam-briefings/mock-e3-115-3

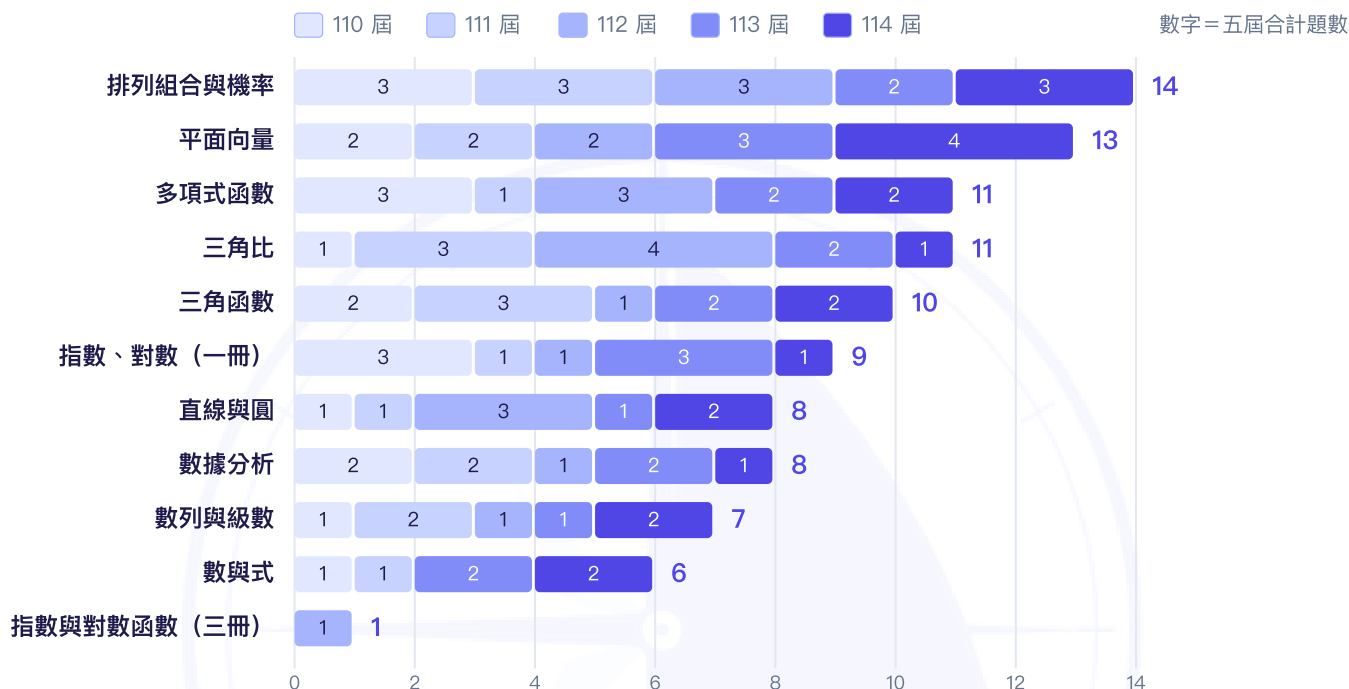
考試日期以學校公告為準。

這場考什麼

110—114 學年連續五屆同場次 (E3) 數學 A，共 98 題，一題只計入一章



御藍教育



五屆之後真正穩定的事

① 排列組合與機率是 E3 的第一名 (14 題)，五屆都 2—3 題、從不缺席

期望值 (擲骰、走格拿獎金、看板抽球)、古典機率 (連續號碼卡連兩屆、格子點距離)、計數 (河內塔、居家辦公、位數遞減密碼) 三型輪流。這一章的題不難、但每屆都在，是最穩的 10—15 分。

② 平面向量 13 題排第二，而且逐年上升 2→2→2→3→4

題組近兩屆連續落在向量：113 是正射影→垂直取最小→分點配方三小題，114 兩小題。第三冊三章裡最值得投時間的一章；正射影與線性組合是主型。

③ 第三冊三章五屆共 24 題 (約四分之一)，但三冊〈指數與對數函數〉五屆只出 1 題

E3 考指對數是一冊型的 $\log$ 估算應用 (複利幾年、物種數對數律、配色位數、疫情 R_t 換底)，五屆 9 題、每屆都有；卷末給 $\log 2/3/5/7$ 就是給這型用的。把時間放在「用 $\log$ 值估算」而不是「畫指對數函數圖」。

三個容易押錯的地方

① 題組落點五屆四種章，近兩屆連續向量但不能押

110 一冊指對數 (疫情 R_0)、111 拆成數與式 + 排列組合、112 三角比 (棒球方位)、113 與 114 平面向量。這 15 分要靠「看到題組先讀完三小題再動手」，不是靠押章。

② 疊合是三角函數的主型，而卷末只給和角公式、不給疊合

110 Q15、111 Q4 與 Q9、113 Q17、114 Q4 全是 $a \cdot \sin \theta + b \cdot \cos \theta$ 化單一正弦求最大值或反推。和角公式五屆都印在卷末，疊合與倍角要自己會；三角形邊角最值題也常走疊合而非餘弦定理。

③ 卷型 110—112 屆年年不同，113 起才定型

單選 5 或 6、多選 4—6、選填 5—7、題組 2 或 3 小題都出現過。進考場先翻到最後一頁看題組配分與小題數，再決定時間分配；多選錯 k 個扣分的規則五屆不變。

五屆實際考過的題型

每一章在 E3 出過什麼型；章名旁的數字是五屆合計題數



單元	合計	每屆	五屆實際考過的題型
排列組合與機率	14	2—3	期望值（擲骰兩次、擲骰走格拿獎金、九格看板抽球） 古典機率（連續號碼卡 111、112 連兩屆；格子點距離；等比項取兩數和為負） 計數（河內塔狀態數、居家辦公排法、位數遞減密碼、插槽不同行不同列） 骰子平移直線與圓的交點期望值
平面向量	13	2—4	和差向量垂直判三角形 向量面積公式（四點取三點最大面積） 內積恆為定值反求直線 正八邊形分點與線性組合 正射影（113 題組：正射影→垂直取最小→分點配方） 114 題組兩小題 係數受三角範圍限制的區域面積
多項式函數	11	1—3	三次函數對稱中心與一次近似（110、112、113、114 都有） 餘式定理與除法原理（整除且商整係數、對兩除式的餘式） 二次函數對稱軸與判別式（碗口寬度最小） 含參一次不等式組的整數解
三角比	11	1—4	正弦定理 2R（三角板拼四邊形、等腰內點） 海龍公式（已知三高求邊） 銳角三角比定義（上下坡速度） 圓內接四邊形弦長 112 題組整組：方位角→速率→餘弦定理 113 邊長 3、7、8 內心連線交外接圓
三角函數	10	1—3	疊合求最大值（110 Q15 兩餘弦項、111 圓上動點加權和、113 $\angle A=60^\circ$ 兩邊和、114 四邊形面積） 由最小值反推疊合式再問週期與交點 倍角（木板靠圓筒） 正方形旋轉 15° 的和角面積 極坐標四邊形
指數、對數（一冊）	9	1—3	log 估算應用是 E3 的招牌：複利幾年超過本金兩倍、島嶼物種數對數律、 16^5 配色落在哪個位數、疫情再生數 Rt 換底估算（110 題組整組） 含冪與對數的五數比大小 不同底對數相等篩 k 值 log 2024 造三量比較
直線與圓	8	1—3	二元一次聯立不等式無解判斷 五點與圓弧圍區域的不等式與切線 雷射經 y 軸反射 兩平行線四等分圓周 外心到兩軸距離比的中垂線
數據分析	8	1—2	圖表判讀（聽力圖、逐月雨量、六年人口表、舉重成績表） 由最大值與全距求最小變異數 線性調整後的平均與標準差 加入均值點後 σ 縮小、r 與迴歸線不變
數列與級數	7	1—2	規律數列（0/1 取代序列末五位、逐層方格數字表） 等差取絕對值求和 除以 5 餘 4 的偶數前十項平方和 等比兩項求 (n, S_n) 落在哪條曲線 一般項為二次式的數列性質
數與式	6	0—2	絕對值不等式解集含於區間（數整數參數） A 系列紙張相似與根式 算幾不等式（等差兩項線性條件求最大、114 題組求最大面積） 資費一次不等式（111 題組）
指數與對數函數（三冊）	1	0—1	五屆只 1 題（112：點在對數函數圖上，判斷圖形性質與交點）。其餘看似三冊的指數數題，承重都是一冊的 log 估算——見上一列。

卷末會給、不會給的公式

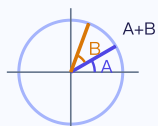
考前一天照右邊那欄默寫一遍



御藍教育

✓ 卷末會給——不用花時間背

等差級數和 $S = n/2 \cdot [2a + (n-1)d]$ 、等比級數和 $S = a(1-r^n)/(1-r)$



三角函數和角公式 $\sin(A+B)$ 、 $\cos(A+B)$ 、 $\tan(A+B)$ (五屆卷末都給)

正弦定理 (含 $=2R$)、餘弦定理

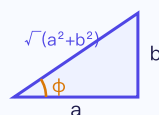
算術平均數、標準差、數據標準化

相關係數、迴歸直線 (最適合直線)

Σk^2 (110、111 屆有；113、114 屆沒有)

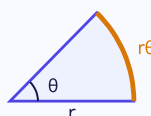
參考數值 $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \pi$ (110 屆另給 $\sqrt[3]{2}, \sqrt[4]{2}, \sqrt{7}$) 與對數值 $\log 2, \log 3, \log 5, \log 7$

✗ 卷末不給——要自己會

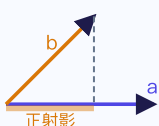


疊合

$a \cdot \sin x + b \cdot \cos x = \sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sin(x + \phi)$ ；
倍角、半角公式 (和角公式有給，疊合要自己會)



弧度換算 $180^\circ = \pi$ 、弧長 $r\theta$ 、扇形面積 $\frac{1}{2}r^2\theta$



向量內積定義 $a \cdot b = |a||b|\cos\theta$ 、正射影公式、向量面積 $\frac{1}{2}|ad-bc|$

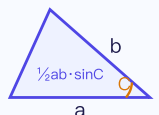
對數律、換底公式、指數律 (E3 的指對數題全靠這些 + 卷末 $\log$ 值估算)

點到直線距離、圓一般式的圓心與半徑、二次公式

算幾不等式、分點公式、餘式定理、因式定理、綜合除法

$\Sigma k, \Sigma k^3, a_n = S_n - S_{n-1}$ (113、114 屆連 Σk^2 都不給)

P_r^n, C_r^n, H_r^n 、二項式定理、取捨原理、期望值



三角形面積四式 ($\frac{1}{2}ab \cdot \sin C$ 、 rs 、 $abc/4R$ 、海龍)

E3 的公式表五屆都給和角公式，這點比全國場次早；但真正在考的疊合、正射影、換底、期望值一項都不給。考前一天照「不給」清單默寫一遍。

考前 9 天衝刺計畫

10/19 (一) ~ 10/27 (二)，共約 16 小時；橘色 = 週末長時段



御藍教育



晚拿到也沒關係：找到今天是考前第幾天，從那一格接著做。

手邊沒有帳號也能照做：這份指南後面的 20 題練習卷，第 1~16 題 (單選 + 多選) 可以拿來做 10/22 (四) 的「選擇題節奏練習」(計時 45 分鐘)，第 17~20 題選填放進 10/24 (六) 的選填限時練習。

- 沒有哪一章可以放棄——題組五屆四種章，這 15 分不是靠押某一章拿的。
- 卷末給和角公式、不給疊合與正射影：考前一天要默寫得出來的是不給的那幾條。
- 如果某天只有 1 小時，砍練題數量、不要砍檢討——做完不檢討等於沒做。

每天要做完的事

時間軸每一格的細項



御藍教育

日期	時數	主題	今天要做完的事	今天的產出
10/19 (一)	1.5 h	診斷+排列組合與機率 (一)	前 45 分：用「照段考範圍開始」做一輪十二單元診斷（測驗模式、計時、不查書），做完看每單元錯幾題——那就是這 9 天的優先順序。後 45 分：期望值三型（擲骰、走格拿獎金、抽球）各一題，寫出「先列分布再算期望」的 SOP。	弱章排序+期望值 SOP
10/20 (二)	1.5 h	平面向量	內積與夾角、正射影（公式不給，先默寫）、線性組合與分點（正八邊形、三角形內部點）、向量面積 $\frac{1}{2} ad-bc $ 、內積恆為定值反求直線。最後 20 分做一題「正射影→垂直取最小→分點配方」型的題組，那是 113 的題組原型。	正射影 / 線性組合 / 向量面積三型各一題
10/21 (三)	1.5 h	三角函數（疊合）+三角比	前 50 分：疊合 ($a \cdot \sin\theta + b \cdot \cos\theta$ 化單一正弦、求最大值與週期、由最小值反推)、倍角、弧度與扇形面積、極坐標。後 40 分：正弦定理 2R、海龍公式（已知三高）、餘弦定理列方程；112 題組那種「方位角→速率→餘弦定理」走一遍。	疊合 SOP+餘弦定理列式
10/22 (四)	1.5 h	選擇題節奏練習	測驗模式計時 60 分鐘做一輪三冊範圍綜合題（單選+多選手感），中途不查書、不留空白。檢討 30 分鐘：只看錯題與猜對的題，每題寫一句「用哪個技能」。	選擇題實得分基準
10/23 (五)	1.5 h	多項式函數+指數對數 (一冊)	前 45 分：三次函數對稱中心與一次近似（四屆都有）、餘式定理與除法原理、二次函數判別式。後 45 分：log 估算應用——複利幾年超過、位數估計、換底+卷末 log 值；五數比大小。這一章 E3 每屆都有，且全靠對數律與換底。	對稱中心 SOP + log 估算 SOP
10/24 (六)	3 h	排列組合與機率 (二) + 限時分區	前 60 分：古典機率（連續號碼卡、格子點距離）、計數（重複排列、扣除法、狀態數）、骰子與直線和圓交點的期望值。後 120 分：選填題限時 35 分鐘一輪（格式：最簡根式、分數化簡），再用 40 分鐘做兩個題組型（向量型、三角比型）。	選填格式零失分+題組型練過
10/25 (日)	3 h	全真計時模擬	測驗模式 100 分鐘不中斷、仿真作答（手機關機放別的房間；卡超過 4 分鐘就跳過標記、最後回頭；空白一律不留）。結束後 60 分鐘檢討：每題標「會 / 粗心 / 不會」，不會的回錯題本。	一份完整檢討
10/26 (一)	1.5 h	補洞+數據+數列+直線與圓+數與式	前 30 分：照昨天錯最多的那一章補題（先清錯題本再做新題）。後 60 分：數據分析圖表判讀與線性調整、規律數列與等差取絕對值求和、圓與直線位置關係、絕對值不等式與算幾不等式——各做一題。	弱點清零
10/27 (二)	1 h	掃題收斂	①錯題本重看 30 分鐘：每題只說出「這題用哪個技能」，不重算。②照「E3 不給的公式」清單默寫 15 分鐘：疊合、正射影、換底、期望值。③早睡。	心安

這 20 題怎麼挑的

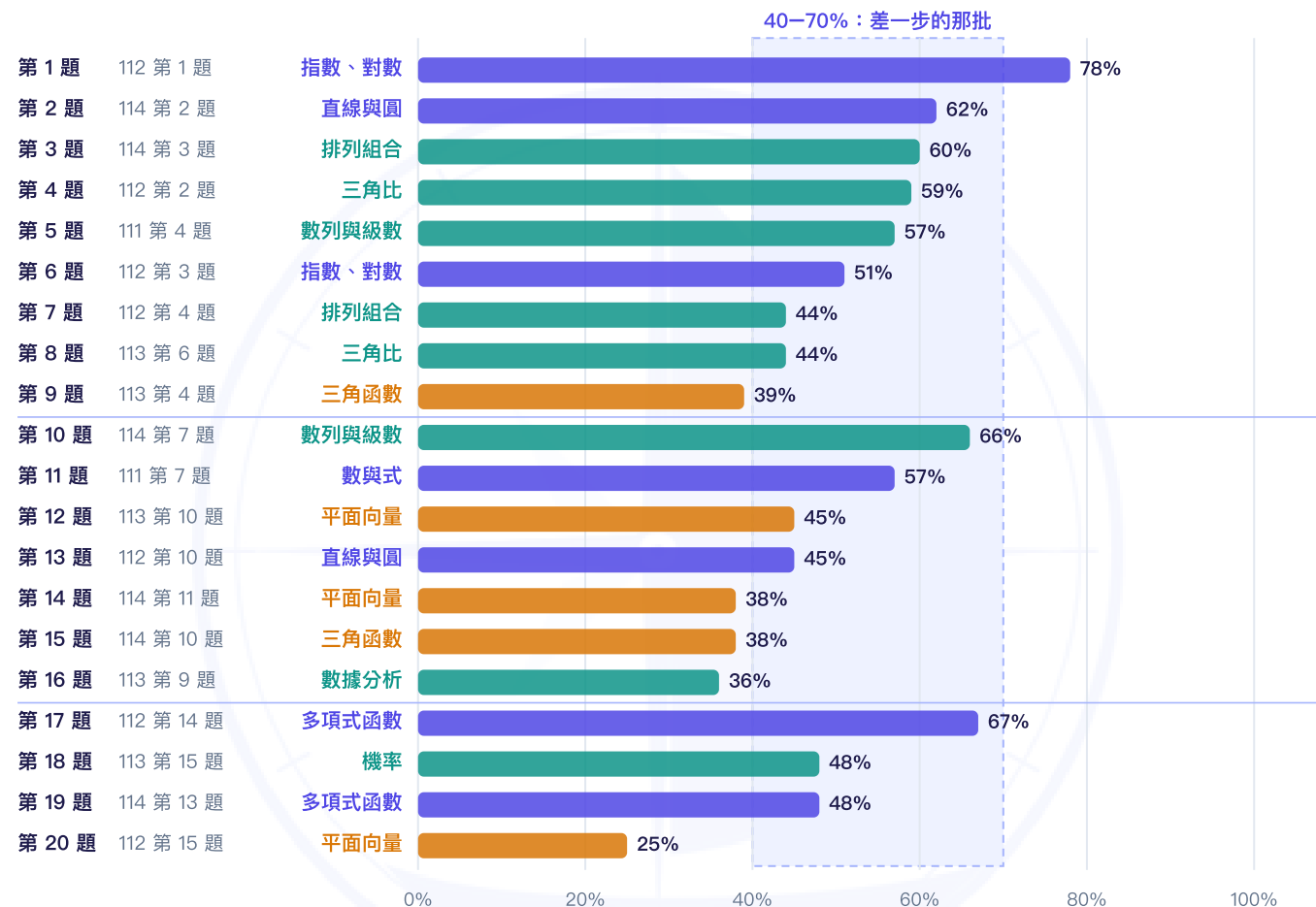
全部是大考中心學測數學 A 歷屆試題 (111–114)，只取第一～三冊範圍；長條＝官方答對率



御藍教育

■ 第一冊 ■ 第二冊 ■ 第三冊

單選 1–9、多選 10–16、選填 17–20；每區由易到難



平面向量 3 題

指數、對數 2 題

直線與圓 2 題

排列組合 2 題

三角比 2 題

數列與級數 2 題

三角函數 2 題

多項式函數 2 題

數與式 1 題

數據分析 1 題

機率 1 題

題數比例大致照 E3 五屆分佈：排列組合與機率、平面向量各 3 題最多。40–70% 那段放了 14 題——低於 40% 的題多半卡在一個看不出來的入口，高於 70% 的你本來就會，中間這批最值得練。

班級 _____ 座號 _____ 姓名 _____ 得分 _____

每題都是大考中心學測數學 A 歷屆試題，只挑第一～三冊範圍；詳解開頭標出處與官方答對率。

一、單選題（第 1~9 題，每題 5 分；答錯不倒扣）

- 1 若在計算器中鍵入某正整數 N ，接著連按「 $\sqrt{\quad}$ 」鍵（取正平方根）3 次，視窗顯示得到答案為 2，則 N 等於下列哪一個選項？

(1) 2^3 (2) 2^4 (3) 2^6 (4) 2^8 (5) 2^{12}

- 2 坐標平面上， $P(a, 0)$ 為 x 軸上一點，其中 $a > 0$ 。令 L_1 、 L_2 為通過 P 點，斜率分別為 $-\frac{4}{3}$ 、 $-\frac{3}{2}$ 的直線。已知 L_1 、 L_2 分別與兩坐標軸圍成的兩個直角三角形的面積差為 3，試問 a 值為何？

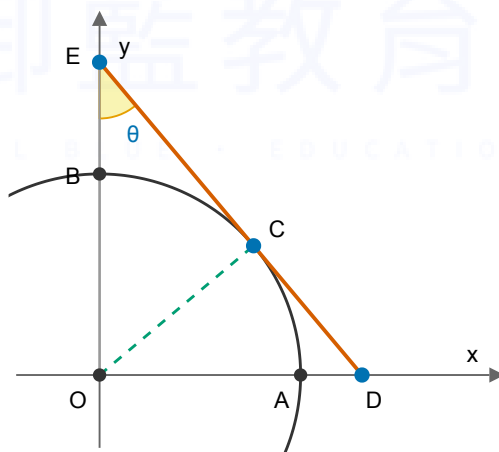
(1) $3\sqrt{2}$ (2) 6 (3) $6\sqrt{2}$ (4) 9 (5) $8\sqrt{2}$

- 3 某校舉辦音樂會，包含鋼琴表演 5 個、小提琴表演 4 個、歌唱表演 3 個等三類表演共 12 個不同曲目。該校想將同類表演排在一起，且歌唱必須排在鋼琴之後或是小提琴之後。試問這場音樂會可能的曲目排列方式共有幾種？

(1) $5! \times 4! \times 3!$ (2) $2 \times 5! \times 4! \times 3!$ (3) $3 \times 5! \times 4! \times 3!$
(4) $4 \times 5! \times 4! \times 3!$ (5) $6 \times 5! \times 4! \times 3!$

- 4 坐標平面上，以原點 O 為圓心、1 為半徑作圓，分別交坐標軸正向於 A 、 B 兩點。在第一象限的圓弧上取一點 C 作圓的切線，分別交兩軸於點 D 、 E ，如圖所示。令 $\angle OEC = \theta$ ，試選出為 $\tan \theta$ 的選項。

(1) $\overline{OE}$ (2) $\overline{OC}$ (3) $\overline{OD}$ (4) $\overline{CE}$ (5) $\overline{CD}$

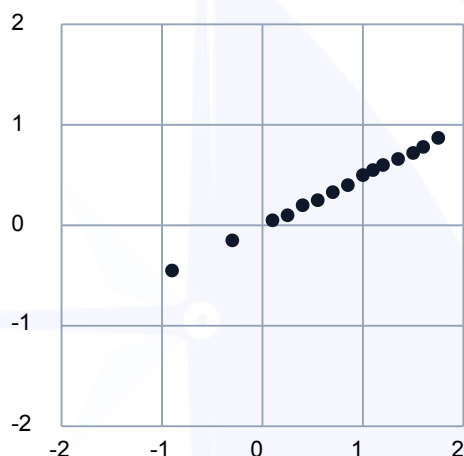


- 5 設等差數列 $\langle a_n \rangle$ 之首項 a_1 與公差 d 皆為正數，且 $\log a_1, \log a_3, \log a_6$ 依序也成等差數列。試選出數列 $\log a_1, \log a_3, \log a_6$ 的公差。

(1) $\log d$ (2) $\log \frac{2}{3}$ (3) $\log \frac{3}{2}$ (4) $\log 2d$ (5) $\log 3d$

- 6 某生推導出兩物理量 s, t 應滿足一等式。為了驗證其理論，他做了實驗得到15筆兩物理量的數據 (s_k, t_k) ， $k = 1, \dots, 15$ 。老師建議他將其中的 t_k 先取對數，在坐標平面上標出對應的點 $(s_k, \log t_k)$ ， $k = 1, \dots, 15$ ，如圖所示；其中第一個數據為橫軸坐標，第二個數據為縱軸坐標。利用迴歸直線分析，某生印證了其理論。試問該生所得 s, t 的關係式最可能為下列哪一選項？

(1) $s = 2t$ (2) $s = 3t$ (3) $t = 10^s$ (4) $t^2 = 10^s$ (5) $t^3 = 10^s$



- 7 將數字1、2、3、...、9等9個數字排成九位數（數字不得重複），使得前5位從左至右遞增、且後5位從左至右遞減。試問共有幾個滿足條件的九位數？

(1) $\frac{8!}{4!4!}$ (2) $\frac{8!}{5!3!}$ (3) $\frac{9!}{5!4!}$ (4) $\frac{8!}{5!}$ (5) $\frac{9!}{5!}$

- 8 在同一平面上，相距7公里的 A, B 兩砲台， A 在 B 的正東方。某次演習時， A 向西偏北 θ 方向發射砲彈， B 則向東偏北 θ 方向發射砲彈，其中 θ 為銳角，觀測回報兩砲彈皆命中9公里外的同一目標 P 。接著 A 改向西偏北 $\frac{\theta}{2}$ 方向發射砲彈，彈著點為9公里外的點 Q 。試問砲台 B 與彈著點 Q 的距離 BQ 為何？

(1) 4 公里 (2) 4.5 公里 (3) 5 公里 (4) 5.5 公里 (5) 6 公里

- 9 試問有多少個實數 x 滿足 $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin x + \sin \frac{\pi}{6}$ 且 $0 \leq x < 2\pi$ ？

(1) 1 個 (2) 2 個 (3) 3 個 (4) 4 個 (5) 5 個 (含) 以上



二、多選題（第 10~16 題，每題 5 分；錯 1 個選項得 3 分，錯 2 個得 1 分）

- 10 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $3a_{n+1} = a_n + n$ （對任意正整數 n 都成立）且 $a_1 = 2$ 。令數列 $\langle b_n \rangle$ 滿足 $b_n = a_n - \frac{n}{2} + \frac{3}{4}$ 。試選出正確的選項。

(1) $a_2 = 2$

(2) $b_2 = \frac{3}{4}$

(3) 數列 $\langle b_n \rangle$ 是公比為 $\frac{2}{3}$ 的等比數列

(4) 對於任意正整數 n ， $3^n a_n$ 皆為正整數

(5) $b_{10} < 10^{-4}$

- 11 設整數 n 滿足 $|5n - 21| \geq 7|n|$ 。試選出正確的選項。

(1) $|5n - 7n| \geq 21$

(2) $-1 \leq \frac{7n}{5n - 21} \leq 1$

(3) $7n \leq 5n - 21$

(4) $(5n - 21)^2 \geq 49n^2$

(5) 滿足題設不等式的整數 n 有無窮多個

- 12 坐標平面上有一正方形與一正六邊形，正方形在正六邊形的右邊。已知兩正多邊形都有一邊在 x 軸上，且正方形中心 A 與正六邊形中心 B 都在 x 軸的上方，且兩多邊形恰有一個交點 P ，又知正方形的邊長為 6，而點 P 到 x 軸的距離為 $2\sqrt{3}$ 。試選出正確的選項。

(1) 點 A 到 x 軸的距離大於點 B 到 x 軸的距離

(2) 正六邊形的邊長為 6

(3) $\overrightarrow{BA} = (7, 3 - 2\sqrt{3})$

(4) $\overline{AP} > \sqrt{10}$

(5) 直線 AP 斜率大於 $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

- 13 考慮坐標平面上的直線 $L: 5y + (2k - 4)x - 10k = 0$ （其中 k 為一實數），以及長方形 $OABC$ ，其頂點坐標為 $O(0, 0)$ 、 $A(10, 0)$ 、 $B(10, 6)$ 、 $C(0, 6)$ 。設 L 分別交直線 OC 、直線 AB 於點 D 、 E 。試選出正確的選項。

(1) 當 $k = 4$ 時，直線 L 通過點 A

(2) 若直線 L 通過點 C ，則 L 的斜率為 $-\frac{5}{2}$

(3) 若點 D 在線段 $\overline{OC}$ 上，則 $0 \leq k \leq 3$

(4) 若 $k = \frac{1}{2}$ ，則線段 $\overline{DE}$ 在長方形 $OABC$ 內部（含邊界）

(5) 若線段 $\overline{DE}$ 在長方形 $OABC$ 內部（含邊界），則 L 的斜率可能為 $\frac{3}{10}$



- 14 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 6$ 、 $\overline{AC} = 5$ 、 $\overline{BC} = 4$ 。令 $\overline{AB}$ 中點為 D ， P 為 $\angle ABC$ 之角平分線與 $\overline{CD}$ 之交點，如圖所示。試選出正確的選項。

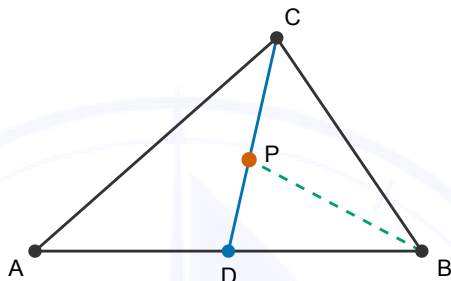
(1) $\overrightarrow{CP} = \frac{3}{7}\overrightarrow{CD}$

(2) $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{7}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{7}\overrightarrow{AC}$

(3) $\cos \angle BAC = \frac{3}{4}$

(4) $\triangle ACP$ 面積為 $\frac{15}{14}\sqrt{7}$

(5) (內積) $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{120}{7}$



- 15 令 Γ 為坐標平面上 $y = \sin \pi x$ 在 $0 \leq x \leq 3$ 內之函數圖形。一水平直線 $L: y = k$ 與 Γ 相交，其中三交點 $P(x_1, k)$ 、 $Q(x_2, k)$ 、 $R(x_3, k)$ 滿足 $x_1 < x_2 < 1 < x_3$ 。試選出正確的選項。

(1) $k > 0$

(2) L 與 Γ 恰有 3 個交點

(3) $x_1 + x_2 < 1$

(4) 若 $2\overline{PQ} = \overline{QR}$ ，則 $k = \frac{1}{2}$

(5) L 與 Γ 所有交點的 x 坐標之和大於 5

- 16 某實驗室蒐集了大量的 A 、 B 兩相似物種，記錄其身長為 x （單位：公分）與體重 y （單位：公克），得 A 、 B 兩物種的平均身長分別為 $\overline{x_A} = 5.2$ 、 $\overline{x_B} = 6$ ，標準差分別為 0.3 、 0.1 。令 A 、 B 兩物種的平均體重分別為 $\overline{y_A}$ 、 $\overline{y_B}$ 。若 A 、 B 兩物種其體重 y 對身長 x 的迴歸直線分別為 $L_A: y = 2x - 0.6$ 、 $L_B: y = 1.5x + 0.4$ ，相關係數分別為 0.6 、 0.3 。今發現一隻身長 5.6 公分、體重 8.6 公克的個體 P ，試選出正確的選項。

(1) $\overline{y_A} < \overline{y_B}$

(2) A 物種的體重標準差小於 B 物種的體重標準差

(3) 就 A 物種而言，個體 P 的體重與平均體重 $\overline{y_A}$ 之差的絕對值大於一個標準差

(4) 點 $(5.6, 8.6)$ 到直線 L_A 的距離小於其到直線 L_B 的距離

(5) 點 $(5.6, 8.6)$ 與點 $(\overline{x_A}, \overline{y_A})$ 的距離小於其與點 $(\overline{x_B}, \overline{y_B})$ 的距離

三、選填題（第 17~20 題，每題 5 分；全對才給分）

- 17 設 a 、 b 為實數（其中 $a > 0$ ），若多項式 $ax^2 + (2a + b)x - 12$ 除以 $x^2 + (2 - a)x - 2a$ 所得餘式為 6 ，則數對 $(a, b) = (\text{①}, \text{②③})$ 。



- 18 某商場舉辦現場報名的摸彩箱抽獎活動，報名截止後，主持人依報名人數置入同數量的摸彩球，其中有10顆被標示為幸運獎，其獎項為5000元禮券及8000元禮券各5顆，每顆球被抽中的機率皆相同，抽後不放回。抽獎前，主辦單位依獎項個數與報名人數，主持人公告中獎機率為0.4%。開始抽獎後，每人依序抽球，每個人只有一次抽獎機會。若前100位參加抽獎者，恰有1人抽中5000元禮券且沒有人抽中8000元禮券，則抽獎順序為第101號者可獲禮券金額的期望值為①②元。

- 19 已知實係數三次多項式 $f(x)$ 除以 $x+6$ 得商式 $q(x)$ 和餘式3。若 $q(x)$ 在 $x=-6$ 有最大值8，則 $y=f(x)$ 圖形的對稱中心坐標為(①②, ③)。

- 20 設 O 、 A 、 B 為坐標平面上不共線三點，其中向量 $\overrightarrow{OA}$ 垂直 $\overrightarrow{OB}$ 。若 C 、 D 兩點在直線 AB 上，滿足 $\overrightarrow{OC} = \frac{3}{5}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{5}\overrightarrow{OB}$ 、 $3\overrightarrow{AD} = 8\overrightarrow{BD}$ ，且 $\overrightarrow{OC}$ 垂直 $\overrightarrow{OD}$ ，則 $\frac{\overrightarrow{OB}}{\overrightarrow{OA}} = \frac{①}{②}$ 。(化為最簡分數)

御藍教育

ROYAL BLUE · EDUCATION



模考指南網頁版：royalblue-education.com/exam-briefings/mock-e3-115-3

答案一覽

- 第 1 題 (4)
第 2 題 (2)
第 3 題 (4)
第 4 題 (5)
第 5 題 (3)
第 6 題 (4)
第 7 題 (1)
第 8 題 (3)
第 9 題 (2)
第 10 題 (2)(4)
第 11 題 (2)(4)
第 12 題 (3)(5)
第 13 題 (1)(3)(5)
第 14 題 (3)(4)(5)
第 15 題 (1)(4)(5)
第 16 題 (3)
第 17 題 $(a, b) = (3, -9)$
第 18 題 25 元
第 19 題 $(-6, 3)$
第 20 題 $\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{3}{4}$



對完答案之後

1. 把錯的題號圈起來，看詳解開頭的單元，翻回指南第 2 頁那張表，找出這幾章在 E3 的分量。
2. 錯的題先別急著看解法：蓋住詳解，只看第一句「這題在考什麼」，再自己重做一次。
3. 想要一份照你錯題出的模擬卷，見本份最後一頁。



單選 1~9

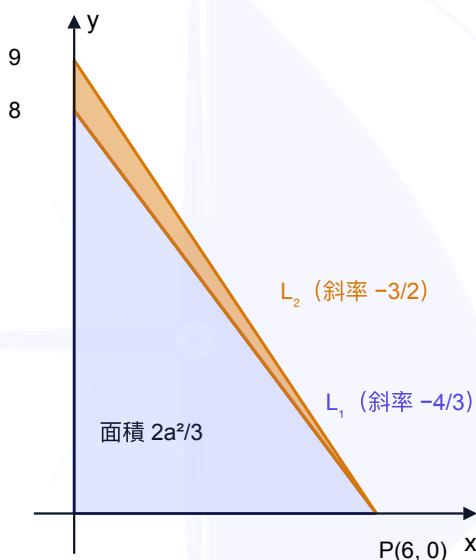
1 出處：112 學測數A 第 1 題 | 官方答對率 78%

答案 (4)。按一次 $\sqrt{\quad}$ 等於指數乘 $\frac{1}{2}$ ，連按三次就是 $N^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = N^{\frac{1}{8}} = 2$ ，所以 $N = 2^8$ 。

倒回去檢查： $\sqrt{256} = 16$ ， $\sqrt{16} = 4$ ， $\sqrt{4} = 2$ 。

2 出處：114 學測數A 第 2 題 | 官方答對率 62%

答案 (2)。 $L_1: y = -\frac{4}{3}(x - a)$ 交 y 軸於 $(0, \frac{4a}{3})$ ，與兩軸圍成的面積 $\frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{4a}{3} = \frac{2a^2}{3}$ 。 $L_2: y = -\frac{3}{2}(x - a)$ 交 y 軸於 $(0, \frac{3a}{2})$ ，面積 $\frac{3a^2}{4}$ 。面積差 $\frac{3a^2}{4} - \frac{2a^2}{3} = \frac{a^2}{12} = 3$ ， $a^2 = 36$ ，又 $a > 0$ ，故 $a = 6$ 。



3 出處：114 學測數A 第 3 題 | 官方答對率 60%

答案 (4)。同類排在一起，先排三類的先後： $3! = 6$ 種。「歌唱在鋼琴之後或在小提琴之後」的反面是「歌唱同時在兩者之前」，也就是歌唱排第一個，有 2 種；所以三類的順序有 $6 - 2 = 4$ 種。再乘上各類內部的排法 $5! \cdot 4! \cdot 3!$ ，共 $4 \times 5! \times 4! \times 3!$ 種。

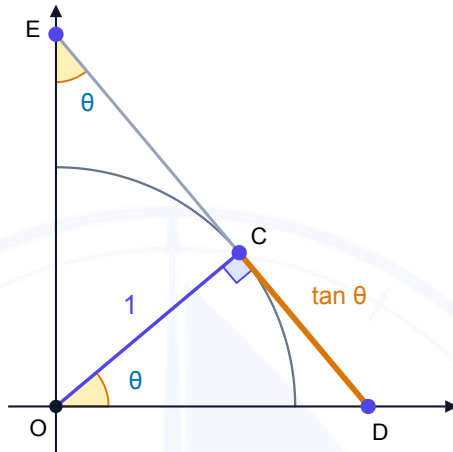


「或」只要其中一個成立就算；先數反面再扣掉，比逐一列舉快。



4 出處：112 學測數A 第 2 題 | 官方答對率 59%

答案 (5)。切線垂直過切點的半徑，所以 $\angle OCE = \angle OCD = 90^\circ$ 。在 $\triangle OCE$ 中 $\angle EOC = 90^\circ - \theta$ ，而 $\angle EOD = 90^\circ$ ，所以 $\angle COD = \theta$ 。在直角 $\triangle OCD$ 中， $\tan \theta = \frac{\overline{CD}}{\overline{OC}} = \frac{\overline{CD}}{1} = \overline{CD}$ 。



選 (4) 的人是在 $\triangle OCE$ 裡把對邊、鄰邊弄反了： $\overline{CE} = \frac{1}{\tan \theta}$ 。

5 出處：111 學測數A 第 4 題 | 官方答對率 57%

答案 (3)。 $\log a_1, \log a_3, \log a_6$ 成等差 $\iff a_1, a_3, a_6$ 成等比，即 $(a_1 + 2d)^2 = a_1(a_1 + 5d)$ 。展開得 $4d^2 = a_1d$ ，因 $d > 0$ ， $a_1 = 4d$ 。公差 $= \log a_3 - \log a_1 = \log \frac{6d}{4d} = \log \frac{3}{2}$ 。
 $d > 0$ 時數列遞增，公差一定是正的； $\log \frac{2}{3} < 0$ ，可以直接刪掉。

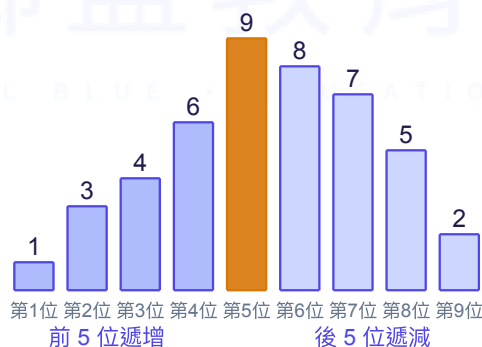
6 出處：112 學測數A 第 3 題 | 官方答對率 51%

答案 (4)。縱軸是 $\log t$ 。圖上的點大致落在一條通過原點、斜率約 $\frac{1}{2}$ 的直線上（橫坐標 2 附近時縱坐標約 1），所以 $\log t = \frac{1}{2}s$ ，即 $\log t^2 = s$ ， $t^2 = 10^s$ 。

(3) $t = 10^s$ 對應斜率 1、(5) 對應斜率 $\frac{1}{3}$ ；(1)(2) 是 s, t 的一次關係，取 $\log t$ 後畫出來不會是直線。

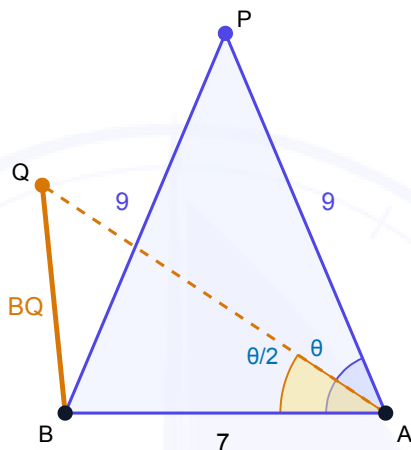
7 出處：112 學測數A 第 4 題 | 官方答對率 44%

答案 (1)。第 5 位同時是前 5 位的最大數與後 5 位的最大數，所以一定是 9。其餘 8 個數字選 4 個放前四位（由小到大，排法只有一種），剩下 4 個放後四位（由大到小，也只有一種）。共 $C_4^8 = \frac{8!}{4!4!} = 70$ 個。



8 出處：113 學測數A 第 6 題 | 官方答對率 44%

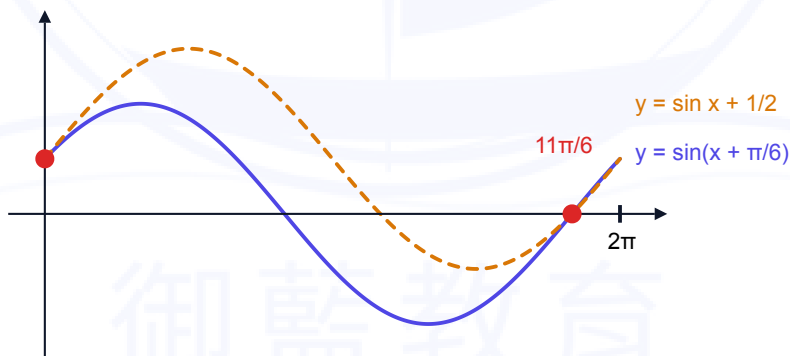
答案 (3)。 $\overline{AP} = \overline{BP} = 9$ 、 $\overline{AB} = 7$ ， A 向西偏北 θ 即 $\angle BAP = \theta$ 。對 $\triangle ABP$ 用餘弦定理： $81 = 49 + 81 - 2 \cdot 7 \cdot 9 \cos \theta$ ，得 $\cos \theta = \frac{7}{18}$ 。 θ 為銳角， $\cos \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1 + \frac{7}{18}}{2}} = \sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{5}{6}$ 。對 $\triangle ABQ$ ($\overline{AQ} = 9$ ，夾角 $\frac{\theta}{2}$)： $\overline{BQ}^2 = 49 + 81 - 2 \cdot 7 \cdot 9 \cdot \frac{5}{6} = 25$ ， $\overline{BQ} = 5$ 公里。



$\triangle ABP$ 是等腰三角形，也可以從 P 作 $\overline{AB}$ 的垂線直接讀出 $\cos \theta = \frac{3.5}{9} = \frac{7}{18}$ 。

9 出處：113 學測數A 第 4 題 | 官方答對率 39%

答案 (2)。展開： $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x = \sin x + \frac{1}{2}$ ，整理成 $\frac{1}{2}(1 - \cos x) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1\right) \sin x$ 。左邊 = $\sin^2 \frac{x}{2}$ ，右邊 = $(\sqrt{3} - 2) \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$ ，所以 $\sin \frac{x}{2} \left[\sin \frac{x}{2} - (\sqrt{3} - 2) \cos \frac{x}{2} \right] = 0$ 。 $0 \leq x < 2\pi$ 時 $0 \leq \frac{x}{2} < \pi$ ： $\sin \frac{x}{2} = 0$ 只給 $x = 0$ ； $\tan \frac{x}{2} = \sqrt{3} - 2 = -\tan 15^\circ$ 給 $\frac{x}{2} = 165^\circ$ ， $x = \frac{11\pi}{6}$ 。共 2 個。



$\sin(A + B) \neq \sin A + \sin B$ ，這題就是要你真的展開。也可以疊合成 $(\sqrt{3} - 2) \sin x + \cos x = 1$ 再解，答案相同。

連續開根號、取對數、遞增遞減排列：先把題目那句話翻成一條式子，選項自己會倒下。



10 出處：114 學測數A 第 7 題 | 官方答對率 66%

答案 (2)(4)。 (1) $a_2 = \frac{a_1 + 1}{3} = 1$ ，錯。

(2)(3) $b_{n+1} = \frac{a_n + n}{3} - \frac{n+1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{1}{3} \left(a_n - \frac{n}{2} + \frac{3}{4} \right) = \frac{1}{3} b_n$ ，公比是 $\frac{1}{3}$ 不是 $\frac{2}{3}$ ； $b_1 = \frac{9}{4}$ ， $b_2 = \frac{3}{4}$ 。

(2) 對、(3) 錯。

(4) 遞迴式兩邊乘 3^n ： $3^{n+1}a_{n+1} = 3^n a_n + n \cdot 3^n$ ，從 $3a_1 = 6$ 開始每次加正整數，全是正整數，對。

(5) $b_{10} = \frac{9}{4} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^9 = \frac{1}{4 \cdot 3^7} = \frac{1}{8748} > 10^{-4}$ ，錯。

11 出處：111 學測數A 第 7 題 | 官方答對率 57%

答案 (2)(4)。兩邊都非負，平方不改變大小： $(5n - 21)^2 \geq 49n^2$ ，(4) 對。整理得 $8n^2 + 70n - 147 \leq 0$ ，即 $(2n + 21)(4n - 7) \leq 0$ ， $-\frac{21}{2} \leq n \leq \frac{7}{4}$ ，整數 $n = -10, -9, \dots, 1$ 共 12 個，(5) 錯。 n 是整數，

$5n - 21 \neq 0$ ，原式兩邊除以 $|5n - 21|$ 得 $\left| \frac{7n}{5n - 21} \right| \leq 1$ ，(2) 對。

(1) 取 $n = 0$ ： $0 \geq 21$ 不成立。

(3) 取 $n = 0$ ： $0 \leq -21$ 不成立。

12 出處：113 學測數A 第 10 題 | 官方答對率 45%

答案 (3)(5)。正方形的左邊是一段鉛直線。它若穿過六邊形內部會有兩個交點，所以「恰一交點」時 P 是六邊形最右邊的頂點，落在正方形左邊上。最右頂點的高度是 $\frac{\sqrt{3}}{2}t$ (t 為六邊形邊長)， $\frac{\sqrt{3}}{2}t = 2\sqrt{3}$ ， $t = 4$ 。取 $P(0, 2\sqrt{3})$ ：正方形中心 $A(3, 3)$ ；六邊形中心與 P 同高、在左方 4 單位， $B(-4, 2\sqrt{3})$ 。

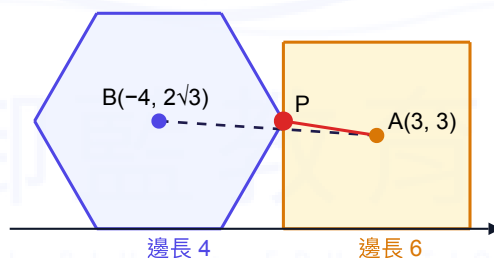
(1) $3 < 2\sqrt{3}$ ，錯。

(2) 邊長 4，錯。

(3) $\overrightarrow{BA} = (7, 3 - 2\sqrt{3})$ ，對。

(4) $\overline{AP}^2 = 9 + (3 - 2\sqrt{3})^2 = 30 - 12\sqrt{3} \approx 9.2 < 10$ ，錯。

(5) 斜率 $\frac{2\sqrt{3} - 3}{-3} \approx -0.15 > -\frac{1}{\sqrt{3}} \approx -0.58$ ，對。



這題的關鍵一步是先想清楚「恰一個交點」只能發生在哪裡，之後全是坐標計算。



13 出處：112 學測數A 第 10 題 | 官方答對率 45%

答案 (1)(3)(5)。 $x = 0$ 代入得 $D(0, 2k)$ ； $x = 10$ 代入得 $E(10, 8 - 2k)$ ；斜率 $\frac{4 - 2k}{5}$ 。

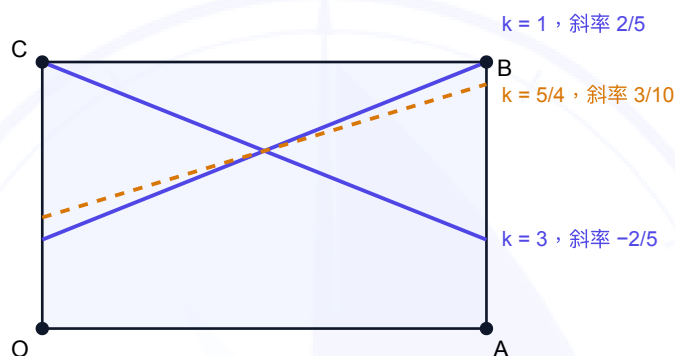
(1) $k = 4$ 時 $E = (10, 0) = A$ ，對。

(2) 過 $C \Rightarrow 2k = 6$ ， $k = 3$ ，斜率 $-\frac{2}{5}$ ，錯。

(3) $0 \leq 2k \leq 6 \Leftrightarrow 0 \leq k \leq 3$ ，對。

(4) $k = \frac{1}{2}$ 時 $E = (10, 7)$ 在長方形外，錯。

(5) 要 $0 \leq 2k \leq 6$ 且 $0 \leq 8 - 2k \leq 6$ ，即 $1 \leq k \leq 3$ ，斜率範圍 $\left[-\frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right]$ ； $k = \frac{5}{4}$ 時斜率 $\frac{3}{10}$ ，對。



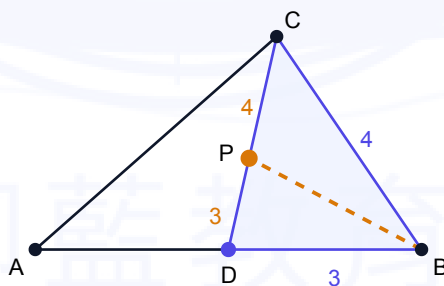
14 出處：114 學測數A 第 11 題 | 官方答對率 38%

答案 (3)(4)(5)。 D 在 $\overline{AB}$ 上， $\angle DBC = \angle ABC$ ； $\overline{BD} = 3$ 。 BP 平分 $\angle DBC$ ，所以 $\overline{CP} : \overline{PD} = \overline{BC} : \overline{BD} = 4 : 3$ ， $\overline{CP} = \frac{4}{7}\overline{CD}$ ，(1) 錯。 $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{7}\overrightarrow{AC} + \frac{4}{7}\overrightarrow{AD} = \frac{2}{7}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{7}\overrightarrow{AC}$ ，(2) 係數對調，錯。

(3) $\cos \angle BAC = \frac{36 + 25 - 16}{2 \cdot 6 \cdot 5} = \frac{3}{4}$ ，對。

(4) $\sin \angle BAC = \frac{\sqrt{7}}{4}$ ， $\triangle ACD = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{15\sqrt{7}}{8}$ ， $\triangle ACP = \frac{4}{7}\triangle ACD = \frac{15\sqrt{7}}{14}$ ，對。

(5) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6 \cdot 5 \cdot \frac{3}{4} = \frac{45}{2}$ ， $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{2}{7} \cdot \frac{45}{2} + \frac{3}{7} \cdot 25 = \frac{120}{7}$ ，對。

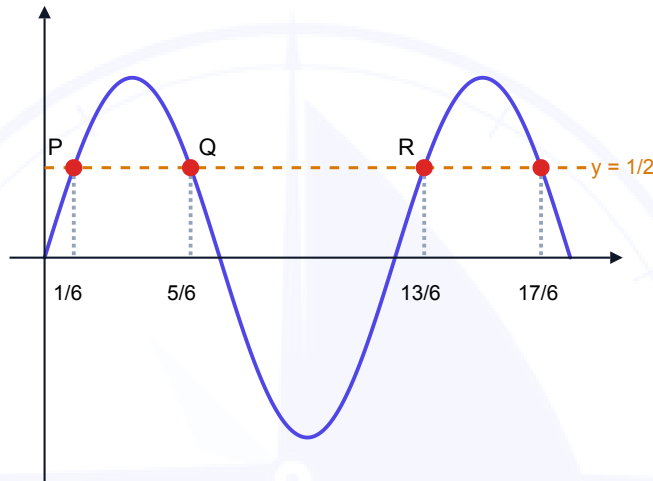


15 出處：114 學測數A 第 10 題 | 官方答對率 38%

答案 (1)(4)(5)。 $k \leq 0$ 時在 $0 < x < 1$ 沒有交點，湊不出 $x_1 < x_2 < 1$ ，所以 $0 < k < 1$ ，(1) 對。設 $x_1 = s$ ($0 < s < \frac{1}{2}$)，圖形對 $x = \frac{1}{2}$ 、 $x = \frac{5}{2}$ 對稱，交點是 $s, 1-s, 2+s, 3-s$ 共 4 個，(2) 錯； $x_1 + x_2 = 1$ ，(3) 錯。

(4) $\overline{PQ} = 1 - 2s$ ， $\overline{QR} = (2 + s) - (1 - s) = 1 + 2s$ ， $2(1 - 2s) = 1 + 2s \Rightarrow s = \frac{1}{6}$ ， $k = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ ，對。

(5) 四個 x 坐標和 = $6 > 5$ ，對。



(4) 若把 R 取成 $x = 3 - s$ 那一點，條件化成 $s = 0$ ，與 $k > 0$ 矛盾，這個「若...則...」仍然成立，不影響答案。

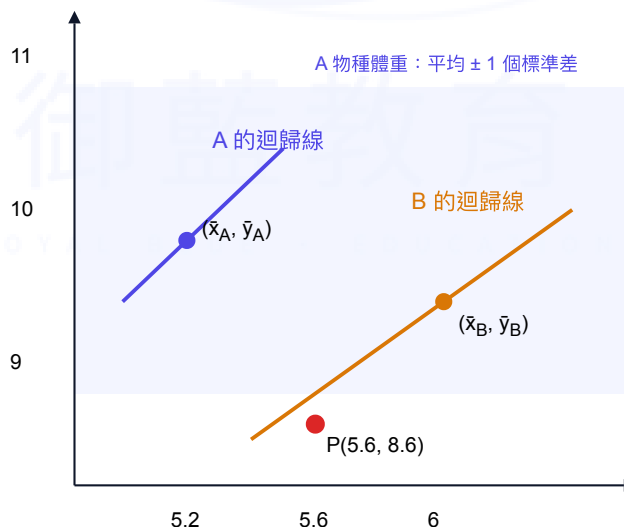
16 出處：113 學測數A 第 9 題 | 官方答對率 36%

答案 (3)。迴歸直線通過平均點： $\bar{y}_A = 2(5.2) - 0.6 = 9.8$ ， $\bar{y}_B = 1.5(6) + 0.4 = 9.4$ ，(1) 錯。斜率 = $r \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$ ： $\sigma_{y_A} = \frac{2 \times 0.3}{0.6} = 1$ ， $\sigma_{y_B} = \frac{1.5 \times 0.1}{0.3} = 0.5$ ，(2) 錯。

(3) $|8.6 - 9.8| = 1.2 > 1$ ，對。

(4) 到 L_A 的距離 $\frac{|11.2 - 8.6 - 0.6|}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \approx 0.89$ ，到 L_B 的距離 $\frac{|8.4 - 8.6 + 0.4|}{\sqrt{3.25}} \approx 0.11$ ，錯。

(5) 到 $(5.2, 9.8)$ 的距離 $\sqrt{1.6}$ ，到 $(6, 9.4)$ 的距離 $\sqrt{0.8}$ ，錯。



卷末會給迴歸直線與相關係數的公式；這題考的是「迴歸線過平均點」和「斜率裡藏著標準差」這兩件事。



多選逐一判斷、錯 1 個仍有 3 分：有把握的先劃，沒把握的用反例（例如代 $n=0$ ）去刪。

選填 17~20

17 出處：112 學測數A 第 14 題 | 官方答對率 67%

答案： $(a, b) = (3, -9)$ 。被除式與除式都是二次，最高次係數為 a 與 1，商是常數 a 。餘式 $= ax^2 + (2a + b)x - 12 - a[x^2 + (2 - a)x - 2a] = (a^2 + b)x + (2a^2 - 12)$ 。餘式為 6： $a^2 + b = 0$ 且 $2a^2 - 12 = 6$ ， $a^2 = 9$ ； $a > 0$ 得 $a = 3$ 、 $b = -9$ 。

代回檢查： $3x^2 - 3x - 12 = 3(x^2 - x - 6) + 6$ 。

18 出處：113 學測數A 第 15 題 | 官方答對率 48%

答案：25 元。中獎機率 $0.4\% = \frac{10}{N}$ ，總球數 $N = 2500$ 。前 100 人抽走 100 顆，其中 5000 元球 1 顆、8000 元球 0 顆。第 101 號面對 2400 顆球：5000 元 4 顆、8000 元 5 顆。期望值 $= \frac{4 \times 5000 + 5 \times 8000}{2400} = \frac{60000}{2400} = 25$ 元。

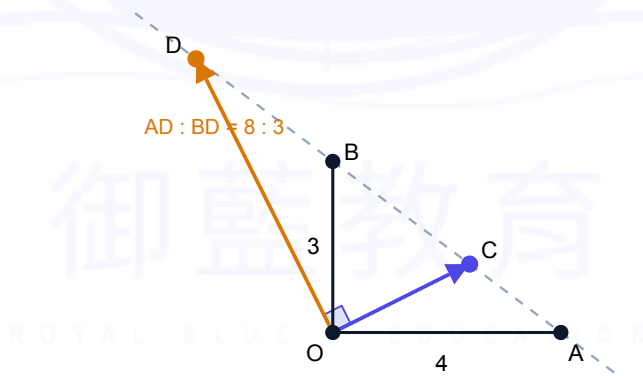
19 出處：114 學測數A 第 13 題 | 官方答對率 48%

答案： $(-6, 3)$ 。 $f(x) = (x + 6)q(x) + 3$ 。 $q(x)$ 是二次函數、在 $x = -6$ 有最大值 8，所以 $q(x) = c(x + 6)^2 + 8$ ， $c < 0$ 。代回： $f(x) = c(x + 6)^3 + 8(x + 6) + 3$ 。這是 $y = cx^3 + 8x$ 的圖形平移： x 方向 -6 、 y 方向 $+3$ ，而 $y = cx^3 + 8x$ 對稱於原點，所以 $y = f(x)$ 的對稱中心是 $(-6, 3)$ 。

三次函數寫成 $a(x - h)^3 + p(x - h) + k$ 的樣子，對稱中心就是 (h, k) ；不需要微分。

20 出處：112 學測數A 第 15 題 | 官方答對率 25%

答案： $\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{3}{4}$ 。設 $\overline{OA} = a$ 、 $\overline{OB} = b$ ， $\overline{OA} \cdot \overline{OB} = 0$ 。 D 在直線 AB 上，設 $\overline{OD} = (1 - t)\overline{OA} + t\overline{OB}$ ，則 $\overline{AD} = |t|\overline{AB}$ 、 $\overline{BD} = |1 - t|\overline{AB}$ 。 $3|t| = 8|1 - t|$ 得 $t = \frac{8}{11}$ 或 $t = \frac{8}{5}$ 。 $\overline{OC} \cdot \overline{OD} = \frac{3(1 - t)}{5}a^2 + \frac{2t}{5}b^2 = 0$ ： $t = \frac{8}{11}$ 時兩項都正，不合； $t = \frac{8}{5}$ 時 $-\frac{9}{25}a^2 + \frac{16}{25}b^2 = 0$ ， $\frac{b}{a} = \frac{3}{4}$ 。



D 可能在線段 AB 外——「 $3\overline{AD} = 8\overline{BD}$ 」只給長度比，內分、外分兩種都要試，再用垂直條件篩。取 $A(4, 0)$ 、 $B(0, 3)$ 驗算： $C\left(\frac{12}{5}, \frac{6}{5}\right)$ 、 $D\left(-\frac{12}{5}, \frac{24}{5}\right)$ ，內積 $-\frac{144}{25} + \frac{144}{25} = 0$ 。

選填全對才給分：寫完代回題目檢查一次，分數化到最簡。



想要一份照你錯題出的模擬卷？

這份練習卷是給每個人的。你錯的題、卡的章，和隔壁同學不一樣。

在數學青於藍註冊後做題，做滿 15 題，就能產生一份只屬於你的**考前藍圖 PDF**：

- 照你錯最多的單元出一份模擬卷，每題附詳解。
- 考前每天練哪一章、練幾題，排成一張表。
- 做錯的題自動收進錯題本，助教陪你一步一步檢討，不直接給答案。



掃 QR code 開始

網址：royalblue-education.com/guides

先免費試用，不用信用卡。

本指南的練習卷題目取自大學入學考試中心學科能力測驗數學 A 歷屆試題（111—114 學年度），官方答對率取自大考中心試題分析報告；排版與詳解由御藍教育撰寫。

本頁情報為 110—114 學年連續五屆同場次（E3）學測模擬考試數學 A 試卷的結構統計（題型、配分、單元分佈，主歸屬單計：一題只計入一章）；未重製任何題目內容。與各校自訂的段考無關；數 B 另卷。考試日期以學校公告為準。

御藍教育

ROYAL BLUE • EDUCATION